FIZICĂ

MIHAELA CHIRIȚĂ

CULEGERE DE PROBLEME

propuse și rezolvate

pentru clasa a X-a și BACALAUREAT

Conține:

MIC BREVIAR TEORETIC
și FORMULE

Editura Tamar

Mihaela CHIRIȚĂ

Fizică

CULEGERE DE **PROBLEME** propuse și rezolvate

pentru **CLASA A X-A**

si examenul de

BACALAUREAT

Conține:
MIC BREVIAR TEORETIC
ȘI FORMULE

Editura **Tamar**
2016

Copyright © Editura TAMAR 2016

Toate drepturile asupra acestei lucrări aparţin editurii Tamar

Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă în mod electronic, mecanic, prin fotocopiere sau prin orice alt mod, fără acordul scris, dat în prealabil de editor

Lucrare realizată de Mihaela Chiriță

profesor/profesoară la Colegiul Național Sf. SAVA București

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
CHIRIŢĂ, MIHAELA
Fizică : culegere de probleme propuse şi rezolvate pentru clasa a X-a şi bacalaureat : conţine mic breviar teoretic şi formule / Mihaela Chiriţă. - Bucureşti : Tamar, 2016
ISBN 978-606-8010-53-3

53(075)(076)

Comenzile se pot face:

- telefon mobil: 0742.014.405
- tel/fax: 021/ 411.33.93
- e-mail: tamarprint@gmail.com

În memoria tatălui meu

Recomandări

Această culegere de probleme se adresează atât elevilor de clasa a X-a cât şi elevilor care se pregătesc să susţină un examen la termodinamică sau electricitate.

Ca să puteţi să rezolvaţi problemele trebuie să cunoaşteţi teoria din manualul de clasa a X-a. Încercaţi să rezolvaţi problemele în ordinea propusă (gradual). Pentru a obţine o pregătire minimă este necesar să rezolvaţi prima treime a problemelor din fiecare capitol. Pentru a obţine o pregătire medie trebuie să rezolvaţi şi a doua treime din problemele propuse. Dacă veţi reuşi să rezolvaţi toate problemele înseamnă că această disciplină nu are secrete pentru voi. Problemele cu asterix au un grad ridicat de dificultate, depăşesc materia obligatorie şi se adresează elevilor performeri la această disciplină. În cazul în care nu reuşiţi să rezolvaţi o problemă, amânaţi o zi sau două şi apoi încercaţi din nou. Dacă nici în acest caz nu reuşiţi, citiţi rezolvarea, încercaţi să înţelegeţi această rezolvare şi după un timp (câteva zile) încercaţi să rezolvaţi singuri problema.

În general problemele de la sfârşitul fiecărui capitol au un grad mai mare de dificultate şi se adresează elevilor care doresc să cunoască foarte bine această disciplină. Este bine ca fiecare elev să fie capabil să rezolve cel puţin problemele din materia obligatorie.

În calcule se consideră constantele R=8,31 J/molK, N_A=6,02·10^{23} molecule/mol, 1 atm ≈ 10^5 N/m^2 şi $\sqrt{2}$ =1,41, $\sqrt{3}$ =1,73, π=3,14, ln2 ≈ 0,7.

În speranţa că v-am venit în ajutor, vă urez baftă!

Mihaela Chiriţă

Cuprins

		Enunţuri	Rezolvări
Capitolul 1. Elemente de termodinamică			
	Teorie termodinamică şi fizică moleculară	5	
1.1	Noţiuni termodinamice de bază	17	142
1.2	Lucrul mecanic şi energia internă	38	181
1.3	Aplicaţii ale principiului 1 al termodinamicii	46	199
1.4	Aplicaţii ale principiului 2 al termodinamicii	62	232
1.5	Calorimetrie	76	281
Capitolul 2. Circuite de curent continuu			
	Teorie electricitate	81	
2.1	Rezistenţa electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu	88	289
2.2	Gruparea rezistoarelor	90	293
2.3	Legile lui Kirchhoff	93	299
2.4	Energia şi puterea electrică	116	340
Bibliografie		389	

Elemente de termodinamică şi fizică moleculară

1. Mărimi legate de structura discontinuă a substanţei

Substanţele sunt alcătuite din atomi şi molecule. Deoarece masele lor sunt foarte mici s-a introdus prin convenţie în 1961 **unitatea atomică** de masă care reprezintă a 12-a parte din masa izotopului de carbon C_6^{12}, astfel că

$$1u = \frac{m_{C_6^{12}}}{12} \approx 1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Masa atomică relativă este numărul care arată de câte ori este mai mare masa unui atom decât a 12-a parte din masa izotopului de carbon C_6^{12}.

Masa moleculară relativă este numărul care arată de câte ori este mai mare masa unei molecule decât a 12-a parte din masa izotopului de carbon C_6^{12}.

Molul este cantitatea de substanţă exprimată în grame numeric egală cu masa moleculară relativă. Cantitatea de substanţă ν este o mărime fundamentală.

Numărul de molecule dintr-un mol este acelaşi indiferent de natura substanţei şi se numeşte numărul lui Avogadro, având valoarea $N_A \approx 6.02 \cdot 10^{23}$.

Masa molară este o mărime fizică scalară definită prin raportul dintre masa m a substanţei şi cantitatea de substanţă, astfel că: $\mu = \frac{m}{\nu} = \frac{N}{N_A}$, unde m este masa substanţei şi N este numărul de particule ale acesteia. În sistemul internaţional masa molară se măsoară în kg/mol.

Masa unei particule este: $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$.

Volumul molar este o mărime fizică scalară definită prin raportul dintre volumul V ocupat de substanţă şi cantitatea de substanţă, astfel că: $V\mu = \frac{V}{\nu}$.

În condiţii normale de presiune p_0=1 atm şi temperatură t=0°C volumul molar este V_μ=22,42 L.

2. Sisteme termodinamice

Fenomenul termic se înţelege orice fenomen legat de mişcarea permanentă, dezordonată, spontană şi dependentă de temperatură la nivel molecular.

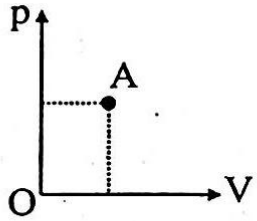
Sistemul termodinamic reprezintă orice corp sau ansambluri de corpuri bine delimitate. Corpurile ce nu fac parte din sistem formează mediul exterior.

Sistemele termodinamice pot fi izolate sau neizolate.

Sistemul termodinamic izolat este un sistem care nu schimbă cu mediul exterior nici masă şi nici energie.

Sistemul termodinamic neizolat este un sistem care poate schimba cu mediul exterior masă şi energie. Dacă sistemul schimbă energie fără să schimbe masă se numeşte închis, iar dacă schimbă şi masă şi energie se numeşte deschis.

Parametrii de stare sunt mărimi fizice măsurabile care cracterizează proprietăţile sistemului.



Parametrii de stare pot fi extensivi, dacă depind de părţile constituente ale sistemului (masa, volumul) sau pot fi intensivi dacă nu depind de părţile constituente ale sistemului (presiunea, temperatura).

Un sistem se află într-o **stare de echilibru termodinamic**, dacă parametrii de stare nu se modifică în timp. Într-o stare de echilibru termodinamică un fluid poate fi reprezentată grafic într-o diagramă Clapeyron (p,V) printr-un punct.

Un sistem se află într-o **stare de neechilibru termodinamic** dacă parametrii săi se modifică în timp.

Prin **transformare de stare** sau **proces** se înlege trecerea sistemului termodinamic dintr-o stare în altă stare.

Transformarea se numeşte **transformare cvasistatică** dacă parametrii de stare variază foarte lent astfel ca sistemul termodinamic să se afle în permanenţă în stări de echilibru termodinamic. Transformările cvasistatice se pot reprezenta grafic.

Transformarea se numeşte **transformare necvasistatică** dacă sistemul termodinamic pleacă dintr-o stare de echilibru termodinamic şi ajunge într-o stare de echilibru termodinamic trecând prin stări de neechilibru. Transformările necvasistatice nu se pot reprezenta grafic.

Transformarea ciclică este transformare în care sistemul termodinamic pleacă dintr-o stare de echilibru termodinamic şi ajunge în aceeaşi stare, adică starea finală coincide cu cea iniţială.

Transformarea reversibilă este acea trasformare în care în urma schimbării semnului de variaţie a parametrilor de stare, sistemul evoluează din starea finală în starea iniţială trecând prin aceleaşi stări intermediare de echilibru prin care a trecut în transformarea primară de la starea iniţială la starea finală fără ca în mediul exterior să se producă vreo modificare. Transformările reversibile sunt cvasistatice.

Transformarea ireversibilă este acea transformare care nu este reversibilă. Transformările necvasistatice sunt ireversibile.

3. Temperatura empirică şi temperatura absolută

Două sau mai multe sisteme termodinamice se află într-o stare de **echilibru termic** dacă atunci când sunt puse în contact termic şi sunt izolate de exterior, între ele nu are loc schimb de căldură. În general în urma contactului termic între corpuri are loc schimb de căldură.

Principiul echilibrului: Dacă un sistem este scos din starea de echilibru şi se izolează de mediul exterior el revine întotdeauna de la sine în starea de echilibru şi nu o poate părăsi fără acţiunea unei forţe exterioare.

Principiul tranzitivităţii echilibrului termic: Dacă sistemele termodinamice A şi B sunt în echilibru termic, iar B este în echilibru termic cu un al treilea sistem termodinamic C, atunci sistemele termodinamice A şi C sunt în echilibru termic.

Temperatura empirică este o mărime fizică scalară care caracterizează starea de echilibru termodinamic al unui sistem, astfel că sistemele aflate în echilibru termic au aceeaşi temperatură. Dacă două sisteme sunt în contact

termic şi există schimb de căldură, sistemul care cedează căldură are temperatură mai mare. Unitatea de măsură pentru temperatura empirică este gradul Celsius.

Temperatura absolută: Între temperatura exprimată în grade Celsius t şi temperatura absolută T, există relaţia: $T = t + 273{,}15$.

În sistemul internaţional temperatura absolută se măsoară în grade Kelvin, astfel că: $[T]_{SI} = K$.

4. Modelul gazului ideal

Cel mai simplu model folosit este **modelul gazului ideal.**

Proprietăţile acestuia sunt:

1. Gazul este format dintr-un număr mare de particule (atomi, molecule) identice.

2. Dimensiunile moleculelor sunt mici comparativ cu distanţele care le desparte, astfel că ele pot fi considerate puncte materiale.

3. Moleculele se află într-o mişcare haotică, continuă, astfel că luată separat mişcarea fiecărei molecule se supune legilor mişcării mecanicii clasice.

4. Forţele intermoleculare se neglijează, astfel că moleculele se mişcă liber, traiectoriile lor fiind linii drepte.

5. Ciocnirile dintre molecule şi pereţii vasului sunt perfect elastice, astfel că moleculele exercită o presiune asupra pereţilor vasului în care se află.

Presiunea este definită ca fiind raportul dintre o forţă exercitată perpendicular pe o suprafaţă şi mărimea acelei suprafeţe: $p = \frac{F}{S}$. În sistemul internaţional presiunea se măsoară în $[p]_{SI} = Pa = N/m^2$.

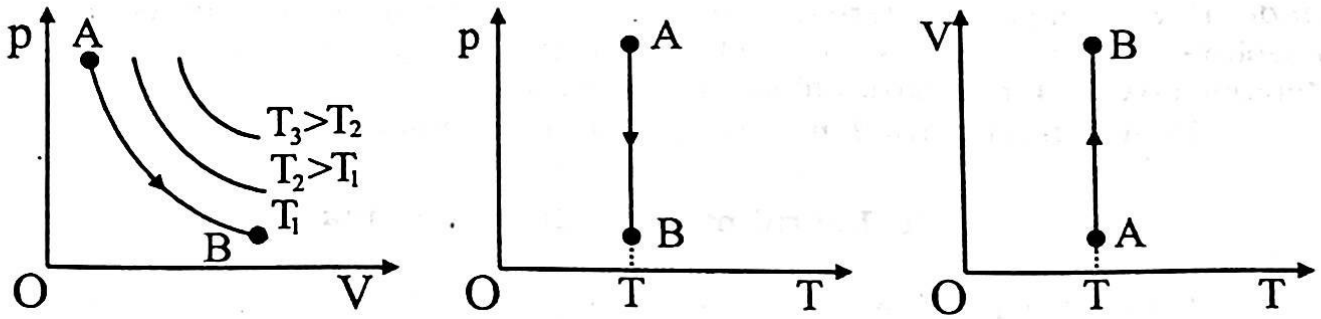
5. Ecuaţia termică de stare a gazului ideal

Ecuaţia termică de stare a gazului ideal stabileşte o legătură unică între parametrii de stare ai unui gaz ideal aflat în stare de echilibru termodinamic: $pV = \nu RT$, unde p este presiunea, V este volumul, ν este numărul de moli, T este temperatura absolută şi R=8,31 J/molK este constanta gazelor perfecte.

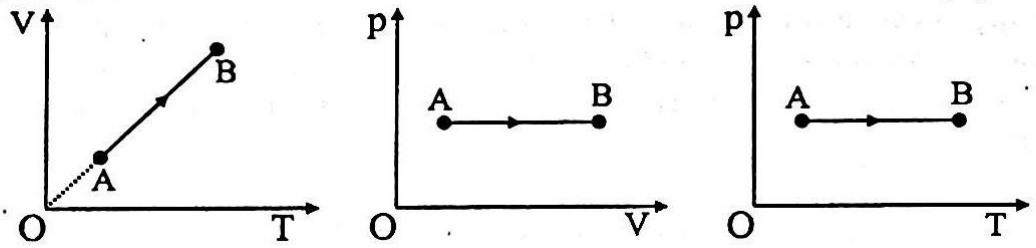
Transformările simple ale gazului ideal sunt acele transformări în decursul cărora masa gazului şi unul dintre parametrii gazului nu se modifică.

a. Trasformarea izotermă este transformarea în care m=ct şi T=ct.

În trasformarea izotermă a gazului ideal presiunea gazului variază invers proporţional cu volumul gazului, astfel că: $pV = const$.



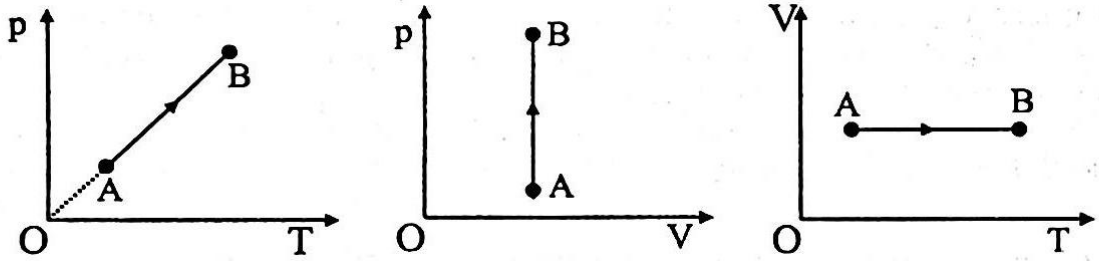
b. Trasformarea izobară este transformarea în care m=ct şi p=ct.



În trasformarea izobară a gazului ideal volumul gazului variază direct proporţional cu temperatura absolută a gazului, astfel că: $\frac{V}{T} = const$.

c. Trasformarea izocoră este transformarea în care m=ct şi V=ct.

În trasformarea izocoră a gazului ideal presiunea gazului variază direct proporţional cu temperatura absolută a gazului, astfel că: $\frac{p}{T} = const$.



Principiile termodinamicii

1. Energia internă

Energia internă a unui sistem termodinamic este definită prin suma dintre energiile cinetice ale mişcărilor de agitaţie termică ale tuturor moleculelor şi a energiilor potenţiale datorită interacţiunilor dintre moleculele sistemului şi energia potenţială datorată interacţiunilor dintre molecule şi mediul extern.

Pentru un gaz ideal energia internă este egală doar cu energia de agitaţie termică a moleculelor. Energia internă este o mărime fizică de stare şi este şi o mărime aditivă deoarece dacă fracţionăm sistemul în mai multe părţi, energia internă este suma energiilor interne ale părţilor componente.

Ecuaţia calorică de stare pentru gazul monoatomic este: $U = \frac{3}{2}\nu RT$, unde U este energia internă, ν este numărul de moli, T este temperatura absolută şi R este constanta gazelor perfecte. Energia internă a gazului ideal depinde doar de temperatura absolută a acestuia.

În sistemul internaţional energia internă se măsoară în $U_{SI} = J$.

2. Lucrul mecanic în termodinamică

Un sistem poate schimba cu mediul exterior energie fie sub formă de lucru mecanic, fie sub formă de căldură.

Dacă sistemul termodinamic părăseşte starea de echilibru termodinamic sub acţiunea unor forţe care modifică parametrii ce caracterizează dimensiunile sistemului atunci sistemul efecteuează lucru mecanic.

Parametrii de poziţie sunt acei parametrii de stare care depind de dimensiunile sistemului şi ale căror variaţii în timp ne indică că sistemul termodinamic părăseşte starea de echilibru în urma schimbului de lucru mecanic cu mediul exterior şi ne permit totodată să evaluăm acest lucru mecanic dacă cunoaştem forţele exterioare. Volumul este un parametru de poziţie.

a. În transformarea izocoră, volumul nu variază şi gazul nu schimbă lucru mecanic cu mediul exterior, astfel că $L_{izocor} = 0$.

Prin convenţie dacă volumul gazului creşte gazul efectuează lucru mecanic, iar dacă volumul gazului scade gazul primeşte lucru mecanic.

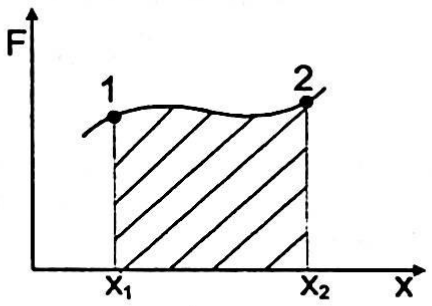
b. În transformarea izobară $L_{izobar} = p(V_f - V_i)$.

c. În transformarea izotermă $L_{izotermă} = \nu RT \ln \frac{V_f}{V_i}$.

În sistemul internaţional lucrul mecanic se măsoară în $[L]_{SI} = J$.

Interpretarea geometrică a lucrului mecanic:

Dacă presiunea unui gaz este reprezentată în funcţie de volumul acestuia, atunci aria cuprinsă între curba presiunii, axa volumului şi cele două ordonate construite prin extremităţi reprezintă fizic lucrul mecanic. Dacă transformarea este ciclică şi parcursă în sensul acelor de ceasornic lucrul mecanic pe acea transformare este pozitiv şi egal cu aria ciclului.



Lucrul mecanic este o mărime de proces.

Învelişul adiabatic este acel înveliş, care nu permite modificarea stării de echilibru termodinamic decât prin schimb de lucru mecanic între sistem şi mediul exterior. **Tranformarea adiabatică** este trasformarea care se realizează într-un înveliş adiabatic. Conform legii conservării energiei: $\Delta U = -L$, deoarece dacă energia internă a sistemului scade, atunci acesta efectuează lucru mecanic.

3. Căldura

Spunem că un sistem schimbă **căldură** cu mediul extern dacă starea de echilibru a sistemului termodinamic se modifică fără ca sistemul să schimbe energie cu mediul exterior sub formă de lucru mecanic. Conform legii conservării energiei: $\Delta U = Q$, deoarece dacă energia internă a sistemului creşte, atunci acesta primeşte căldură. Căldura este o mărime fizică scalară de proces.

În sistemul internaţional presiunea se măsoară în $[Q]_{SI} = J$.

4. Coeficienţi calorici

Coeficienţii calorici sunt mărimi fizice care stabilesc o legătură cantitativă între cantitatea de căldură schimbată de un corp şi variaţia corespunzătoare a temperaturii acestuia. Coeficienţi calorici depind de natura corpului şi de condiţiile fizice în care se realizează schimbul de căldură.

1. Capacitatea calorică este mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară unui corp pentru a-şi varia temperatura cu un grad. Astfel: $C = \frac{Q}{\Delta T}$.

Capacitatea calorică este o mărime fizică caracteristică corpului.

În sistemul internaţional capacitatea calorică se măsoară în $[C]_{SI} = J/K$.

2. Căldura specifică este mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară unui corp cu masa de 1 kg pentru a-şi varia temperatura cu un grad. Astfel: $c = \frac{Q}{m\Delta T}$. Căldura specifică este o mărime fizică caracteristică substanţei.

Între capacitatea calorică şi căldura specifică există relaţia $C = mc$.

În sistemul internaţional căldura specifică se măsoară în $[c]_{SI} = J/kgK$.

3. Căldura molară este mărimea fizică numeric egală cu căldura necesară unui mol de substanţă pentru a-şi varia temperatura cu un grad. Astfel: $C = \frac{Q}{\nu\Delta T}$. Căldura molară este o mărime fizică care depinde de condiţiile în care se face schimbul de căldură. Între căldura specifică c şi căldura molară C există relaţia $C = \mu c$.

În sistemul internaţional căldura molară se măsoară în $[C]_{SI} = J/molK$.

5. Primul principiu al termodinamicii

Un sistem schimbă energie cu mediul exterior în general şi sub formă de căldură şi sub formă de lucru mecanic.

Enunţ: În orice transformare variaţia energiei interne depinde doar de stările iniţială şi finală ale sistemului fiind independentă de stările intermediare prin care trece sistemul.

Enunţ: Pentru orice sistem termodinamic închis există o mărime de stare numită energie internă a cărei variaţie ΔU în cursul unui proces este dată de relaţia: $\Delta U = Q - L$.

Aplicaţii ale principiului întâi.

1. Transformarea izocoră:

Din L=0 şi cum $\Delta U = Q_v$, iar $C_v = \frac{Q_v}{\nu\Delta T} \Rightarrow Q_v = \nu C_v \Delta T$, astfel că $\Delta U = \nu C_v \Delta T$.

2. Transformarea izobară:

$$L_{izobar} = p(V_f - V_i) = pV_f - pV_i = \nu RT_f - \nu RT_i = \nu R(T_f - T_i) = \nu R\Delta T.$$

Cum $C_p = \frac{Q_p}{\nu\Delta T} \Rightarrow Q_p = \nu C_p \Delta T$, iar $\Delta U = \nu C_v \Delta T$ deoarece variaţia energiei interne depinde doar de stările iniţială şi finală ale sistemului fiind independentă de stările intermediare prin care trece sistemul, atunci din primul principiu al termodinamicii $Q = \Delta U + L \Rightarrow \nu C_p \Delta T = \nu C_v \Delta T + \nu R\Delta T \Rightarrow$ obţinem:

Relaţia lui Robert Mayer: $C_p = C_v + R \Rightarrow C_p > C_v$ sau $\mu c_p = \mu c_v + R$

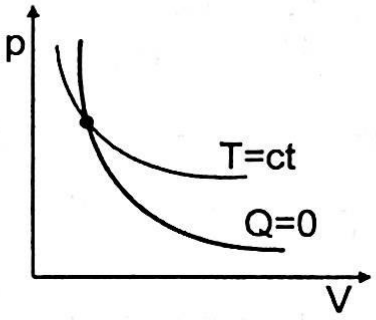
3. Transformarea izotermă:

$L_{izoterm} = \nu RT \ln \frac{V_f}{V_i}$ şi cum $\Delta U = \nu C_v \Delta T = 0$ din primul principiu obţinem:

$$Q_{izoterm} = L_{izoterm} = \nu RT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

4. Transformarea adiabatică:

$Q=0$ şi din primul principiu obţinem $L=-\Delta U=-\nu C_v\Delta T$.



În coordonate p şi V ecuaţia trasformării adiabatice este $pV^\gamma=ct$, unde $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$ se numeşte exponentul adiabatic. γ este adimensional şi supraunitar.

În coordonate p şi V adiabata este mai înclinată decât transformarea izotermă.

Din ecuaţia $pV^\gamma=ct$ şi ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT$ prin împărţirea relaţiilor obţinem ecuaţia procesului adiabatic în coordonate T şi V, astfel că: $TV^{\gamma-1}=ct$.

Din relaţia lui Mayer $C_p=C_v+R$ şi din definiţia exponentului adiabatic $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$ obţinem: $C_v=\frac{R}{\gamma-1}$ şi $C_p=\frac{\gamma R}{\gamma-1}$.

6. Principiul al doilea al termodinamicii

1. Formularea Thompson: Într-o transformare ciclică monotermă reversibilă sistemul termodinamic nu poate efectua lucru mecanic asupra mediului exterior. Dacă transformarea ciclică monotermă este şi reversibilă atunci sistemul primeşte lucru mecanic de la mediul exterior.

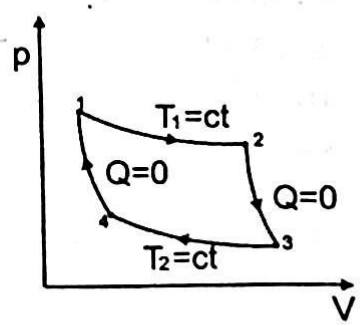
2. Formularea Clausius: Nu este posibilă o transformare care să aibă ca rezultat trecerea de la sine a căldurii de la un corp cu temperatură dată la un corp cu temperatură mai ridicată.

7. Motoare termice

Motorul termic este un dispozitiv care funcţionând după o transformare ciclică transformă o parte din căldura primită în lucru mecanic.

Randamentul motorului termic reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat pe un ciclu şi cantitatea de căldură primită, astfel că: $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$. Cum într-o trasformare ciclică $\Delta U=0$ şi $\Delta U=Q_t-L_{ciclu}=0\Rightarrow L_{ciclu}=Q_t=Q_{primit}-|Q_{cedat}|$.

Obţinem $\eta=1-\frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$. Randamentul motorului termic este întotdeauna adimensional şi subunitar.



Ciclul Carnot

Ciclul Carnot este un ciclu ideal format din două izoterme şi două adiabate.

Randamentul ciclului Carnot este

$\eta_C = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$. Din ecuațiile trasformărilor adiabatice 2-3 și 4-1 obținem: $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$ și $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$. Prin împărțirea relațiilor obținem: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$, astfel că randamentul ciclului Carnot este $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Randamentul ciclului Carnot nu depinde de natura substanței de lucru și depinde doar de temperaturile absolute ale surselor utilizate.

Randamentul ciclului Carnot este cel mai mare randament comparativ cu randamentul unei mașini termice reale care ar funcționa între aceleași temperaturi T_1 și T_2 extreme.

Motorul Otto

Motorul Otto este un motor cu aprindere prin scânteie, combustibilul folosit fiind un amestec de vapori de benzină și aer.

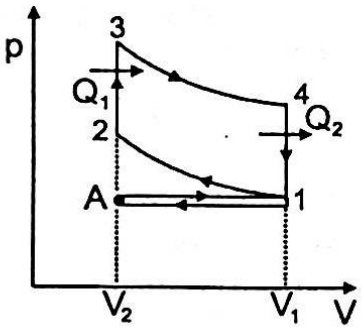
Motorului Otto este un motor în patru timpi, iar ciclul este format din două adiabate și două izocore.

Primul timp este admisia amestecului carburant la presiunea atmosferică și este reprezentată prin izobara A-1. Pistonul se deplasează din punctul mort superior (PMS) în punctul mort inferior (PMI) și în cilindru prin supapa de admisie aflată deschisă pătrunde amestecul carburant.

Timpul al doilea se numește compresia amestecului carburant. Când pistonul a ajuns în PMI, supapa de admisie se închide și pistonul se deplasează brusc spre PMS comprimând adiabatic amestecul carburant.

Timpul al treilea reprezintă arderea și detenta. Când pistonul a ajuns în PMS o bujie produce o scânteie care aprinde brusc amestecul carburat, asfel că arderea se produce practic izocor. Ulterior gazele arse împing pistonul din PMS în PMI efectuând lucrul mecanic

Timpul al patrulea reprezintă evacuarea gazelor arse. Când pistonul a ajuns în PMI, supapa de evacuare se deschide și datorită diferenței de presiune dintre gazele din cilindru și cele din afară cea mai mare parte din gazele arse vor fi evacuate izocor. Ulterior cu supapa de evacuare deschisă pistonul revine din PMI în PMS și evacuează izobar la presiunea atmosferică restul de gaze arse, izobara A-1.



Prin definiție randamentul ciclului este : $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Cum pe transformările 2-3 și 4-1 nu se schimbă căldură cu mediul extern atunci $Q_{23} = Q_{31} = 0$. Calculăm căldurile pe celelalte două transformări. Pe transformarea 1-2, $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) > 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură.

Pe transformarea 3-4 $Q_{34} = \nu C_v (T_4 - T_3) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$

Scriem ecuaţia proceselor adiabatice în coordonate V şi T astfel că:

$$T_2V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_3\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_3\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_3\varepsilon^{\gamma-1} \text{ şi}$$

$$T_4V_4^{\gamma-1} = T_1V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_4\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_4\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_4\varepsilon^{\gamma-1} \Rightarrow$$

randamentul ciclului Otto este : $\eta = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_3\varepsilon^{\gamma-1} - T_4\varepsilon^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$.

Motorul Diesel

Motorul Diesel este un motor ce foloseşte drept combustibil motorina şi este un motor cu aprindere prin compresie sau autoaprinde.

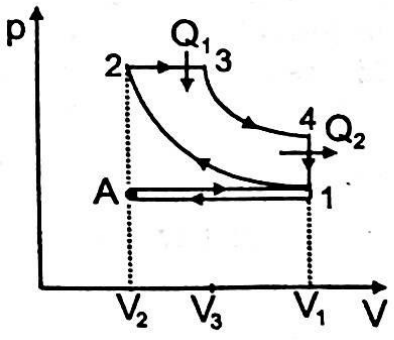
Motorul Diesel este tot un motor în patru timpi al cărui ciclu de fucţionare conţine două adiabate, o izobară şi o izocoră.

Primul timp este admisia aerului la presiunea atmosferică şi este reprezentată prin izobara A-1. Pistonul se deplasează din punctul mort superior (PMS) în punctul mort inferior (PMI) şi în cilindru prin supapa de admisie aflată deschisă aerul pătrunde în cilindru.

Timpul al doilea se numeşte compresia aerului. Când pistonul a ajuns în PMI, supapa de admisie se închide şi pistonul se deplasează brusc spre PMS comprimând adiabatic aerul.

Timpul al treilea reprezintă arderea şi detenta. Când pistonul a ajuns în PMS un injector introduce în cilindru picături fine de motorină. Picăturile coboară datorită propriei lor greutăţi, se freacă de aerul fierbinte, se încălzesc şi se autoaprind. Motorina arde pe măsură ce este introdusă în cilindru şi din această cauză arderea se face izobar. Ulterior gazele arse împing pistonul din până PMI efectuând lucrul mecanic

Timpul al patrulea reprezintă evacuarea gazelor arse. Când pistonul a ajuns în PMI, supapa de evacuare se deschide şi datorită diferenţei de presiune dintre gazele din cilindru şi cele din afară cea mai mare parte din gazele arse vor fi evacuate izocor. Unterior cu supapa de evacuare deschisă pistonul revine din PMI în PMS şi evacuează izobar la presiunea atmosferică restul de gaze arse, izobara A-1.



Conform formulei randamentului: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare. $Q_{12} = 0$;

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_3V_3 - p_2V_2) \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_2(V_3 - V_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_2V_2(\rho - 1) > 0$$

Utilizăm ecuaţia transformarii adiabatice 1-2 scrisă în coordonate p şi V astfel că:

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = p_1\varepsilon^\gamma \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma-1}p_1\varepsilon^\gamma\frac{V_1}{\varepsilon}(\rho-1) = \frac{\gamma}{\gamma-1}p_1V_1\varepsilon^{\gamma-1}(\rho-1);\ Q_{34} = 0;$$

$$Q_{41} = \nu C_v(T_1 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma-1}(T_1 - T_4) = \frac{p_1V_1 - p_4V_4}{\gamma-1} \Rightarrow Q_{41} = \frac{V_1(p_1 - p_4)}{\gamma-1} < 0 \Rightarrow$$

pe transformarea 4-1 gazul cedează căldură.

Scriem ecuaţia procesului adiabatic 3-4 în coordonate p şi V:

$$p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = p_2\left(\frac{\rho V_2}{V_1}\right)^\gamma = p_2\rho^\gamma\frac{1}{\varepsilon^\gamma} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\rho-1)}$$

8. Calorimetrie

Calorimetria se ocupă cu măsurarea căldurii şi a căldurii specifice.

Principiile calorimetriei sunt:

1. Într-un sistem izolat, format din corpuri cu temperaturi diferite, aflate în contact, după un anumit interval de timp, toate corpurile ajung la aceeaşi temperatură, realizându-se echilibrul termic, astfel că cele calde cedează căldură iar cele reci primesc căldură.

2. Căldura primită de un corp să se încălzească cu un număr de grade este egală cu modulul căldurii restituite ca să se răcească cu acelaşi număr de grade.

3. Dacă mai multe corpuri aflate la temperaturi diferite se află într-o incintă adiabatică, acestea fiind puse în contact termic ele schimbă căldură între ele astfel că suma căldurilor primite este egală cu modulul sumei căldurilor cedate. Conform convenţiei de semne $\sum Q_i = 0$, adică suma algebrică a căldurilor schimbate între corpurile aflate în incinta adiabatică este nulă.

9. Transformări de fază

Transformărea de fază reprezintă trecerea de la o stare de agregare la altă stare de agregare. Trecerea de la o strare mai ordonată la una mai puţin ordonată se face cu absorbţie de căldură numita căldură latentă, iar trecerea inversă de la o stare dezordonată la un o stare ordonată se face cu cedare de căldură. Căldura latentă specifică reprezintă raportul dintre cădura latentă Q şi masa substanţei m, astfel că $\lambda = \frac{Q}{m}$, unde λ este căldura latentă specifică.

Există trei tipuri de schimbări de fază.

1. Vaporizarea şi condensarea.

Prin **vaporizare** substanţa trece de la faza lichidă la cea gazoasă şi necesită absorbţie de căldură.

Vaporizarea se poate realiza în volum limitat sau în volum nelimitat.

Vaporizarea în volum limitat se poate realiza în vid sau atmosferă limitată.

a. Vaporizarea în vid este instantanee şi se realizează până când presiunea vaporilor obţinuţi atinge le temperatura de lucru o presiune maximă numită presiune a vaporilor saturanţi

Proprietăţile presiunii vaporilor saturanţi:

a. presiunea vaporilor saturanţi rămâne constantă dacă temperatura nu se modifică

b. presiunea vaporilor saturanţi depinde numai de natura lichidului din care au provenit la o temperatură dată

c. presiunea vaporilor saturanţi nu depinde de masa lichidului şi nici de masa vaporilor aflaţi în contact

b. Vaporizarea în atmosferă limitată nu este instantanee ci lentă şi se realizează până când atmosfera se saturează cu vaporii lichidului care se vaporizează la temperatura de lucru, adică vaporii devin saturanţi. În acest caz presiunea unui amestec de gaze şi de vapori saturanţi este egală cu suma presiunilor pe care le-ar avea fiecare component în parte dacă ar ocupa singur întreg volumul la aceeaşi temperatură.

c. Vaporizarea la suprafaţă, numită şi **evaporare** se poate realiza numai dacă sunt îndeplinite simultan două condiţii:

1.c. mediul ambiant al lichidului să nu fie saturat cu vaporii lichidului, astfel că presiunea p a vaporilor în atmosfera ambiantă la temperatura mediului să fie mai mică decât presiunea p_m a vaporilor saturanţi ai lichidului la acea temperatură ($p<p_m$)

2.c. Presiunea atmosferică H la acel moment să fie mai mare decât presiunea p_m a vaporilor saturanţi la temperatura lichidului ($H>p_m$)

Viteza de evaporare este: $v = k\frac{S(p_m - p)}{H}$, unde k este o constantă ce include viteza vântului iar S este suprafaţa liberă a lichidului.

d. Vaporizarea în toată masa lichidului sau **fierberea** se bazează pe două legi:

1.d. Un lichid începe să fiarbă la presiune constantă dacă temperatura vaporilor din imediata vecinătate a lichidului, numită temperatură de fierbere rămâne constantă. Temperatura de fierbere este specifică fiecărui lichid la aceeaşi presiune exterioară. Dacă presiunea exterioară se modifică temperatura de fierbere se modifică, astfel că temperatura de fierbere creşte cu creşterea presiunii exteriore.

2.d. Un lichid începe să fiarbă atunci când presiunea maximă a vaporilor săi este egală cu presiunea de deasupra lichidului.

Condensarea este trecerea de la faza gazoasă la cea lichidă şi se realizează cu cedare de căldură.

Procesele de vaporizare şi condensare se produc mai uşor în prezenţa germenilor (praf, impurităţi, etc).

2. Topirea şi solidificarea

Topirea unei substanţe solide reprezintă trecerea de la faza solidă la cea lichidă şi necesită absorbţie de căldură.

Topirea unei substanţe solide se produce la o temperatură bine determinată, numită temperatură de topire, dacă presiunea exterioară este constantă. Dacă presiunea exterioară se modifică se modifică şi temperatura de topire a substanţei. În general prin topire substanţele îşi măresc volumul, astfel

că la acestea cu creşterea presiunii externe creşte şi temperatura de topire. Există şi substanţe care prin topire îşi micşorează volumul (apa, bismutul, germaniul) care îşi scad temperatura de topire cu creşterea presiunii externe.

Solidificarea reprezintă trecerea de la faza lichidă la cea solidă şi se realizează cu cedare de căldură.

Dacă un lichid cristalizează în jurul unui singur germene se obţine un monocristal, dar dacă în topitură se află mai mulţi germeni atunci solidul obţinut va avea o structură policristalină.

3. Sublimare şi desublimare

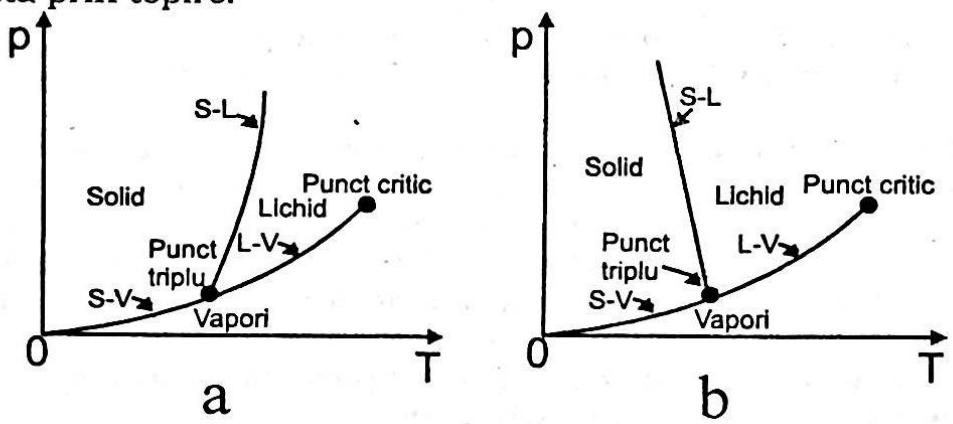
Sublimarea înseamnă trecerea de la faza solidă direct la faza gazoasă şi se realizează cu absorbţie de căldură.

Desublimarea înseamnă trecerea de la faza gazoasă direct la faza solidă şi se realizează cu cedare de căldură.

4. Diagrama de fază

Unind cele trei diagrame într o singură diagramă se obţine o singură diagramă în care cele trei curbe se întâlnesc într-un punct numit punct triplu. Punctul triplu reprezintă starea unică în care se află în echilibru de fază toate cele trei stări de agregare. Parametrii p_t şi T_t variază cu natura substanţei dar sunt ficşi pentru o substanţă dată.

Digramele de fază pentru o substanţă cu trei faze sunt redate mai jos, astfel în cazul **a** substanţa se dilată prin topire, iar în cazul **b** substanţa se contractă prin topire.



Kelvinul reprezintă a 273,16 parte din temperatura stării triple a apei.

Punctele situate pe curbe reprezintă stări de echilibru în care coexistă două stări de agregare în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură. Spunem că două faze ale unei substanţe sunt în echilibru de fază dacă în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură masa fiecărei faze nu se modifică pe seama celeilalte.

Dacă o substanţă prezintă mai multe faze, diagrama va prezenta mai multe puncte triple iar substanţa se numeşte polimorfă.

1. ELEMENTE DE TERMODINAMICĂ

1.1. Noţiuni termodinamice de bază

1. Fie o masă m=2 kg de monoxid de azot NO. Se cunosc masele atomice relative ale oxigenului m_O=16 şi azotului m_N=14. Să se afle:
a. masa molară a substanţei
b. numărul de molecule conţinute în masa m
c. masa unei molecule de NO
d. distanţa medie dintre moleculele gazului în condiţii fizice normale

2. Cunoscând densitatea apei (H_2O) în stare lichidă ρ=1 g/cm^3 şi masele molare ale hidrogenului μ_{H2}=2 g/mol, respectiv a oxigenului μ_{O2}=32 g/mol, să se afle:
a. masa unei molecule de apă
b. volumul care revine, în medie, unei molecule de apă, considerând moleculele de apă dispuse una în contact cu alta
c. numărul de molecule care se găsesc într-o masă m=10 mg de apă
d. volumul ocupat de 10 g vapori de apă consideraţi gaz ideal la presiunea p=1,5·10^5 N/m^2 şi temperatura t=227^{0}C

3. Într-o incintă cu volumul V=10 L se află vapori de apă la presiunea p=2·10^5 N/m^2 şi la temperatura t=100^{0}C. Se cunosc masa molară a apei $\mu_{apă}$=18 g/mol şi unitatea atomică de masă 1u=1,67·10^{-27} kg. Să se afle:
a. cantitatea de vapori apă aflată în recipient
b. masa unei molecule de apă exprimată în unităţi atomice de masă
c. densitatea vaporilor
d. presiunea finală din incintă, dacă gazul de încălzeşte astfel încât temperatura absolută a acestuia se triplează

4. Într-un vas de sticlă închis se află N=3,01·10^{24} molecule de azot molecular (μ_{N2}=28 g/mol), la temperatura t=27^{0}C şi presiunea p=150 kPa. Să se afle:
a. masa gazului
b. numărul de molecule din unitatea de volum aflate în vas
c. numărul de molecule din vas după ce s-au scos f=40% molecule din acesta
d. noua valoare a presiunii gazului dacă, fără a se modifica temperatura, se scot f=40% din moleculele din vas

5. Într-o butelie de volum V=24,93 L se află hidrogen (μ=2 g/mol), considerat gaz ideal, la presiunea p=12·10^5 Pa şi temperatura t=27^{0}C. La un moment dat din butelie începe să iasă gaz. Masa gazului care părăseşte butelia reprezintă o fracţiune f=30% din masa iniţială. Să se afle:
a. numărul de molecule ale gazului în starea iniţială
b. masa de H_2 rămas în butelie
c. numărul de molecule de hidrogen care au părăsit incinta
d. valoarea presiunii p' a gazului rămas în butelie, presupunând că temperatura s-a menţinut constantă

6. Într-un balon cu pereţi rigizi, de volum V=4 L, se află m=1,28 g oxigen (μ=32 g/mol), la presiunea p_1=66,48 kPa. În urma încălzirii oxigenului până la temperatura t_2=1727^{0}C gazul ajunge într-o nouă stare de echilibru, în care toată cantitatea de oxigen a disociat în atomi. Să se afle:
a. temperatura gazului în starea iniţială
b. densitatea gazului în stare iniţială
c. numărul de moli în starea finală

d. presiunea gazului în starea finală

7. O butelie având volumul V=50 dm^3 conţine oxigen (μ=32 g/mol) la presiunea p=5,8·10^5 Pa şi temperatura t=17°C. Pentru efectuarea unei operaţii de sudură se consumă, din butelie, D_m=4 g de oxigen într-un minut. Să se afle:
a. cantitatea de oxigen din butelie în starea iniţială
b. densitatea oxigenului din butelie în starea iniţială
c. timpul după care, consumându-se oxigen din butelie, presiunea oxigenului scade la jumătate din valoarea iniţială, dacă temperatura gazului rămâne constantă
d. presiunea pe care o are oxigenul din butelie după un interval de timp Δt=10 min de consum de oxigen dacă temperatura oxigenului din butelie rămâne constantă

8. Într-o butelie cu volumul V=5 L se află oxigen (μ_{O2}=32 kg/kmol) cu presiunea de p=2,5·10^5 N/m^2 la temperatura t=27°C. Butelia se deschide şi gazul iese din butelie. Cunoscând presiunea atmosferică normală p_0=10^5 N/m^2 din exteriorul buteliei şi că temperatura gazului din butelie nu se modifică, să se afle:
a. numărul iniţial de molecule de gaz din butelie
b. densitatea gazului din butelie în condiţiile date
c. raportul dintre masa gazului care rămâne în butelie şi masa gazului care a ieşit din butelie
d. cantitatea de gaz care rămâne în butelie

9. O anvelopă are volumul V=10 L şi este umflată cu aer la presiunea p_i=1,6·10^5 Pa şi la temperatura t=27°C. Se introduce cu un corp de pompă cu volumul V_1=0,1 L, o cantitate de aer la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 Pa şi la aceeaşi temperatură prin pompări succesive, până când presiunea în anvelopă devine p_f=1,8·10^5 Pa (μ_{aer}=28,9·10^{-3} kg/mol). Se consideră că la fiecare pompare se introduce aceeaşi masă de gaz în corpul de pompă. Să se afle:
a. densitatea gazului din anvelopă în stare iniţială
b. masa de aer care pătrunde în corpul de pompă la o singură pompare
c. numărul de moli final din anvelopă
d. de câte ori se apasă corpul de pompă, pentru a mări presiunea în anvelopă?

10. O pompă de compresie cu volumul V_0=1 L introduce aer la presiunea atmosferică p_0=10^5 Pa şi la temperatura t=27°C într-un balon de sticlă cu pereţi subţiri. Iniţial în balonul cu volumul V=10 L se află aer la presiunea atmosferică şi la aceeaşi temperatură. Masa molară a aerului este μ=29 g/mol. Să se afle:
a. numărul de molecule introduse la o singură pompare
b. densitatea aerului din balon în situaţia iniţială
c. masa introdusă după N=10 pompări
d. numărul de pompări după care pereţii balonului se sparg dacă pereţii rezistă la o diferenţă de presiune mai mare cu Δp=4p_0

11. Într-un vas cu volumul V=10 L se află aer cu masa molară μ=29 g/mol la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 Pa. La vas se cuplează o pompă de vidare cu volumul V_1=0,2 L, pentru a scădea presiunea la valoarea p=10^2 Pa. Temperatura se păstrează constantă la t=27°C. Să se afle:
a. numărul de molecule din butelie în starea iniţială
b. numărul de molecule din butelie după vidare
c. numărul de curse pe care trebuie să le efectueze pompa

d. Justificaţi dacă numărul de molecule preluate de corpul de pompă pe măsură ce pompa videază creşte sau scade

12. O butelie de oţel cu volumul V=30 L care conţine oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) la presiunea $p_1=7{,}2\cdot10^6$ Pa şi temperatura T_1=300 K. Datorită unei fisuri se pierde gaz, astfel că la temperatura T_2=290 K presiunea oxigenului a devenit $p_2=2{,}9\cdot10^6$ Pa. Să se afle:
a. masa iniţială de oxigen din butelie
b. masa de oxigen care a părăsit butelia
c. numărul de molecule de oxigen aflate în final în butelie
d. masa de aer (μ_{aer}=29 g/mol) care trebuie introdusă în butelia în care presiunea este p_2 pentru a restabili presiunea p_1 dacă se păstrează constantă temperatura T_2

13. Un rezervor metalic este umplut cu aer comprimat (μ_r=29 g/mol) având presiunea $p=2{,}5\cdot10^5$ Pa şi temperatura T_1=300 K. Datorită încălzirii mediului ambiant temperatura aerului din rezervor a crescut la T_2=310 K. Pentru ca presiunea în rezervor să rămână constantă o masă Δm=6 kg de aer este eliminată în exterior prntr-o supapă de siguranţă. Să se afle:
a. densitatea iniţială a aerului din rezervor
b. numărul de moli care au părăsit rezervorul
c. volumul rezervorului
d. masa de aer rămasă în rezervor

14. Un recipient conţine un gaz care are masa m=50 g şi masa molară μ=2g/mol. Gazul se află la presiunea $p=2\cdot10^5$ N/m^2 şi temperatura t=27°C. Să se afle:
a. numărul de moli din recipient
b. numărul de molecule din unitatea de volum
c. presiunea care se stabileşte în recipiente, dacă recipientul iniţial se leagă cu un al doilea recipient cu volumul $V_2=3V_1$ printr-un tub de volum neglijabil. În al al doilea recipient se află gaz la presiunea $p_2=10^5$ N/m^2 şi ambele recipiente se află la acceaşi temperatură
d. presiunea amestecului de la punctul **c.**, dacă temperatura absolută se dublează

15. O butelie cu volumul V=8,31 L conţine m_1=8 g de oxigen şi m_2=21 g de azot la temperatura t=27°C. Masele molare ale oxigenului şi azotului sunt μ_1=32 g/mol şi μ_2=28 g/mol. Butelia rezistă până la o presiune maximă $p_{max}=6\cdot10^5$ N/m^2. Să se afle:
a. presiunea amestecului din butelie
b. numărul de molecule de azot din butelie
c. masa molară a amestecului
d. temperatura maximă la care poate fi încălzită butelia fără să explodeze

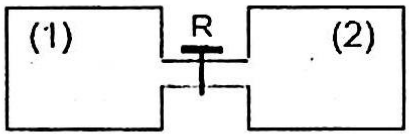
16. Într-un vas cu volumul V=8,31 L se află ν_1=4 moli de azot (μ_{N2}=28 g/mol) la temperatura t=27°C. Să se afle:
a. presiunea gazului din vas
b. masa iniţială de azot din vas
c. noua presiune din vas, dacă în acesta se mai introduc ν_2=2 moli de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) şi ν_3=6 moli de hidrogen (μ_{H2}=2 g/mol) iar temperatura amestecului creşte cu Δt=100°C
d. masa molară a amestecului obţinut la punctul **c.**

17. Într-un balon cu pereți rigizi cu volumul V=83,1 L se află un număr N=18,06·10^{23} molecule de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) la temperatura t=47°C. Să se afle:
a. masa și densitatea oxigenului din balon
b. presiunea oxigenului din balon
c. concentrația volumică a moleculelor din balon, după introducerea unei mase de heliu m_{He}=28 g (μ_{He}=4 g/mol)
d. masa molară a amestecului de gaze în condițiile punctului **c.**

18. Un amestec format din m_{He}=3,2 kg de He (μ_{He}=4 g/mol) și m_{Ne}=4 kg de Ne (μ_{Ne}=20 g/mol) se află într-un vas cu volumul V_1=3,6 m^3 la aceeași temperatură. Să se afle:
a. numărul total de molecule din amestec
b. raportul dintre masa unei molecule de neon și a unei molecule de heliu
c. dacă vasul este pus în legătură printr-un tub de volum neglijabil cu un alt vas, inițial vidat și cu volumul V_2=6,4 m^3, să se afle presiunea care se stabilește în cele două vase la temperatura t=27°C
d. masa molară a amestecului

19. Într-un vas închis, cu pereți rigizi se află în condiții fizice normale (p_0=10^5 N/m^2 și t_0=0°C) un amestec de gaze, considerat gaz ideal, format dintr-un număr N_1=12,04·10^{23} molecule de azot (μ_1=28 g/mol) și un număr N_2 molecule de oxigen (μ_2=32 g/mol), masa molară a amestecului fiind μ=29 g/mol. Să se afle:
a. masa azotului din vas
b. numărul N_2 de molecule de oxigen din vas
c. concentrația volumică a moleculelor n
d. densitatea amestecului format din cele două gaze

20. În două vase de volume egale, V_1=V_2=8,31 L, conectate printr-un tub de volum neglijabil, se află gaze considerate ideale la aceeași temperatură t=127°C. Inițial, robinetul R este închis ca în figura. alăturată. În vasul (1) se află υ_1=0,025 mol de gaz cu masa molară μ_1=4 g/mol, la presiunea p_1=10^4 Pa. Gazul din vasul (2) are presiunea p_2=10^6 Pa și masa molară μ_2. După deschiderea robinetului R, amestecul format are masa molară μ_{med} ≈15,88 g/mol. Să se afle:



a. cantitatea de substanță de vasul (2)
b. masa molară μ_2
c. presiunea care se stabilește în vase după deschiderea robinetului
d. masa de gaz care a trecut din vasul (2) în vasul (1) după deschiderea robinetului

21. O butelie având volumul V_1=10 L conține aer la presiunea p_1=2·10^5 Pa. Altă butelie, având volumul V_2=5 L, conține azot la presiunea p_2=3·10^5 Pa. Cele două butelii sunt legate printr-un tub cu volum neglijabil prevăzut cu o membrană care se sparge dacă diferența dintre presiunile celor două gaze este Δp=2·10^5 Pa. Ambele gaze, se află la temperatura t=7°C. Masa molară a aerului este μ_1=29 g/mol, iar cea a azotului μ_2=28 g/mol. Să se afle:
a. numărul de molecule din aerul aflat în prima butelie
b. masa unei molecule de azot
c. masa minimă de azot care trebuie introdusă suplimentar în butelia de volum V_2 pentru a produce spargerea membranei

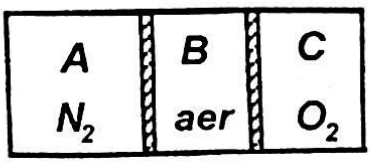
d. masa molară a amestecului obținut după spargerea membranei, ca urmare a introducerii azotului suplimentar

22. Un balon cu pereți rigizi, închis cu un robinet, conține un amestec de două gaze la presiunea $p=2\ 10^5$ Pa și temperatura $t=7°C$. Între masele celor două gaze există relația $m_1=3m_2$. Masa molară a primului gaz din amestec este $\mu_1=4$ g/mol, iar masa molară a amestecului este $\mu=3{,}2$ g/mol. Să se afle:
a. masa molară a celui de-al doilea gaz din amestec
b. densitatea amestecului
c. volumul interior al balonului presupunând că masa primului gaz este $m_1=2{,}4$g
d. fracțiunea din masa de gaz conținută inițial în balon care a ieșit dacă robinetul este deschis pentru un scurt interval de timp o parte din gaz iese ceea ce determină scăderea presiunii cu 25% și scăderea temperaturii cu 20%

23. Într-o butelie pentru scufundări subacvatice se găsește un amestec de oxigen O_2 și azot N_2 (gaze cu comportare considerată ideală) la presiunea $p=5p_0$. Cantitatea de oxigen reprezintă $f=25\%$ din cantitatea totală de substanță din butelie. Cunoscând $\mu_{N2}=28$ g/mol, $\mu_{O2}=32$ g/mol, să se afle:
a. raportul maselor de oxigen și de azot din amestec
b. presiunea pe care ar avea-o oxigenul dacă, la aceeași temperatură, ar rămâne singur în butelie
c. masa molară medie a amestecului din butelie
d. cu cât se modifică masa molară a amestecului, dacă înlocuim a 15-a parte din cantitatea de azot cu un număr egal de moli de argon ($\mu_{Ar}=40$ g/mol)?

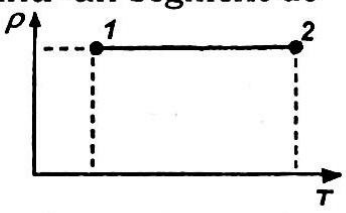
24. O sondă spațială explorează atmosfera planetei Marte. La nivelul suprafeței planetei, presiunea p_1 reprezintă 0,7% din presiunea atmosferică normală pe Pământ, p_0. Într-un corp de pompă este recoltată o probă care conține un amestec de gaze (cu comportare pe care o presupunem ideală) la presiunea p_1: 19,2 mol de dioxid de carbon CO_2, 0,5 mol de azot N_2 și 0,3 mol de argon Ar. Cunoscând $p_0=10^5$ N/m^2, masele atomice relative ale argonului, azotului, respectiv ale oxigenului $A_{Ar}=40$, $A_N=14$, $A_C=12$, $A_O=16$, precum și densitatea amestecului $\rho=1{,}3$ g/m^3, să se afle:
a. masa m_{01} a moleculei de dioxid de carbon
b. raportul dintre presiunea pe care ar avea-o argonul dacă, la aceeași temperatură, ar rămâne singur în butelie și presiunea la care se află amestecul în corpul de pompă
c. masa molară a amestecului gazos
d. temperatura amestecului din corpul de pompă

25. Un cilindru orizontal este împărțit în trei compartimente A, B și C ca în figura alăturată. Compartimentul A are volumul $V_A=2{,}24$ L și conține azot ($\mu_{N2}=28$ g/mol) cu densitatea $\rho=1{,}25$ kg/m^3. În compartimentul B se află o masă $m=1$ g de aer ($\mu_{aer}=29$ g/mol), iar în compartimentul C se află un număr $N_3=4\cdot10^{22}$ molecule de oxigen ($\mu_{O2}=32$ g/mol). Să se afle:
a. numărul de moli de azot din compartimentul A
b. numărul de molecule de aer din compartimentul B
c. masa de oxigen din compartimentul C
d. masa molară a amestecului, dacă se înlătură pereții despărțitori



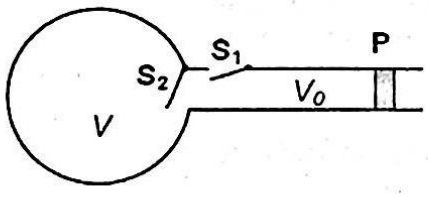
26. O masă m=32 g de oxigen (μ=32 g/mol) se află la presiunea $p_1=10^5 N/m^2$ şi la temperatura t_1=27°C. Gazul considerat ideal se încălzeşte izocor, astfel că presiunea sa creşte cu f=40%. Să se afle:
a. densitatea gazului în starea iniţială
b. cu cât la sută se modifică temperatura absolută a gazului?
c. concentraţia volumică a moleculelor din incintă în starea iniţială
d. reprezentarea transformării în coordonate (p,V) şi (V,T)

27. Un mol de hidrogen ($\mu=2\cdot10^{-3}$ kg/mol) suferă o transformare în care densitatea gazului este reprezentată ca în figura alăturată printr-un segment de dreaptă în funcţie de temperatura absolută a gazului. În acest proces temperatura absolută se triplează. Ştiind că iniţial gazul se află la presiunea p_1=8,31 atm şi la temperatura t_1=27°C, să se afle:



a. tipul transformării şi să se reprezinte grafic în coordonate (p,T)
b. densitatea gazului
c. parametrii stării finale

28. În figura alăturată este reprezentată schematic o pompă de compresiune, al cărei corp de pompă are volumul V_0=1 L. Pompa este folosită pentru umplerea cu aer a unui balon de volum V=10 L până la presiunea p=1,5 10^5 N/m². Iniţial, în balon se afla aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m². Pompa preia, la fiecare cursă a pistonului P, aer la presiunea atmosferică normală prin deschiderea supapei S_1, supapa S_2 fiind închisă. Procesul de umplere a balonului cu aer comprimat are loc la temperatura mediului ambiant t=17°C, prin închiderea supapei S_1 şi deschiderea supapei S_2. Pereţii balonului rezistă până la o presiune $p$max=1,7 10^5 N/m². Masa molară a aerului μ=29 g/mol.Să se afle:



a. masa iniţială a aerului din balon
b. numărul N de curse ce trebuie efectuat de pistonul P pentru a aduce presiunea aerului din balon la valoarea p
c. densitatea aerului din balon la sfârşitul celor N curse ale pistonului
d. valoarea maximă a temperaturii până la care poate fi încălzit balonul fără a se sparge, dacă după umplerea balonului cu aer la presiunea p, balonul este închis şi corpul de pompă este decuplat

29. Într-o butelie cu volumul V=16,62 L se află o masă m=64 g de oxigen ($\mu_1=32\cdot10^{-3}$ kg/mol) la temperatura t=27°C. Butelia rezistă până la o presiune a gazului din ea cu Δp=11 atm mai mare decât presiunea exterioară p_0=1 atm. Presupunem că presiunea exterioară nu se modifică. Să se afle:
a. presiunea iniţială a gazului din butelie
b. temperatura la care este încălzită accidental butelia pentru ca aceasta să explodeze
c. numărul de atomi de oxigen dacă la temperatura de la punctul **b.**, oxigenul disociază total

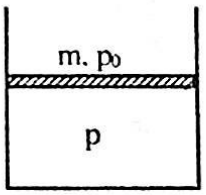
30. Într-un vas cu volumul V=6 dm³ se află aer la temperatura t_1=27°C şi presiunea $p=2\cdot10^5$ N/m². Aerul se încălzeşte până la temperatura t_2=87°C, iar vasul rămâne deschis. Cunoscând masa molară a aerului $\mu=29\cdot10^{-3}$ kg/mol, să se afle:
a. densitatea aerului în starea iniţială

b. masa de aer care părăseşte vasul în timpul procesului de încălzire
c. presiunea finală, dacă vasul se închide la temperatura t_2 şi apoi se depozitează într-o încăpere în care temperatura este t_1

31. Într-o butelie se află oxigen ($\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol) cu masa $m=960$ g, la temperatura $t=27^0$C şi la presiunea $p=5\cdot10^5$ N/m^2. Să se afle:
a. numărul de molecule din butelie
b. temperatura maximă la care poate fi încălzită butelia, dacă pereţii acesteia nu suportă o diferenţă de presiune mai mare decât $\Delta p=9\cdot10^5$ Pa, iar în exteriorul buteliei este aer la presiunea $p_0=10^5$ Pa
c. timpul cât poate fi utilizată butelia, dacă oxigenul este consumat de un bolnav la presiunea atmosferică p_0 şi la aceeaşi temperatură $t=27^0$C, cu debitul volumic $D_V=0,1$ L/s

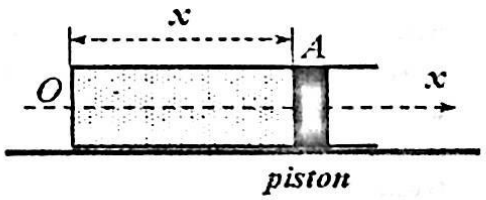
32. Într-o butelie cu volumul $V=50$ L se află oxigen ($\mu_{O2}=32$ g/mol) la presiunea $p=15$ atm. Temperatura gazului este $t=27^0$C. Să se afle:
a. numărul de molecule din unitatea de volum
b. variaţia relativă a presiunii, dacă temperatura absolută creşte accidental de $n=3$ ori, iar butelia nu explodează
c. presiunea finală a amestecului, dacă o fracţiune $f=60\%$ din moleculele gazului disociază la temperatura $t_1=1527^0$C
d. masa molară a amestecului rezultat în condiţiile punctului **c.**

33. Într-un cilindru vertical aşezat ca în figură se află un gaz ideal cu $\nu=10^{-3}$ moli închis cu un piston cu masa $m=2$ kg şi secţiunea $S=2$ cm^2 la temperatura iniţială $t=27^0$C. Se încălzeşte gazul până când temperatura sa absolută se dublează. În exteriorul cilindrului se găseşte aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m^2. Să se afle:



a. presiunea gazului din cilindru
b. înălţimea iniţială faţă de fundul cilindrului la care se stabileşte pistonul
c. înălţimea finală faţă de fundul cilindrului la care se stabileşte pistonul
d. masa ce trebuie adăugată pe piston astfel ca poziţia pistonului să nu se modifice prin încălzire

34. O cantitate oxigen ($\mu=32$ g/mol) este închisă etanş într-un cilindru, prevăzut cu un piston de masă neglijabilă şi secţiune $S=8,31$ dm^2, ce se poate deplasa fără frecare, ca în figura alăturată. Prin modificarea temperaturii gazului din cilindru, pistonul se deplasează lent. Poziţia pistonului este determinată de coordonata x, iar presiunea atmosferică este $p_0=1$ atm. Iniţial temperatura oxigenului este $t_1=27^0$C. Să se afle:



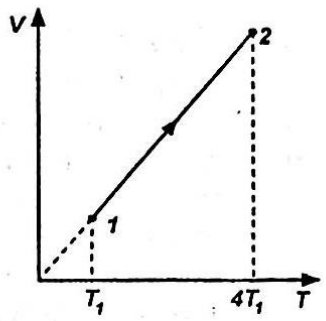
a. presiunea p_1 a gazului din cilindru, când pistonul este în echilibru
b. concentraţia volumică a moleculelor în starea iniţială
c. masa de oxigen din cilindru, ştiind că în starea iniţială coordonata corespunzătoare poziţiei de echilibru a pistonului este $x_1=40$ cm
d. temperatura finală la coordonata $x_2=35$ cm corespunzătoare poziţiei de echilibru a pistonului

35. O masă $m=28$ g de azot ($\mu=28$ g/mol) se află la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi la temperatura $t_1=27^0$C. După o comprimare izobară ca urmare a răcirii gazului, acesta ocupă un volum ce scade cu $f=20\%$ faţă de volumul ocupat iniţial. Să se afle:
a. volumul iniţial ocupat de gaz

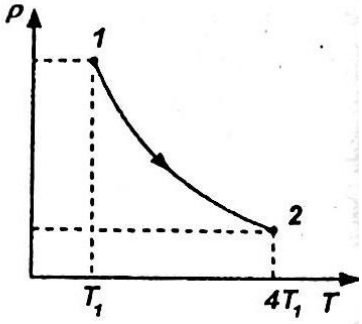
b. temperatura după comprimare
c. raportul densităților gazului după și înainte de comprimare

36. Într-un cilindru așezat orizontal cu piston etanș care se poate deplasa se află o masă de gaz ideal m=40 g cu masa molară μ=4 g/mol. Cilindrul este în contact termic cu mediul care are temperatura T=300 K, iar pistonul se află în echilibru la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa. Să se afle:
a. numărul de molecule de gaz din cilindru
b. volumul ocupat de gaz
c. volumul ocupat de gazul din cilindru în urma încălzirii la presiune constantă cu ΔT=100 K
d. variația relativă a densității gazului între starea inițială și cea finală

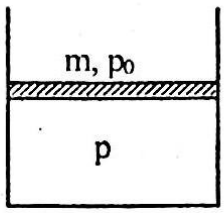
37. Un gaz ideal cu masa molară $\mu=28\cdot10^{-3}$ kg/mol suferă transformarea din figura alăturată. Știind că acel gaz conține un număr de particule $N=6{,}023\cdot10^{23}$ molecule la temperatura t_1=27°C și ocupă volumul V_1=2L. Să se afle:
a. masa gazului
b. presiunea gazului
c. volumul final a gazului
d. reprezentarea transformării în coordonate (p,V) și (p,T)



38. O cantitate de ν=2 moli de heliu (μ=4 g/mol) suferă o transformare în care densitatea gazului este reprezentată în funcție de temperatura absolută a gazului ca în figura alăturată. Densitatea gazului variază cu temperatura absolută după legea $\rho T=$ct. Știind că inițial gazul se află la presiunea p_1=8,31 atm și la temperatura t_1=27°C, să se afle:
a. tipul transformării
b. reprezentarea grafică în coordonate (V,T)
c. densitatea în starea inițială
d. parametrii stării finale



39. Un gaz ideal este închis într-un cilindru cu piston ca în figura alăturată, masa pistonului fiind m=2 kg și secțiunea S=1 cm² la o temperatură t_1=27°C. În exteriorul cilindrului se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m². Gazul este încălzit la o temperatură t_2=127°C. Să se afle:
a. presiunea gazului din cilindru
b. de câte ori crește volumul gazului în urma procesului de încălzire?
c. de câte ori trebuie mărită valoarea presiunii exterioare pentru ca, în urma procesului de încălzire volumul inițial al gazului să nu se modifice?

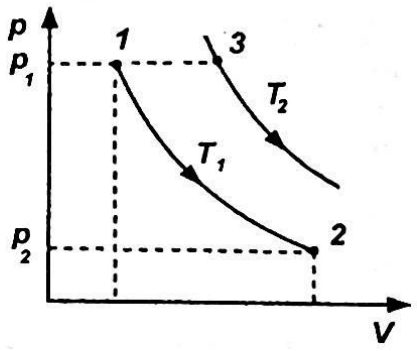


40. O masă m=8 g de heliu ($\mu=4\cdot10^{-3}$ kg/mol) se află la presiunea $p_1=8\cdot10^5$ N/m² și la temperatura t_1=27°C. Gazul se destinde izoterm până ce presiunea acestuia scade de opt ori. Să se afle:
a. volumul final al gazului
b. raportul densităților gazului ρ_2/ρ_1
c. concentrația volumică de molecule în starea finală

41. Un elev comprimă oxigenul molecular (μ_{O2}=32 g/mol) aflat într-o seringă cilindrică închisă având aria secțiunii transversale S=2 dm² prin deplasarea

pistonului pe distanța x=2 dm. Masa de oxigen este m=10 g și ocupă volumul V_1=5 dm³ la presiunea p_1=10⁵ Pa. Să se afle:
a. cantitatea de oxigen din seringă
b. temperatura oxigenului din seringă
c. presiunea oxigenului din seringă după comprimare
d. numărul de molecule de oxigen din seringă după ce accidental seringa, după comprimare, este pusă în legătură cu atmosfera a cărei presiune este egală cu p_0=10⁵ Pa, temperatura sa fiind egală cu cea a oxigenului din seringă

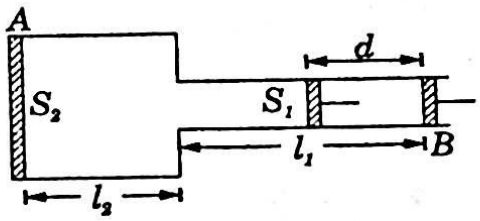
42. În figura alăturată sunt reprezentate grafic două izoterme la temperaturile T_1 și T_2, care corespund la ν=0,5 moli de azot cu masa molară μ=28·10⁻³ kg/mol. Se consideră că volumul este variabil, iar p_1=8p_2, T_1=300 K și V_1=8 L. Să se afle:



a. volumul azotului în starea 2
b. temperatura T_2, dacă V_3=2V_1
c. densitatea azotului în starea 1
d. masa molară a unui gaz necunoscut cu o masă egală cu cea a azotului care se destinde izoterm la temperatura T_1 de la presiunea p_1 dacă volumul inițial este V'_1=5,6 L

43. În figura precedentă sunt reprezentate grafic două destinderi la temperaturi constante ale aceleași cantități de dioxid de carbon (μ_1=44 g/mol). Parametrii de stare în starea 1 sunt V_1=1 dm³, p_1=2 MPa și t_1=27°C. În urma destinderii gazului la temperatuta T_1 presiunea gazului scade de 10 ori. Să se afle:
a. volumul gazului în starea 2
b. temperatura gazului în starea 3, dacă volumul ocupat de gaz în această stare este V_3=3 dm³ iar p_3=p_1
c. masa molară a unui gaz necunoscut, presupunând că transformarea 3 → 4 se efectuează la temperatura T_2=450 K de o masă de gaz egală cu masa de CO_2, iar acest gaz ocupă volumul V_3=3 L

44. În dispozitivul din figura alăturată se cunosc ℓ_1=30 cm, ℓ_2=40 cm, S_1=10 cm² și S_2=20 cm². Capătul A este închis cu un dop cu grosimea neglijabilă, iar la capătul B se află un piston care trebuie deplasat pe distanța d=10 cm, astfel încât dopul să sară. Gazul închis se află inițial la presiunea atmosferică p_0=10⁵ N/m². Să se afle:



a. presiunea la care sare dopul
b. valoarea forței de frecare dintre dop și peretele cilindrului
c. raportul densităților în starea finală (când dopul sare) și cea inițială

45. Într-un tub subțire vertical cu secțiunea S=1 cm² se află închisă o cantitate de aer la temperatura t=27°C cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h=4 cm. Densitatea mercurului este ρ_{Hg}=13600 kg/m³. Lungimea coloanei de aer este ℓ_1=50 cm. În exterior se află aer la presiunea atmosferică normală p_0=10⁵ N/m². Să se afle:
a. presiunea aerului din tub exprimată în torri (*mm* coloană de mercur)
b. înălțimea pe care se deplasează coloana de mercur dacă temperatura aerului crește cu f=40 %
c. numărul de molecule de aer din unitatea de volum în starea inițială

46. Un tub de sticlă subțire închis la un capăt conține aer separat de exterior și la temperatura t, cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h și densitatea ρ. Tubul se află în poziție orizontală și coloana de aer are lungimea ℓ. Se aduce tubul în poziție verticală cu capătul închis în jos. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice p_0. Să se afle:
a. presiunea gazului din tub când tubul este adus în poziție verticală
b. lungimea coloanei de aer în poziție verticală
c. de câte ori trebuie să crească temperatura absolută pentru a readuce coloana de aer în poziția inițială?

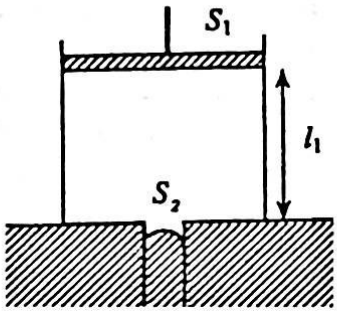
47. Un tub de sticlă subțire închis la un capăt conține aer separat de exterior cu ajutorul unei coloane de mercur cu lungimea h=4 cm. Tubul se află în poziție verticală cu capătul închis în jos și coloana de aer are lungimea ℓ_1=36 cm. Se aduce tubul în poziție verticală cu capătul deschis în jos și coloana de aer are lungimea ℓ_2=40 cm. Presupunem că temperatura nu se modifică. Să se afle:
a. valoarea presiunii atmosferice exprimată în *mm* coloană de mercur
b. lungimea coloanei de aer când tubul este adus în poziție orizontală
c. de câte ori micșorăm temperatura absolută a gazului când tubul se află în poziție orizontală dacă volumul coloanei de aer se reduce cu f=20%?

48. Un tub de sticlă vertical de lungime L=86 cm, închis la capătul inferior, conține aer separat de exterior și la temperatura t=27°C cu ajutorul unei coloane de mercur cu înălțimea h=8 cm și densitatea ρ=13600 kg/m^3. Se cunoaște valoarea presiunii atmosferice p_0=10^5 Pa. Să se afle:
a. presiunea gazului din tub când tubul este adus în poziție verticală cu capătul deschis în jos și o pătrime din mercurul a rămas în tub
b. lungimea coloanei de aer în starea inițială
c. temperatura la care trebuie încălzit aerul din interiorul tubului aflat cu capătul deschis în sus, astfel ca mercurul să urce cu Δh=6 cm

49*. Un tub de sticlă deschis la ambele capete de lungime ℓ=20 cm și secțiune S=1 cm^2 este introdus pe jumătate în mercur. Presiunea atmosferică este normală și are valoare p_0=10^5 N/m^2, iar temperatura aerului este t=27°C. Se acoperă cu degetul partea superioară a tubului și se scoate complet tubul din mercur. Cunoscând densitatea mercurului ρ=13600 kg/m^3, să se afle:
a. numărul de particule de aer cuprinse în aerul din tub (μ_{aer}=29 g/mol)
b. lungimea coloanei de mercur rămasă în tub
c. de câte ori trebuie mărită temperatura pentru ca întreaga coloană de mercur să iasă din tub în condițiile punctului **b.**?

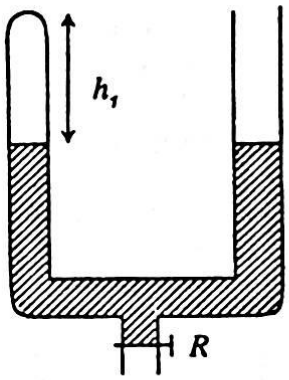
50*. Un tub subțire de lungime ℓ=1 m se astupă la capătul superior cu degetul și apoi se introduce pe jumătate vertical în mercur cu capătul deschis în jos. Se cunosc valoarea presiunii atmosferice p_0=10^5 N/m^2, temperatura aerului t=27°C și densitatea mercurului ρ=13600 kg/m^3 se cunoaște masa molară a aerului μ=29·10^{-3} kg/mol. Să se afle:
a. densitatea aerului din tub înainte de a fi introdus în mercur
b. lungimea coloanei de mercur care a pătruns în tub
c. temperatura la care trebuie să fie încălzit aerul din tub astfel ca mercurul să fie evacuat din acesta

51*. În sistemul din figura alăturată se cunosc $S_1=20$ cm², $\ell_1=15$ cm, $S_2=10$ cm², $\ell_2=20$ cm, $\rho=13600$ kg/m³ şi presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m² la care este închis gazul. Pistonul are greutatea neglijabilă. Să se afle:



a. cu cât va coborî nivelul mercurului din tub, dacă pistonul este introdus până la refuz în cilindrul cu secţiunea S_1?
b. presiunea aerului din tubul 2, dacă aerul începe să iasă din acest tub, când secţiunea tubului 1 se modifică
c. secţiunea minimă a tubului 1 în condiţiile punctului **b.**

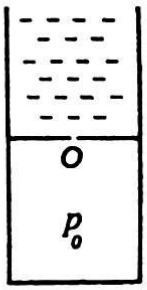
52. Într-un tub în formă de U ca în figură, având un capăt închis şi prevăzut cu robinet se află mercur. Distanţa dintre nivelul mercurului şi capătul tubului este aceeaşi în ambele tuburi $h_1=30$ cm. Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m² şi densitatea mercurului $\rho=13600$ kg/m³. Să se afle:



a. distanţa pe care coboară nivelul mercurului în tubul deschis dacă nivelul mercurului din tubul închis a coborât pe distanţa $h_2=20$ cm după deschiderea robinetului
b. raportul densităţilor gazului în starea iniţială şi în starea în care mercurul a coborât pe distanţa $h_2=20$ cm

53*. Un tub în formă de U cu secţiunea $S=1$ cm², ca în figura anterioară, conţine în ramura închisă o coloană de aer cu lungimea $\ell=16$ cm la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². În partea inferioară a tubului se află mercur cu densitatea $\rho=13600$ kg/m³. Să se afle:
a. masa de aer închisă în tub, dacă temperatura aerului este $t=27^0$C şi masa molară a aerului este $\mu=29$ g/mol
b. lungimea coloanei de aer închisă în tub, dacă se toarnă mercur până la refuz în ramura deschisă
c. masa de mercur care s-a turnat la punctul **b.**

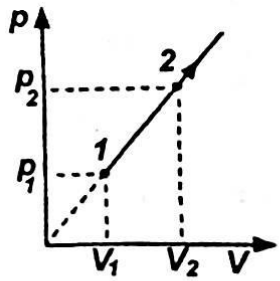
54*. Într-un vas cilindric cu înălţimea $h=1$ m se află iniţial jumătate apă şi jumătate aer ($\mu=29\cdot10^{-3}$ kg/mol) la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m² separate printr-un perete cu grosimea neglijabilă, în care este practicat un mic orificiu O (ca în figură). Cunoaştem densitatea apei $\rho=1000$ kg/m³. Să se afle:



a. densitatea gazului în starea iniţială dacă temperatura iniţială este $t=27^0$C
b. înălţimea stratului de apă în jumătatea inferioară atunci când aerul începe să iasă din vas
c. presiunea aerului din vas când aerul începe să iasă din vas

55. Un gaz ideal aflat în starea $p_1=2\cdot10^5$ N/m² şi $t_1=27^0$C suferă o transformare conform legii $p=aV$, unde a este o constantă. Să se afle:
a. reprezentarea procesului în coordonate (V,T) şi (p,T)
b. presiunea gazului la temperatura $t_2=227^0$C
c. volumul gazului la $t_3=100^0$C, dacă la 0^0C volumul gazului este $V_0=1{,}71$ L

56. O cantitate $\nu=1$ mol de gaz ideal evoluează conform graficului din figură. În starea iniţială volumul ocupat de gaz este $V_1=8{,}31$ L şi temperatura acestuia este $T_1=831$ K. Să se afle:



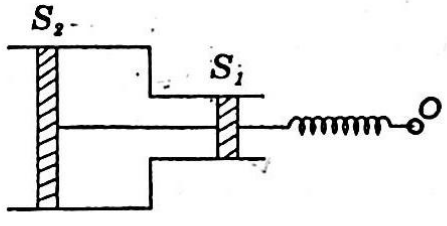
a. constanta de proporţionalitate dintre presiune şi volum

b. volumul final ocupat de gaz, dacă acesta se destinde până la presiunea $p_2=2p_1$
c. temperatura finală a gazului în condiţiile punctului **b.**
d. variaţia temperaturii gazului

57. O cantitate $\nu=1$ mol de gaz ideal evoluează foarte lent astfel încât în orice stare intermediară de echilibru termodinamic, între presiunea şi volumul gazului există relaţia $pV^2=a$. În starea iniţială volumul ocupat de gaz este $V_1=8{,}31$ L, iar temperatura acestuia are valoarea $T_1=300$ K. Gazul este comprimat până la o presiune $p_2=p_1/2$. Să se afle:
a. presiunea gazului în starea iniţială
b. valoarea constantei de proporţionalitate a
c. volumul final ocupat de gaz
d. temperatura finală a gazului

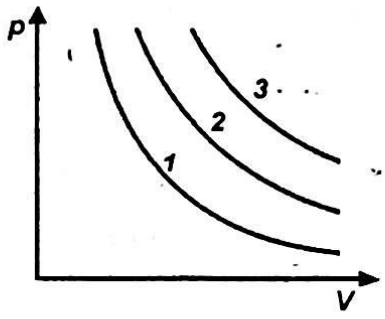
58. O cantitate de heliu ($\mu=4$ g/mol) suferă o transformare descrisă de ecuaţia $p_1V_1^{\gamma}=p_2V_2^{\gamma}$, unde $\gamma=5/3$. În starea 1 parametrii de stare sunt $V_1=0{,}6$ m^3, $p_1=10^5$ Pa şi $t_1=27^0$C. Gazul se destinde până la un volum final $V_2=8V_1$, iar apoi gazul trece din starea 2 în starea 3 în care $V_3=4V_1$ printr-o comprimare izobară la presiunea p_2. Să se afle:
a. numărul de molecule de heliu din sistem
b. presiunea gazului la finalul destinderii
c. temperatura gazului după destinderea adiabatică
d. temperatura gazului în starea 3

59. O cantitate de gaz considerat gaz ideal, se găseşte într-un cilindru izolat adiabatic prevăzut cu un piston mobil care se poate mişca fără frecare. Iniţial, volumul ocupat de gaz este $V_1=8{,}31$ L, presiunea este $p_1=8\cdot10^5$ Pa şi temperatura are valoarea $T_1=600$ K. Gazul este destins până la o presiune finală $p_2=p_1/8$. Între parametrii de stare ai gazului din starea iniţială şi parametrii din starea finală există relaţia: $p_1V_1^{\gamma}=p_2V_2^{\gamma}$, unde $\gamma=3/2$. Din starea 2 gazul este încălzit, presiunea menţinându-se constantă la valoarea p_2, până în starea 3 în care $V_3=6V_1$. Să se afle:
a. numărul de molecule de gaz din cilindru
b. volumul gazului la finalul destinderii 1-2
c. temperatura gazului în starea 2
d. temperatura gazului în starea 3



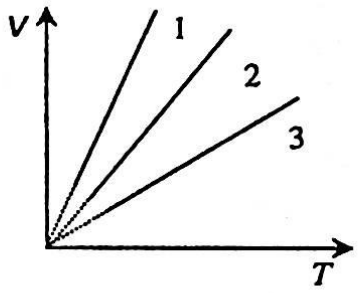
60. Într-un cilindru orizontal aşezat ca în figura alăturată, se află două pistoane unite printr-o tijă rigidă. Ariile pistoanelor sunt $S_1=10$ cm^2 şi $S_2=20$ cm^2. Pistonul din dreapta este legat cu un resort iniţial nedeformat şi cu constanta elastică $k=400$ N/m de un punct fix O. Aerul dintre pistoane se află la presiunea $p_0=10^5$ N/m^2 şi la temperatura $T_0=400$ K. Se încălzeşte gazul dintre pistoane până la temperatura $T=500$ K. Să se afle:
a. distanţa pe care trebuie deplasat capătul O, astfel ca pistoanele să nu se deplaseze
b. temperatura până la care trebuie răcit aerul dintre cele două pistoane, astfel ca volumul ocupat de gaz să devină minim, dacă se înlătură resortul şi iniţial ambele incinte aveau lungimea ℓ şi temperatura iniţială T_0
c. noua valoare a presiunii aerului dacă în condiţiile punctului **b.**, răcim aerul, astfel ca temperatura lui absolută să scadă încă de două ori

61. În figura alăturată sunt prezentate trei transformări izoterme suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:



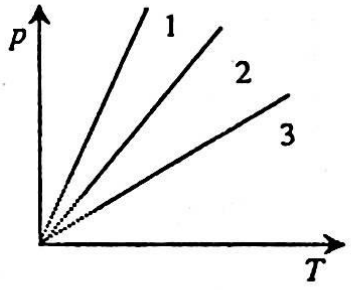
a. relația de ordine între temperaturile absolute în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)
b. relația de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izotermele sunt trasate la aceeași temperatură absolută ($m_1=m_2=m_3=m$ și $T_1=T_2=T_3=T$)
c. relația care trebuie îndeplinită pentru ca primele două izoterme trasate la aceeași temperatură pentru gaze diferite să coincidă

62. În figura alăturată sunt prezentate trei transformări izobare suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:



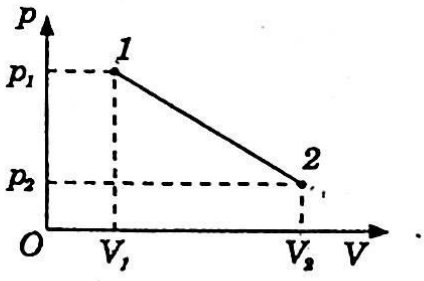
a. relația de ordine între presiuni în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)
b. relația de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izobarele sunt trasate la aceeași presiune ($m_1=m_2=m_3=m$ și $p_1=p_2=p_3=p$)
c. relația care trebuie îndeplinită pentru ca toate izobarele trasate la aceeași presiune și pentru gaze diferite să coincidă

63. În figura alăturată sunt prezentate trei transformări izocore suferite de trei cantități de gaze ideale. Să se afle:



a. relația de ordine între volume în cazul celor trei transformări, dacă se utilizează mase egale din același gaz ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)
b. relația de ordine dintre masele molare ale celor trei gaze diferite, dacă masele acestora sunt egale, iar izocorele sunt trasate la același volum ($m_1=m_2=m_3=m$ și $V_1=V_2=V_3=V$)
c. relația de ordine dintre densitățile unui gaz care suferă transformări izocore la volume diferite ($\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu$ și $m_1=m_2=m_3=m$)

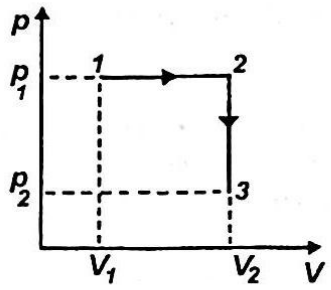
64. Un gaz ideal are în starea inițială parametrii p_1, V_1, T_1. Gazul suferă o transformare liniară care este reprezentată grafic în figura alăturată. În starea finală $p_2=p_1/2$ și $V_2=3V_1$. Să se afle în funcție de $T_1=800$ K:



a. temperatura în starea 2
b. dependența presiunii de volumul gazului
c. temperatura maximă atinsă în decursul acestei transformări

65. O masă $m=48$ g de oxigen molecular ($\mu_{O2}=32$ g/mol), considerat gaz ideal, aflat inițial în starea 1, în care volumul este $V_1=8{,}31$ L și temperatura $t_1=-23^0$C, este încălzit la volum constant până la dublarea temperaturii absolute, iar apoi este destins la presiune constantă până când volumul se triplează. Să se afle:
a. numărul de moli de gaz
b. densitatea gazului în starea 3
c. temperatura maximă atinsă în cursul transformării
d. presiunea gazului în starea 3

66. O cantitate de ν=2 moli de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) evoluează din starea de echilibru 1, caracterizată de parametrii p_1, V_1 şi T_1=300 K în starea finală 3 caracterizată de parametrii p_3, V_3 şi T_3, conform figurii alăturate. Se cunoaşte că $V_3=3V_1$ şi $p_3=p_1/2$. Să se afle:



a. masa unei molecule de oxigen
b. numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul
c. volumul gazului în starea 1 dacă densitatea în starea 2 este ρ_2=2 kg/m^3
d. temperatura în starea 3

67. O cantitate de heliu cu masa molară $\mu_{He}=4\cdot10^{-3}$ kg/mol are presiunea p_1=2 atm şi temperatura t_1=27^{0}C. Gazul se încălzeşte până când temperatura absolută se dublează, iar densitatea rămâne constantă. Apoi gazul se dilată izobar până când $V_3=4V_1$. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p,V)
b. densitatea gazului în starea iniţială
c. presiunea heliului în starea 2
c. temperatura în starea finală în grade Celsius

68. O masă m=3,2 kg ($\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol) ocupă în starea iniţială un volum V_1 la o temperatură T_1=300 K şi presiunea $p_1=10^5$ N/m^2. Gazul se destinde la temperatură constantă până la un volum $V_2=2V_1$, apoi este comprimat la presiune constantă până la volumul $V_3=V_1$. Să se afle:
a. numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul
b. volumul initial ocupat de gaz
c. densitatea minimă atinsă de gaz
d. temperatura minimă atinsă de gaz în cursul transformărilor

69. O masă m=6 g de hidrogen molecular (μ_{H2}=2 g/mol), considerat gaz ideal, aflat iniţial în starea 1, în care presiunea este $p_1=8{,}31\cdot10^5$ Pa şi volumul V_1=6 L, este supus unei destinderi la presiune constantă până la dublarea volumului, apoi unei comprimări la temperatură constantă până când volumul devine egal cu volumul din starea 1. Să se afle:
a. cantitatea de substanţă
b. numărul de molecule de gaz din unitatea de volum în starea 2
c. temperatura gazului în starea 2
d. variaţia relativă a presiunii gazului între stările 2 şi 3

70. Un gaz ideal (μ=40 g/mol) aflat iniţial la presiunea p_1=3 atm şi la temperatura t_1=127^{0}C este supus unei transformări izoterme în care volumul se măreşte de patru ori şi apoi unei comprimări izobare până ajunge la dublul volumului iniţial. Să se afle:
a. densitatea gazului în starea 1
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V)
b. presiunea finală a gazului
c. temperatura finală a gazului

71. Într-un cilindru închis cu un piston cu secţiunea S=1 cm^2 şi masa M=1 kg se află $\nu=5\cdot10^{-3}$ moli de hidrogen la temperatura t_1=27^{0}C. Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m^2. Cilindrul se află aşezat vertical. Să se afle:
a. masa de hidrogen din cilindru (μ=2 g/mol)
b. lungimea coloanei de hidrogen în starea iniţială

c. lungimea coloanei de hidrogen când cilindrul este aşezat orizontal
d. cu câte grade trebuie răcit hidrogenul din cilindru pentru ca poziţia pistonului să nu se modifice când cilindrul este adus în poziţie orizontală ?

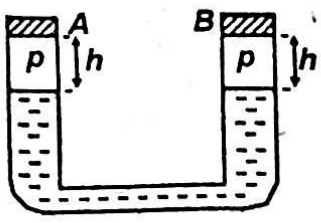
72. O cantitate egală cu ν=0,2 mol de oxigen molecular (μ_{O_2}=32 g/mol), considerat gaz ideal, aflat iniţial în starea 1, în care volumul este V_1=20 L, este încălzit la volum constant până la triplarea temperaturii, iar apoi este comprimat la temperatură constantă până volumul se reduce la un sfert din valoarea iniţială. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V).
b. masa unui atom de oxigen
c. valoarea densităţii gazului în starea 3
d. variaţia relativă a presiunii între stările 1 şi 3

73. O masă m=160 g oxigen (μ=32 g/mol), considerat gaz ideal, se află la presiunea $p_1=8{,}31\cdot10^4$ Pa şi temperatura t_1=47°C. Gazul este supus unei transformări în care temperatura rămâne constantă, până la un volum de patru ori mai mare, apoi unei transformări în care volumul gazului rămâne constant, astfel încât presiunea se micşorează de două ori. Să se afle:
a. numărul de molecule de oxigen
b. densitatea gazului în starea 2
c. presiunea finală
d. temperatura minimă a gazului

74. Gazul ideal închis etanş într-un corp de pompă cu volumul V=8,31 L se află în starea 1 la o presiune egală cu dublul valoarii presiunii atmosferice şi efectuează următoarea succesiune de transformări: 1-2: pistonul fiind blocat, gazul este răcit până când presiunea atinge valoarea presiunii atmosferice ($p_0=10^5$ Pa), 2-3: pistonul este deblocat şi gazul este încălzit, la presiune constantă, până când volumul se dublează şi 3-4: se blochează iar pistonul şi gazul este încălzit până când presiunea ajunge triplă. Temperatura gazului în starea 3 are valoarea T_3=600 K. Să se afle:
a. temperatura gazului în starea 3 şi justificaţi faptul că are aceeaşi valoare cu cea din starea 1
b. raportul temperaturilor gazului în starea 4 şi în starea 1
c. cantitatea de gaz aflat în corpul de pompă
d. raportul dintre densităţile gazului în stările 4 şi 1

75. La mijlocul unui tub de sticlă subţire aşezat orizontal închis la ambele capete de lungime L=2 m se află în echilibru o coloană de mercur cu lungimea h=40 cm şi densitatea ρ=13600 kg/m³. Când tubul este adus în poziţie verticală, coloana de mercur se deplasează cu ℓ=20 cm. Să se afle:
a. presiunea iniţială în tub exprimată în *mm* coloană de mercur şi Pa
b. numărul de molecule dintr-o incintă, dacă tubul are secţiunea S=1 cm² şi temperatura este t=27°C
c. presiunile din cele două incinte după întoarcerea tubului
d. de câte ori trebuie mărită temperatura gazului din compartimentul inferior al tubului în poziţia verticală, fără ca temperatura în compartimentul superior să se modifice, pentru ca poziţia coloanei de mercur să rămână la mijlocul tubului?

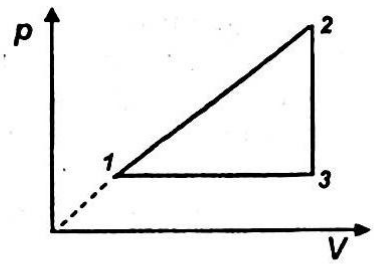
76. Două tuburi comunicante identice sunt umplute parţial cu un lichid de densitate ρ. În fiecare tub, deasupra lichidului, se află aer, separat de exterior cu ajutorul unui



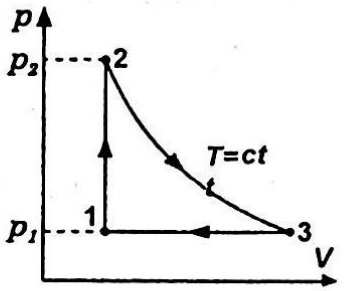
piston. Presiunea aerului din cele două tuburi şi înălţimea coloanei de aer sunt aceleaşi egale cu p, respectiv cu h. Un piston este blocat iar celălalt este ridicat pe distanţa x ca în figura alăturată. Temperatura sistemului se consideră constantă. Să se afle pentru ce valoare a lui x, diferenţa dintre nivelul lichidului din cele două tuburi este egală cu h.

77. Într-un cilindru vertical, închis cu un piston cu secţiunea $S=1$ cm^2 şi cu masa $m=3$ kg care se poate mişca fără frecare, se află un gaz ideal a cărui temperatură iniţială este $t_1=27^0$C. Turnăm încet nisip pe piston, astfel încât masa de nisip adăugată are valoarea $m_1=2$ kg. După aşezarea întregului nisip pe piston gazul se răceşte cu $\Delta T=50$ K. Se cunoaşte valoarea presiunii atmosferice $p_0=10^5$ N/m^2. Să se afle:
a. presiunea iniţială a gazului
b. presiunea gazului după aşezarea nisipului pe piston
c. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate p şi V
d. scăderea relativă a volumului gazului

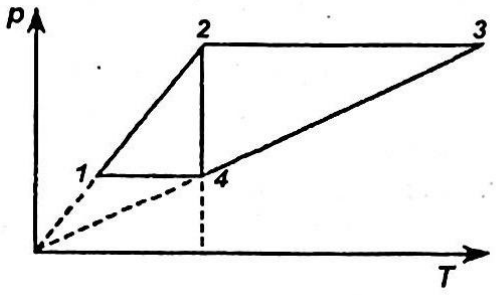
78. O masă $m=64$ g de oxigen molecular ($\mu=32$ g/mol) parcurge ciclul din figura alăturată. Se cunosc $V_1=10$ L, $t_1=127^0$C şi $V_2=2V_1$. Să se afle:
a. numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1
b. temperatura gazului în starea 2
c. densitatea gazului în starea 3
d. T_3/T_1



79. Un gaz ideal suferă şirul de transformări din figura alăturată în care transformarea 2-3 este o trasformare izotermă. Se cunosc parametrii primei stări $p_1=10^5$ N/m^2, $V_1=1$ dm^3, $T_1=300$ K şi $p_2=3p_1$.
a. să se identifice transformările 1-2 şi 3-1
b. să se afle parametrii stărilor 2 şi 3 şi să se exprime temperaturile acestor stări în grade Celsius
c. să se treacă succesiunea de transformări în coordonate (V,T) şi (p,T)



80. O cantitate de azot ($\mu=28$ g/mol) suferă succesiunea de transformări reprezentate în figura alăturată. Se cunosc parametrii gazului în starea iniţială $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L şi $T_1=300$ K. În starea 2 presiunea azotului este $p_2=1{,}5\cdot10^5$ Pa. Să se afle:
a. masa azotului şi numărul de molecule de azot
b. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V
c. temperatura în starea 3
d. densitatea gazului în starea 3



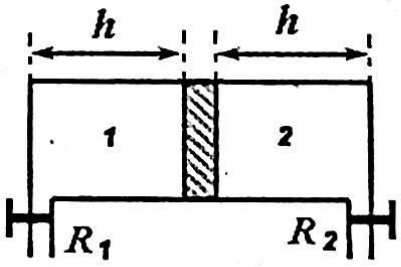
81. O masă de oxigen ($\mu_{O2}=32$ g/mol), considerat gaz ideal, aflat în starea iniţială caracterizată de parametrii $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi $t_1=27^0$C, evoluează după un proces termodinamic ciclic $1\rightarrow2\rightarrow3\rightarrow1$ compus din: transformarea $1\rightarrow2$, în cursul căreia dependenţa presiunii de volum respectă legea $p=aV$, a=ct, $a>0$, răcire la presiune constantă $2\rightarrow3$ până la un volum $V_3=V_1$ şi procesul $3\rightarrow1$ în care volumul este menţinut constant. Se cunoaşte că presiunea în starea 2 este $p_2=3p_1$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V)

b. T_2/T_1
c. temperatura gazului în starea 3
d. densitatea gazului în starea 2

82. Un student doreşte să realizeze un amestec de oxigen O_2 şi azot N_2 a cărui masă molară să fie μ=29 g/mol. El dispune de două butelii: una conţine m_1=64 g de oxigen în condiţii normale de presiune şi temperatură (p_0=10^5 Pa, t_0=0°C), iar cealaltă conţine azot la presiune ridicată şi temperatură t_0=0°C. Studentul poate transfera azot din a doua butelie în prima, păstrând constantă masa de oxigen din prima butelie. Cunoscând masele molare μ_{N2}=28 g/mol, μ_{O2}=32 g/mol, să se afle:
a. volumul oxigenului din prima butelie
b. masa de azot pe care studentul trebuie să o introducă în prima butelie pentru a obţine amestecul dorit
c. presiunea finală a amestecului de gaze din prima butelie, presupunând că temperatura de echilibru a amestecului este egală cu t_0
d. masa de gaz care părăseşte butelia la deschiderea ei accidentală după introducerea azotului, dacă în exterior presiunea este normală

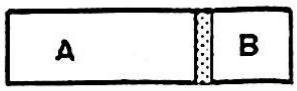
83. Un balon cu pereţi rigizi, închis cu un robinet, conţine un amestec de două gaze la presiunea p=2 10^5 Pa şi temperatura t=7°C. Între masele celor două gaze există relaţia m_1=3m_2. Masa molară a primului gaz din amestec este μ_1=4 g/mol, iar masa molară a amestecului este μ=3,2 g/mol. Să se afle:
a. masa molară a celui de-al doilea gaz din amestec
b. densitatea amestecului
c. volumul interior al balonului presupunând că masa primului gaz este m_1=2,4g
d. fracţiunea din masa de gaz conţinută iniţial în balon care a ieşit dacă robinetul este deschis pentru un scurt interval de timp o parte din gaz iese ceea ce determină scăderea presiunii cu 25% şi scăderea temperaturii cu 20%

84 Se consideră dispozitivul schematic din figura alăturată. El cuprinde un recipient cilindric orizontal, prevăzut cu un piston termoizolant de secţiune S=29,2 cm² ce se poate mişca fără frecare. Cele două robinete R_1 şi R_2 permit legătura cu aerul atmosferic, aflat la presiunea atmosferică normală p_0=10^5 Pa. Iniţial cele două compartimente au aceeaşi lungime h=41,55 cm, robinetele R_1 şi R_2 sunt deschise, iar temperatura aerului atmosferic rămâne constantă, egală cu t=19°C. Să se afle:



a. cantitatea de gaz din compartimentul 1, dacă se închide robinetul R_1
b. valoarea temperaturii T_1 dacă gazul din compartimentul 1 este încălzit până la temperatura T_1, astfel încât pistonul se deplasează pe o distanţă x=0,1h, robinetul R_2 rămâne deschis
c. numărul de molecule de gaz din compartimentul 2 dacă se închide şi robinetul R_2
d. temperatura finală a gazului din compartimentul 2, considerând că temperatura gazului din compartimentul 1 rămâne nemodificată, dacă gazul din compartimentul 2 este încălzit până când pistonul revine la mijlocul cilindrului, unde rămâne în echilibru

85. Cilindrul orizontal din figura alăturată este împărţit printr-un piston mobil subţire iniţial blocat şi care se poate mişca fără frecări, în două compartimente *A* şi *B* ale căror volume se află în raportul $V_A/V_B=2$. Compartimentul *A* aflat la temperatura $T_A=400$ K conţine o masă de oxigen. Compartimentul *B* aflat la temperatura $T_B=300$ K conţine azot cu aceeaşi masă ca a oxigenului. Masele molare ale azotului şi oxigenului sunt $\mu_{N2}=28$ g/mol şi $\mu_{O2}=32$ g/mol. Să se afle:



a. masa unei molecule de azot

b. raportul presiunilor gazelor din cele două compartimente

c. raportul volumelor celor două gaze V_A'/V_B' după deblocarea pistonului, dacă cele două compartimente sunt aduse la aceeaşi temperatură

86. Un vas cilindric orizontal, închis la ambele capete, cu lungimea $L=1$ m şi secţiune transversală $S=1$ dm^2, este împărţit, printr-un piston etanş termoizolant, de grosime neglijabilă, iniţial blocat, în două incinte ale căror volume se află în raportul 1/4. În incinta de volum mai mic se găseşte H_2 ($\mu_{H2}=2\cdot10^{-3}$ kg/mol) aflat iniţial la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi temperatura $T_1=400$ K, iar în cealaltă O_2 ($\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol) $p_2=10^5$ N/m^2 şi $T_2=300$ K. Să se afle:

a. raportul maselor de gaz din cele două incinte

b. densitatea oxigenului

c. distanţa pe care s-a deplasat pistonul dacă după deblocarea pistonului hidrogenul este încălzit până când, în final, temperatura acestuia devine $T_3=500$ K iar temperatura finală a oxigenului rămâne T_2

d. presiunea finală care se stabileşte în compartimente în condiţiile punctului **c**

87. Un cilindru orizontal, închis la ambele capete, de lungime $L=76$ cm, este izolat adiabatic. În interiorul cilindrului se află un piston etanş, termoizolant, foarte subţire, care se poate deplasa fără frecări. Pistonul împarte cilindrul în două compartimente *A* şi *B*, de volume egale, în care se află mase egale de gaz. În compartimentul *A* se află oxigen ($\mu_{O2}=32$ g/mol, iar în compartimentul *B* se află dioxid de carbon ($\mu_{CO2}=44$ g/mol). Presiunea este aceeaşi în ambele compartimente, iar temperatura gazului din compartimentul *A* este $T_A=320$ K. Să se afle:

a. valoarea raportului *r* dintre cantitatea de oxigen si cea de dioxid de carbon

b. temperatura T_B a gazului din compartimentul *B*

c. distanţa *x* pe care se deplasează pistonul, daca se încălzeşte unul din compartimentele cilindrului până când gazul din el ajunge la aceeaşi temperatură cu gazul din celălalt compartiment

d. masa molară a amestecului obţinut prin introducerea celor două gaze în aceeaşi incintă

88. Într-un balon de sticlă de volum $V_1=4$ L se află $m_1=2$ g de azot molecular ($\mu_{N2}=28$ kg/kmol), Un al doilea balon de sticlă, de volum $V_2=3,5$ L, conţine m_2 de oxigen molecular ($\mu_{O2}=32$ kg/kmol). Temperatura este aceeaşi în ambele baloane. Cele două baloane sunt puse în legătură prin intermediul unui tub subţire, de dimensiuni neglijabile, astefl că amestecul format are masa molară $\mu_{med}\approx30,54$ kg/kmol. Să se afle:

a. masa oxigenului din cel de-al doilea balon

b. raportul dintre numărul de moli de azot şi numărul de moli de oxigen

c. raportul dintre presiunile gazelor din cele două baloane

d. de câte ori creşte presiunea în primul balon după punerea în legătură a baloanelor, dacă acestea se încălzesc până la o temperatură absolută care să fie de 1,5 ori mai mare decât cea iniţială

89. Un cilindru orizontal cu lungimea L=1,5 m, închis la ambele capete, este împărţit în două părţi egale printr-un piston termoizolant, de grosime neglijabilă, care se poate deplasa fără frecări. În cele două compartimente se află mase egale de azot şi oxigen. Cunoscând masele molare ale oxigenului şi azotului μ_{O2}=32 g/mol şi μ_{N2}=28 g/mol, să se afle:
a. raportul temperaturilor T_1 şi T_2 ale oxigenului şi azotului din cele două compartimente, dacă pistonul este în echilibru mecanic la mijlocul cilindrului
b. distanţa pe care se deplasează pistonul şi sensul deplasării lui dacă azotul este adus la temperatura T_1, iar temperatura oxigenului rămâne neschimbată
c. masa molară a amestecului format din cele două gaze, dacă se îndepărtează pistonul

90. Un cilindru orizontal cu volumul V=11,6 dm^3 este separat în două compartimente printr-un piston uşor, subţire, care se poate deplasa fără frecări. Iniţial pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului. Primul compartiment conţine azot la temperatura t_1=12^{0}C, iar al doilea compartiment conţine monoxid de carbon (CO) la temperatura t_2=22^{0}C. Se cunosc masele atomice relative ale azotului m_{rN}=14, carbonului m_{rC}=12 şi oxigenului m_{rO}=16. Să se afle:
a. raportul maselor celor două gaze
b. raportul numărului de molecule al celor două gaze
c. variaţia volumului ocupat de azot, dacă azotul din primul compartiment este încălzit cu ΔT=10 K, iar monooxidul de carbon din cel de-al doilea compartiment se menţine la temperatura iniţială

91. Un cilindru este separat cu ajutorul unui piston termoconductor, iniţial blocat în două compartimente egale. Într-un compartiment al cilindrului este închisă o masă m_1=0,16 g de hidrogen molecular la temperatura T_1=300 K. În celălalt compartiment se află o masă m_2=3m_1 din acelaşi gaz la temperatura T_2=400 K. În condiţiile în care cilindrul este izolat adiabatic faţă de mediul exterior, să se afle:
a. raportul presiunilor iniţiale ale gazelor din cele două compartimente
b. raportul presiunilor gazelor din cele două compartimente după stabilirea echilibrului termic
c. raportul volumelor celor două compartimente dacă după stabilirea echilibrului termic pistonul s-ar debloca

92. Un cilindru orizontal închis la ambele capete cu volumul V=6 L este împărţit în două compartimente de un piston termoizolant, mobil şi care se poate mişca fără frecare. Iniţial pistonul se află în echilibru mecanic. Într-un compartiment se află ν_1=4 moli de gaz la temperatura T_1=300 K. În celălalt compartiment se află ν_2=6 moli de gaz la temperatura T_2=400 K. Să se afle:
a. volumele V_1 şi V_2 ale celor două compartimente
b. presiunea dintr-un compartiment
c. temperaturile la care pistonul se află la jumătatea cilindrului dacă presiunea gazelor rămâne neschimbată

93. Un balon rigid cu volumul V_1=2 L conţine ν_1=1 kmol de gaz ideal. Balonul se află într-un cilindru închis cu volumul V_2=102 L care conţine ν_2=20 kmol din acelaşi gaz ideal. Sistemul este încălzit astfel încât cele două gaze se află mereu

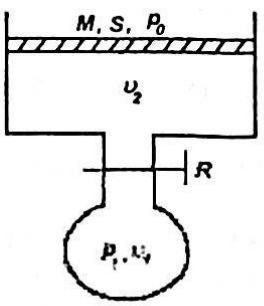
la aceeaşi temperatură. Pereţii balonului nu suportă o presiune mai mare decât $p=10^9$ Pa. Presupunând că pereţii cilindrului nu cedează, să se afle:
a. temperatura la care pereţii balonului explodează
b. presiunea din cilindru după explozie, la temperatura la care a avut loc explozia
c. Stabiliţi ce condiţii fizice trebuie îndeplinite astfel ca explozia să nu se producă oricât ar creşte temperatura sistemului

94. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime $\ell=2$ m şi secţiune $S=20$ cm^2, este împărţit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston cu grosime neglijabilă, iniţial blocat. În ambele compartimente se află azot, astfel că într-un compartiment azotul are presiunea $p_1=3\cdot10^5$ N/m^2, iar în celălalt compartiment azotul are presiunea $p_2=2\cdot10^5$ N/m^2. În ambele compartimente temperatura este $T=300$ K şi se menţine constantă. Să se afle:
a. forţa care trebuie să acţioneze asupra pistonului pentru a-l menţine în poziţia iniţială dacă, pistonul se deblochează
b. lungimile finale ale celor două compartimente după ce lăsăm liber pistonul
c. masa de gaz care trebuie scoasă dintr-un compartiment în condiţiile punctului **a.**, pentru ca după ce lăsăm liber pistonul acesta să nu se deplaseze şi să se precizeze care este compartimentul din care trebuie să scoatem azot ($\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol)

95. Un cilindru orizontal închis la ambele capete, de lungime $2\ell=2$ m şi secţiune $S=20$ cm^2, este împărţit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston mobil cu grosime neglijabilă. În ambele compartimente se află azot la presiunea $p_0=10^5$ N/m^2 şi temperatura $T=300$ K. Masa molară a gazului este $\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:
a. masa de gaz din fiecare compartiment
b. ΔT, dacă răcim un compartiment cu ΔT, iar pe celălalt îl încălzim cu acelaşi număr de grade, astfel ca pistonul să se deplaseze pe distanţa $\Delta\ell=0{,}4$ m
c. masa de gaz ce trebuie scoasă dintr-un compartiment pentru ca pistonul să rămână la jumătate, dacă un compartiment se încălzeşte cu $\Delta T=100$ K, iar celălalt se răceşte cu acelaşi număr de grade

96. Într-un cilindru orizontal, închis la ambele capete cu lungimea $\ell=1$ m se află un piston mobil cu grosime neglijabilă, care se poate mişca fără frecare. De-o parte şi de cealaltă a pistonului se află două gaze: hidrogen cu masa $m_1=8$ g şi oxigen cu masa $m_2=64$ g la temperatura $t_1=27^0$C. Să se afle:
a. raportul volumelor V_{H2}/V_{O2}, dacă acestea sunt la echilibru termic şi masele lor molare sunt $\mu_{H2}=2\cdot10^{-3}$ kg/mol şi $\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol
b. lungimea compartimentului cu hidrogen după ce numai acesta a fost încălzit la temperatura $t_2=127^0$C
c. presiunea din cilindru după înlăturarea pistonului, dacă temperatura în cilindru este $t_3=227^0$C, iar $S=1$ dm^2

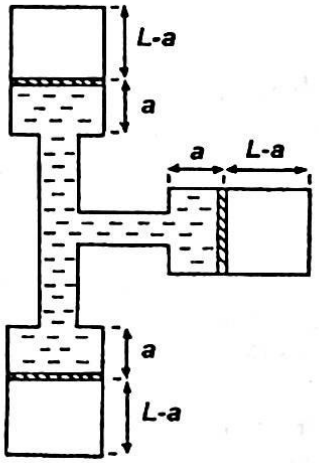
97. Un cilindru cu secţiunea $S=20$ cm^2 este legat cu un balon printr-un tub subţire prevăzut cu un robinet, ca în figura alăturată. Cilindrul conţine un piston cu masa $M=3$ kg şi $\nu_2=3$ moli de aer Presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m^2. În balon se află $\nu_1=2$ moli de oxigen la presiunea $p_1=1{,}25\cdot10^5$ N/m^2. Temperatura sistemului este $t=27^0$C şi se presupune constantă. Să se afle:



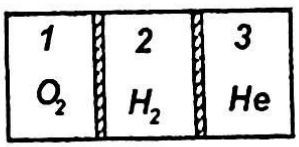
a. masa oxigenului din balon ($\mu_{O2}=32\cdot10^{-3}$ kg/mol)
b. distanţa pe care se deplasează pistonul după deschiderea

robinetului (g=10·m/s²)
c. volumul total final ocupat de amestecul de gaze după deschiderea robinetului

98. Un cilindru orizontal cu volumul V=4 dm³ este împărţit în două incinte cu volumele V_1 şi V_2=3V_1 cu ajutorul unui piston mobil cu secţiunea S=1 cm². În prima incintă se află o masă m_1=32 g de oxigen la presiunea p=2·10⁵ Pa, iar în a doua incintă azot, ambele gaze având aceeaşi temperatură t=27°C. Pistonul care delimitează incintele este în echilibru şi are masa m=1 kg. Să se afle:
a. masa m_2 de azot
b. masa de oxigen care trebuie introdusă în prima incintă, dacă cilindrul se întoarce în poziţie verticală cu azotul deasupra pentru ca pistonul să se afle la mijlocul cilindrului
c. presiunea finală după înlăturarea pistonului considerat cu grosimea neglijabilă

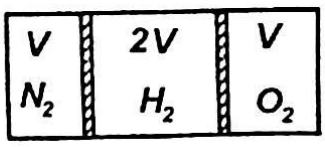


99. În figura alăturată sunt trei cilindri identici orizontali cu lungimea L=60 cm care conţin gaz la aceeaşi temperatură. Trei pistoane de grosimi neglijabile permit unui lichid să pătrundă în fiecare cilindru pe distanţa a=20 cm. În cilindrii 2 şi 3 se menţine aceeaşi temperatură, în timp ce primul cilindru de încălzeşte până ce pistonul ajunge la capătul cilindrului. Să se afle:
a. în ce raport sunt numerele de molecule din cei trei cilindri N_1/ N_2/ N_3?
b. de câte ori creşte presiunea în primul cilindru?
c. de câte ori creşte temperatura absolută în primul cilindru?



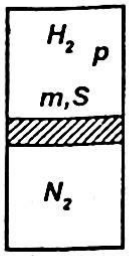
100*. Un cilindru orizontal ca în figura alăturată este împărţit în trei compartimente egale 1, 2 şi 3 cu ajutorul a două pistoane fixe. În compartimente se află în ordine oxigen, hidrogen şi heliu în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură. La un anumit moment peretele despărţitor dintre compartimentele cu oxigen şi hidrogen devine permeabil pentru ambele gaze în timp ce peretele celălalt devine permeabil doar pentru hidrogen. Temperatura rămâne constantă. Masele molare sunt μ_{O2}=32 g/mol, μ_{H2}=2 g/mol, μ_{He}=4 g/mol. Să se afle:
a. cu cât la sută se modifică presiunea în compartimentele 2 şi 3?
b. de câte ori se modifică masa în compartimentele 1 şi 2?
c. de câte ori se modifică masa în compartimentul 3?

101*. Un cilindru orizontal cu volumul 4V este împărţit în trei compartimente 1, 2, 3 ca în figura alăturată cu ajutorul a două pistoane mobile cu grosimea neglijabilă. În compartimentul 1 se află azot, în compartimentul 2 se află hidrogen şi în compartimentul 3, oxigen, în aceleaşi condiţii de presiune şi temperatură. La un anumit moment pistonul despărţitor dintre compartimentele 1 şi 2 devine permeabil doar pentru hidrogen, în timp ce pistonul celălalt devine permeabil pentru ambele gaze în acelaşi timp. Temperatura nu se modifică. Masele molare sunt μ_{O2}=32 g/mol, μ_{H2}=2 g/mol, μ_{N2}=28 g/mol. Să se afle:



a. volumele finale ale celor trei compartimente
b. de câte ori se modifică presiunea după stabilirea echilibrului?
c. cu cât la sută se modifică numărul de moli în al doilea compartiment?

102*. Un cilindru închis la ambele capete cu înălţimea ℓ=80 cm este aşezat vertical şi împărţit în două compartimente cu ajutorul unui piston mobil greu ca în figura alăturată. Pistonul are secţiunea S=1 cm^2 şi grosimea neglijabilă. La momentul iniţial pistonul se află în echilibru la jumătatea cilindrului, sub el aflându-se azot iar deasupra hidrogen. Presiunea hidrogenului este p=1,5·10^5 Pa. La un moment dat pistonul devine permeabil doar pentru hidrogen. În final, în noua stare de echilibru sub piston se află o fracţiune f=0,8 din hidrogen. Se consideră că în timpul procesului temperatura nu se modifică. Să se afle:



a. deplasarea pistonului
b. presiunea iniţială a azotului
c. masa pistonului

1.2. Energia internă şi lucrul mecanic

1. Într-o incintă se află mase egale m=154 g de monoxid de carbon (CO) şi dioxid de carbon (CO_2) la presiunea p=10^5 Pa şi temperatura t=0°C. Masele atomice relative ale carbonului şi oxigenului sunt m_{rC}=12 şi respectiv m_{rO}=16. Să se afle:
a. numărul de molecule din incintă
b. densitatea amestecului
c. energia internă a amestecului, dacă căldurile molare la volum constant sunt C_{V1}=5R/2 pentru CO şi C_{V2}=3R pentru CO_2

2. Într-o butelie cu volumul V=0,5 m^3 se găseşte o masă m_1=2 kg de oxigen. O parte din gaz se consumă, astfel că masa rămasă este m_2=0,5 kg. Butelia se găşeşte într-o incintă în care temperatura este menţinută constantă la valoarea t=27°C. Cunoscând μ=32 g/mol şi C_V=5R/2, să se afle:
a. presiunea iniţială a gazului din butelie
b. densitatea gazului rămas în butelie
c. energia internă a gazului rămas în butelie

3. Un gaz închis într-un cilindru cu piston ocupă un volum V_1=5 L conţine un număr de molecule N=3·10^{24}. Gazul este încălzit la presiune constantă până la temperatura t_2=527°C, proces în care energia sa internă creşte până la ΔU=16,63 kJ. Cunoscând C_V=5R/2, să se afle:
a. temperatura iniţială a gazului
b. volumul ocupat de gaz în starea finală
c. presiunea gazului
d. variaţia relativă a concentraţiei moleculare în urma proesului suferit

4. Într-o butelie de volum V=30 L se află o cantitate de oxigen (μ=32 g/mol). Oxigenul se află la presiunea p_1=3·10^5 Pa şi temperatura t_1=27°C. Butelia este prevăzută cu o supapă de evacuare a gazului care se deschide în momentul în care presiunea gazului din interior este cu Δp=4·10^5 Pa mai mare faţă de presiunea atmosferică exterioară p_0=10^5 Pa. Cunoscând C_V=5R/2, să se afle:
a. densitatea oxigenului din butelie la temperatura t_1
b. valoarea temperaturii maxime T_{max} până la care poate fi încălzită butelia astfel încât supapa să nu se deschidă
c. masa de oxigen care trebuie evacuată astfel încât presiunea gazului din butelie să revină la valoarea iniţială p_1, temperatura rămânând constantă la valoarea T_{max}
d. variaţia energiei interne a gazului din butelie în procesul descris la punctul **c**

5. Într-un vas cu volumul V_1=20 L se află un gaz monoatomic la presiunea $p_1=10^5$ N/m² şi la temperatura t_1=27°C. În alt vas cu volumul V_2=40 L se află un alt gaz monoatomic la presiunea $p_2=3\cdot10^5$ N/m² şi la temperatura t_2=227°C. Cele două vase se pun în legătură printr-un tub subţire de volum neglijabil. Pereţii celor două vase nu permit schimbul de căldură cu mediul exterior. Să se afle:

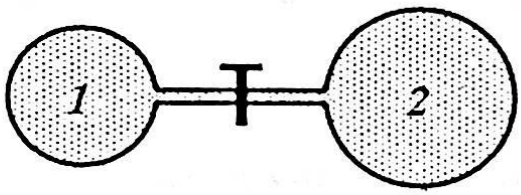
a. temperatura finală după punerea în legătură a vaselor

b. presiunea finală care se stabileşte în cele două vase

c. cantitatea de gaz aflată în primul recipient în starea finală

d. variaţia energiei interne a gazului în primul vas

6. Două recipiente izolate adiabatic de mediul extern de volume V_1=8,31 L şi V_2=1,662 L conţin gaze ideale, având aceeaşi căldură molară la volum constant $C_V=3R/2$. Gazul din primul recipient se află la presiunea $p_1=10^5$ N/m² şi temperatura t_1=227°C, iar cel din al doilea recipient la presiunea $p_2=2\cdot10^5$ N/m² şi temperatura t_2=127°C. Recipientele comunică printr-un tub de volum neglijabil, iniţial închis cu un robinet. Să se afle:



a. numărul de molecule de gaz din fiecare recipient în starea iniţială

b. temperatura finală a amestecului, după deschiderea robinetului şi stabilirea echilibrului termic

c. presiunea amestecului dacă acesta este menţinut în contact cu un termostat a cărui temperatură este T_3=500 K

d. numărul de molecule din unitatea de volum, după deschiderea robinetului

7. Într-un cilindru orizontal izolat adiabatic se află un piston iniţial fixat cu secţiunea S=4 cm². Pistonul împarte cilindrul în două compartimente astfel că volumul compartimentului 2 este de trei ori mai mare decât volumul compartimentului 1. În primul compartiment se află oxigen (μ_{O2}=32 g/mol) la presiunea $p_1=8{,}31\cdot10^5$ Pa, volumul V_1=1 L şi temperatura T_1=300 K. În al doilea compartiment se află un gaz necunoscut cu presiunea $p_2=4p_1$ şi temperatura $T_2=2T_1$. Ştiind că raportul maselor $m_{O2}/m_x=8/3$, să se afle:

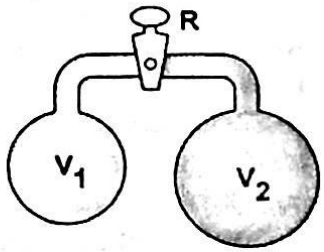
a. masa molară a gazului necunoscut

b. temperatura de echilibru dacă pistonul dintre cele două compartimente este termoconductor

c. cu cât se deplasează pistonul dacă după stabilirea echilibrului termic pistonul se deblochează?

d. masa de gaz care trebuie extrasă dintr-un compartiment astfel încât pistonul să revină la poziţia iniţială. Justificaţi răspunsul.

8. Un recipient cu pereţi rigizi este izolat adiabatic. Recipientul este împărţit în două compartimente cu ajutorul unui perete fix. Peretele permite un transfer lent de căldură. În cele două compartimente se introduc cantităţi egale din două gaze. Într-un compartiment se introduce heliu (μ_1=4 g/mol), iar în celălalt se introduce azot (μ_2=28 g/mol). Temperatura iniţială a heliului este t_1=327°C, iar cea a azotului este t_2=27°C. Presiunile lor iniţiale sunt egale, având valoarea $p_0=10^5$ Pa. Să se afle:



a. raportul dintre volumul ocupat de heliu şi volumul ocupat de azot

b. temperatura de echilibru la care ajung cele două gaze

c. masa molară a amestecului obţinut în urma producerii unei fisuri în peretele despărţitor dintre compartimente,

după atingerea stării de echilibru termic
d. presiunea finală a amestecului de gaze din recipient

9. Două recipiente sunt unite printr-un tub de volum neglijabil, prevăzut cu un robinet. Inițial robinetul este închis, iar recipientele conțin gaz ideal. În primul recipient, de volum V_1=5 L, se află gaz monoatomic la presiunea $p_1=3\cdot10^5$ Pa şi temperatura T_1=300 K, iar în al doilea, de volum V_2=2 L, se află gaz biatomic la presiunea $p_2=10^5$ Pa şi temperatura T_2=400 K. Întregul sistem este izolat adiabatic de mediul exterior. Să se afle:
a. cantitatea de gaz din primul recipient
b. temperatura finală după stabilirea echilibrului termic
c. presiunea finală care se stabileşte în cele două vase după ce se deschide robinetul
d. variația energiei interne a gazului monoatomic în după stabilirea echilibrului termic

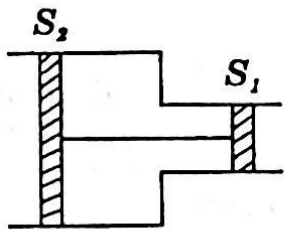
10. Două recipiente cu volumele V_1=1 L şi $V_2=7V_1/3$ sunt unite între ele printr-un tub scurt, prevăzut cu o supapă care permite numai trecerea gazului din recipientul mai mare în recipientul mai mic, dacă presiunea din recipientul mai mare depăşeşte presiunea din recipientul mai mic cu Δp=900/7 kPa. La temperatura T_2=300 K, recipientul mai mare conține gaz la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ N/m^2, iar recipientul mic este vidat, să se afle:
a. masa aerului conținut inițial în recipientul mare ($\mu=28{,}9\cdot10^{-3}$ kg/mol)
b. presiunea p_1 care se stabileşte în recipientul mai mic atunci când ambele recipiente se află la aceeaşi temperatură $T=3T_2/2$
c. variația relativă a energiei interne $\Delta U/U_i$, pentru gaz în acest proces, unde U_i este energia internă a gazului în starea inițială

11. Fie un cilindru orizontal izolat de exterior, în care doi pereți delimitează 3 compartimente egale. În primul se află 2ν moli O_2 la presiunea $2p$ şi temperatura T_1, în al doilea se află 3ν moli de H_2 la presiunea p, iar în al treilea se află ν moli de N_2 la presiunea $3p$. Se înlătură pereții şi se stabileşte echilibrul termic. Să se afle:
a. temperaturile inițiale ale H_2 şi N_2
b. presiunea finală a amestecului
c. variația energiei interne a oxigenului ca urmare a procesului de difuzie

12. Două recipiente identice conțin hidrogen la aceeaşi temperatură t=27^{0}C şi câte ν=10 moli. Cele două recipiente comunică cu ajutorul unui tub subțire de volum negjijabil. Se măreşte temperatura absolută a hidrogenului din primul recipient de n=2 iar în cel de-al doilea recipient se micşorează temperatura absolută a hidrogenului de n=2. Să se afle:
a. fracțiunea din masa hidrogenului din primul recipient care trece în cel de-al doilea
b. variația energiei interne totale a hidrogenului
c. lucrul mecanic total efectuat de hidrogen în acest proces

13. Un cilindru orizontal cu volumul V=2 L este împărțit în două părți egale cu ajutorul unui piston fixat cu grosimea neglijabilă. Un compartiment se videază iar în celălalt se află un gaz biatomic la presiunea $p_0=10^5$ N/m^2 şi temperatura t=27^{0}C. La un moment dat pistonul se deblochează. Să se afle:
a. energia internă a gazului în starea inițială
b. lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul destinderii acestuia
c. temperatura gazului imediat după destindere

14. În sistemul din figura alăturată se află un gaz ideal monoatomic care ocupă un volum V=3 L la temperatura t=127°C. În exterior se află aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². Pistoanele au secţiunile S_1=10 cm² şi S_2=40 cm² şi sunt legate printr-un fir inextensibil. Gazul este încălzit cu ΔT=50 K şi se consideră cilindrii suficienţi de lungi. Să se afle:



a. reprezentarea transformării în coordonate p şi V
b. deplasarea pistoanelor şi sensul de deplasare
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul de încălzire
d. variaţia energiei interne în procesul de încălzire

15. Un gaz ideal monoatomic efectuează o transformare în care presiunea gazului variază în funcţie de volum după legea $p=aV$, unde a este o constantă. În cursul transformării volumul creşte de trei ori, iar în starea iniţială presiunea este $p_1=3\cdot10^5$ N/m² şi volumul V_1=3 L. Să se afle:
a. presiunea în starea 2
b. temperatura în starea 2 în funcţie de temperatura în starea 1
c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
d. lucrul mecanic efectuat de gaz

16. Un mol de gaz ideal biatomic are presiunea care depinde liniar de volum astfel că în starea iniţială 1, presiunea gazului este $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul este V_1=1 L, iar în starea finală $p_2=6\cdot10^5$ Pa şi V_2=4 L. Să se afle:
a. reprezentarea procesului în coordonate p şi V
b. raportul temperaturilor absolute în stările 2 şi 1
c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
d. lucrul mecanic efectuat de gaz

17. Un gaz ideal evoluează din starea 1 cu parametrii p_0 şi $2V_0$ în starea 2 cu parametrii $2p_0$ şi V_0. Reprezentând grafic această transformare în coordonate p şi V se obţine un segment de dreaptă. Fie o stare 3 care împarte segmentul în două părţi egale. Să se afle:
a. reprezentarea procesului în coordonate p şi V
b. de câte ori este mai mare temperatura absolută T_2 decât T_1?
c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
d. raportul lucrurilor mecanice L_{13}/L_{32}

18. O cantitate de ν=2 moli de gaz ideal monoatomic aflat la presiunea $p_1=8{,}31\cdot10^5$ Pa şi temperatura absolută T_1=300 K se destinde după legea $T=aV-bV^2$, unde $a=5{,}6\cdot10^4$ K/m³ şi $b=10^6$ K/m⁶ şi volumul se măreşte de n=2 ori. Să se afle:
a. variaţia energiei interne a gazului
b. reprezentarea procesului în coordonate p şi V
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii gazului
d. noua valoare a constantei a pentru ca energia internă în starea finală a gazului să fie egală cu energia internă în starea iniţială

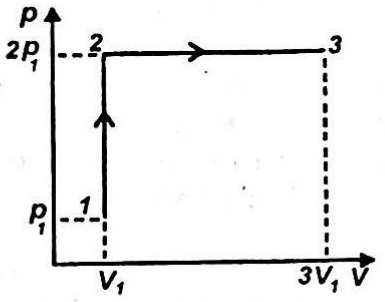
19. Un gaz ideal evoluează dintr-o stare iniţială într-o stare finală în care volumul gazului se dublează. Gazul ajunge de fiecare dată indiferent de transformările suferite în starea finală (p_2, V_2). Să se precizeze în care dintre transformările următoare gazul efectuează cel mai mic, respectiv cel mai mare lucru mecanic.
a. izobară
b. izotermă

c. după legea $T=aV^2$, a=constantă pozitivă

d. adiabată descrisă de legea pV^γ=ct, γ=ct şi $\gamma>1$

e. după legea $T=bV^3$, b=constantă pozitivă

20. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. Se ştie că $p_1=10^5$ N/m² şi $V_1=1$ L. Să se afle:



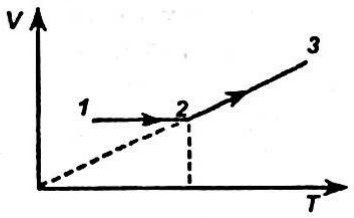
a. cantitatea de substanţă, dacă temperatura primei stări este $T_1=300$ K

b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3

c. lucrul mecanic total

d. energia internă a gazului în starea 2

21. Un mol de gaz monoatomic este adus din starea iniţială 1 în starea finală 3 în care densitatea este $\rho_3=\rho_1/4$. Trecerea din starea 1 în 3 se face printr-un proces reprezentat grafic în figura alăturată. Presiunea maximă în timpul procesului $p_{max}=8p_1$ şi în starea 1 temperatura absolută este $T_1=300$ K. Să se afle:

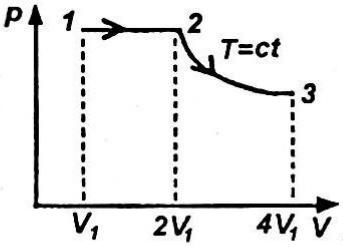


a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V

b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3

c. lucrul mecanic total efectuat de gaz la trecerea din starea 1 în 3

22. O cantitate de $\nu=2$ moli de gaz ideal biatomic efectuează succesiunea de transformări din figura alăturată. Ştiind că gazul este biatomic, că temperatura absolută a primei stări este $T_1=300$ K şi $\ln 2\approx 0{,}7$, să se afle:



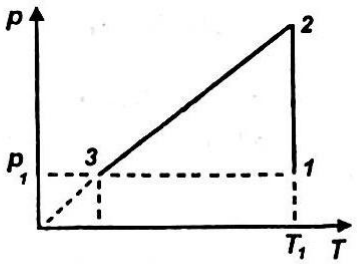
a. temperatura în starea 2

b. energia internă a gazului în starea 3

c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3

d. lucrul mecanic total

23. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. Se ştie că $V_2=V_1/e$, $p_1=10^5$ N/m², $V_1=1$ L şi $e\approx 2{,}71$. Să se afle:



a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V

b. presiunea în starea 2

c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3

d. lucrul mecanic total

24. Doi moli de heliu ($C_V=3R/2$) se află iniţial la o temperatură $t_1=27^oC$ şi ocupă un volum V_1. Heliul se destinde întâi la presiune constantă până ce volumul se dublează şi apoi adiabatic până când temperatura revine la valoarea iniţială. Să se afle:

a. reprezentarea proceselor în coordonate p şi V

b. energia internă în starea 2

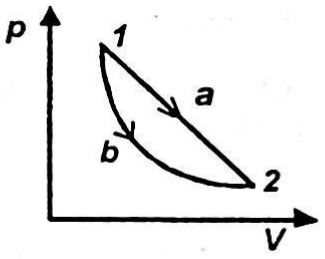
c. variaţia energiei interne a gazului în întregul proces

d. lucrul mecanic total efectuat de heliu

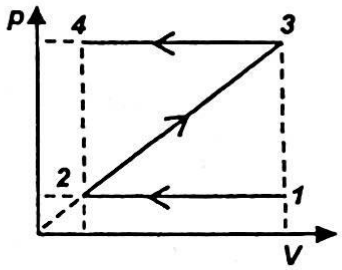
25. Un gaz ideal biatomic aflat iniţial în starea 1 în care presiunea este $p_1=6\cdot 10^5$ Pa şi volumul $V_1=2$ L se destinde izoterm până ce volumul gazului se dublează. Apoi gazul se comprimă după legea $p=aV$ până la volumul iniţial V_1.

Să se afle:
a. reprezentarea proceselor în coordonate p şi V
b. raportul variaţiilor energiilor interne între stările 1-3 şi 2-3
c. presiunea gazului în starea 3
d. lucrul mecanic total ($\ln 2 \approx 0{,}7$)

26. Un gaz ideal monoatomic cu $\nu=4$ moli trece din starea 1 în starea 2 pe două căi ca în figura alăturată. Se cunosc $p_1=2p_2$, $T_1=300$ K. Procesul 1-a-2 este liniar, iar procesul 1-b-2 este izoterm. Să se afle:
a. energia internă în starea 1
b. lucrul mecanic în transformarea 1-a-2
c. lucrul mecanic în transformarea 1-b-2 ($\ln 2 \approx 0{,}7$)·
d. lucrul mecanic pe transformarea ciclică 1-a-2-b-1

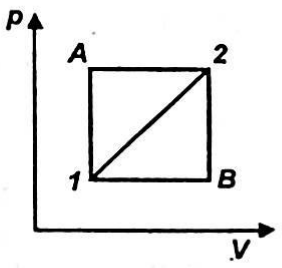


27. Un gaz ideal monoatomic este supus procesului 1-2-3-4 din figura alăturată. Se cunosc $V_2=V_1/2$, $V_1=1$ L, $p_1=10^5$ Pa şi $C_V=3R/2$. Să se afle:
a. raportul T_3/T_2
b. Justificaţi că stările 1 şi 4 se află pe aceeaşi izotermă
c. variaţia energiei interne ΔU_{23}
d. raportul L_{12}/L_{34}



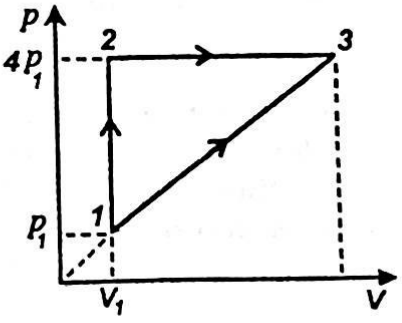
28. Un gaz ideal aflat iniţial la presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 şi volumul $V_1=2$ L suferă succesiunea de transformări: o comprimare 1-2, astfel încât energia internă să rămână constantă iar $V_1=3V_2$, o transformare 2-3, în care densitatea gazului să rămână constantă, iar apoi, o transformare 3-1 în care densitatea gazului să varieze invers proporţional cu temperatura absolută. Se cunoaşte că $\ln 3 \approx 1{,}1$. Să se afle:
a. presiunea gazului în starea 3
b. reprezentarea grafică a transformării ciclice în coordonate (p,V)
c. lucrul mecanic al gazului în această transformare ciclică
d. energia internă a gazului monoatomic în starea 3

29. O cantitate de azot ($C_V=5R/2$) se găseşte într-o stare de echilibru termodinamic iniţială 1 caracterizată de parametrii $p_1=2\cdot 10^5$ Pa şi $V_1=2$ L şi poate ajunge în starea finală 2 caracterizată de parametrii $p_2=3p_1$ şi $V_2=2V_1$ prin trei procese distincte, ca în figura alăturată. Procesul 1-2 este reprezentat în coordonate p-V printr-o dreaptă, procesul 1-A-2 este format dintr-un proces izocor 1-A urmat de un proces izobar A-2 şi procesul 1-B-2 este format din procesul 1-B izobar urmat de un proces izocor B-2. Să se afle:

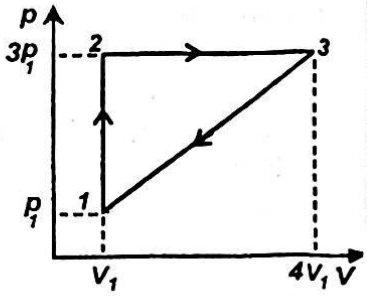


a. lucrul mecanic efectuat de azot în procesul 1-2
b. variaţia energiei interne în procesul 1-A-2
c. raportul dintre lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-A-2-1 şi modulul lucrului mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-B-2-1

30. Un gaz ideal trece din starea 1 în starea 3 ca în figura alăturată. Să se afle:
a. raportul T_3/T_2
b. raportul energiilor interne U_3/U_1
c. raportul celor două lucruri mecanice L_{123}/L_{13}
d. $L_{123}-L_{13}$ în funcţie de p_1 şi V_1 şi precizaţi ce semnifică



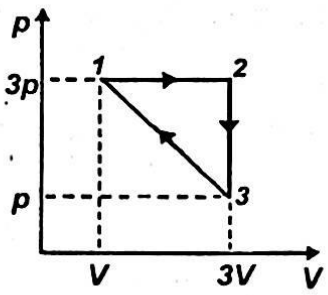
31. Un gaz ideal monoatomic suferă un proces ciclic reprezentat grafic în figura alăturată. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m² şi $V_1=1$ L. Să se afle:



a. raportul T_3/T_1
b. lucrul mecanic în transformarea 3–1
c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
d. lucrul mecanic pe ciclu

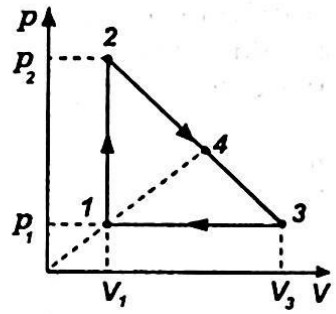
32. $\nu=0,1$ moli de gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări astfel: o destindere izobară din starea 1, unde gazul are temperatura $T_1=300$ K până în starea 2 unde $V_2=4V_1$, apoi un proces 2-3 descris de legea $p=\alpha V$ şi apoi o transformare izotermă 3-1. Să se afle în funcţie de parametrii stării 1:
a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate (V, T)
b. energia internă a gazului în starea 2
c. lucrul mecanic pe ciclu ($\ln 2=0,7$)
d. variaţia energiei interne pe întreg ciclu

33. Un gaz ideal biatomic suferă un proces ciclic reprezentat grafic în figura alăturată. Se cunosc $p=10^5$ Pa şi $V=2$ L. Să se afle:



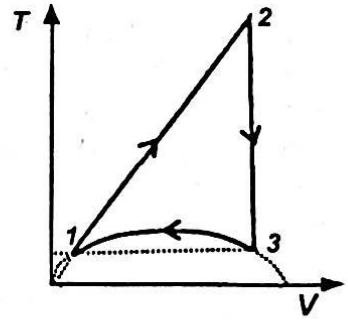
a. energia internă în starea 2
b. lucrul mecanic în transformarea 1-2
c. lucrul mecanic în transformarea 3-1
d. lucrul mecanic pe ciclu

34. Un mol de gaz ideal monoatomic evoluează conform transformării ciclice din figura alăturată. Se ştie că $p_2=4p_1=8\cdot10^5$ Pa şi $V_3=2V_1=2$ L. Să se afle:



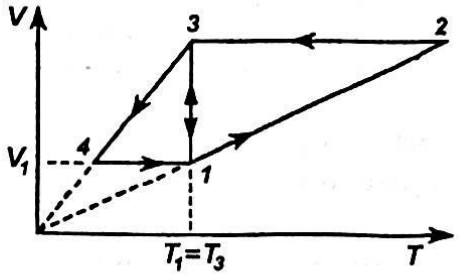
a. volumul în starea 4
b. temperatura absolută în starea 4 în funcţie de temperatura stării 1
b. variaţia energiei interne între stările 2 şi 3
c. raportul lucrurilor mecanice L_{1241}/L_{1431}

35. O cantitate $\nu=1$ mol de gaz ideal parcurge ciclul din figura alăturată, unde $T_1=400$ K, iar procesul 3-1 este descris de ecuaţia $T=\frac{1}{2}T_1(3-BV)BV$, unde B este o constantă pozitivă. Să se afle:



a. raportul V_2/V_1
b. reprezentarea procesului în coordonate p şi V
c. lucrul mecanic efectuat de gaz la parcurgerea unui ciclu
d. puterea dezvoltată de motor, dacă se efectuează $n=5$ cicluri pe secundă

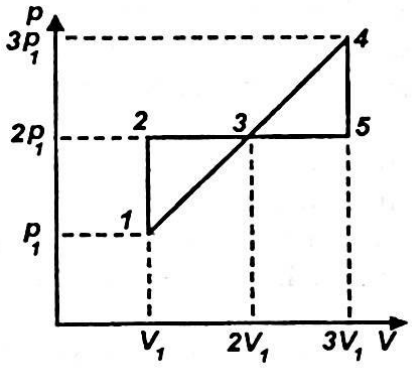
36. În figura alăturată sunt reprezentate două transformări ciclice 1-2-3-1 şi 1-3-4-1 pentru un gaz ideal. Se cunosc $p_1=2\cdot10^5$ Pa, $V_2=4V_1=16$L şi $T_1=T_3$. Să se afle, dacă se cunoaşte că $\ln 2\approx 0,7$:



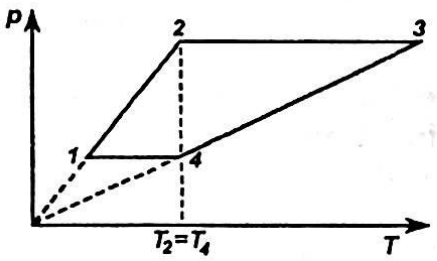
a. reprezentarea celor două transformări în coordonate p şi V
b. justificaţi în care din cele două cazuri gazul efectuează un lucru mecanic mai mare
c. diferenţa dintre L_{1231} şi L_{1341}
d. suma dintre L_{1231} şi L_{1341} şi să se interpreteze rezultatul

37. O cantitate de gaz ideal monoatomic cu volumul $V_1=2$ L şi presiunea $p_1=3\cdot10^5$ Pa evoluează după un ciclu termodinamic format din următoarele procese: 1-2 proces izobar până la $V_2=3V_1$, 2-3 proces izoterm până la $p_3=p_1/2$, 3-4 proces izobar până la $V_4=V_1$ şi 4-1 un proces izocor până la starea iniţială. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p,V)
b. variaţia energiei interne a gazului în procesul 1-2
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2-3 ($\ln2\approx0,7$)
d. lucrul mecanic efectuat de gaz pe întreg ciclu

38. Un gaz ideal suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. În starea 1 gazul are parametrii p_1 şi V_1. Să se afle în funcţie de parametrii stării 1:
a. lucrul mecanic în transformarea ciclică 1231
b. lucrul mecanic în transformarea ciclică 3453
c. lucrul mecanic în transformarea ciclică 12541
d. raportul U_4/U_2

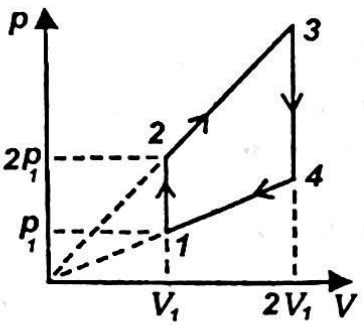


39. Un mol de gaz ideal suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura alăturată. Se cunoaşte că $T_3=16T_1$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) şi (p,V)
b. temperaturile stărilor 2 şi 4 în funcţie de T_1
c. parametrii stărilor 2, 3, 4 în funcţie de parametrii primei stări p_1, V_1 şi T_1
d. lucrul mecanic efectuat de gaz în ciclul 1-2-3-4-1 în funcţie de p_1 şi V_1

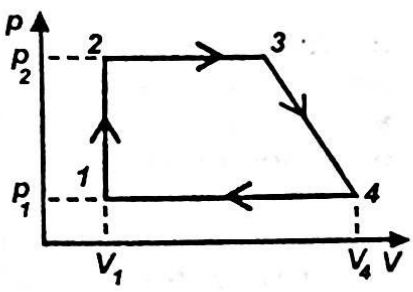


40. Un mol de gaz ideal monoatomic execută următoarele transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $p_2=8p_1/3$, 2-3 o destindere izobară astfel că $V_3=3V_1/2$, 3-4 o destindere izotermă şi o transformare 4-1 în care presiunea variază cu volumul după legea pV^{-1}=constant. Să se afle dacă $\ln4/3\approx0,287$:
a. reprezentarea grafică a procesului ciclic în coordonate p şi V
b. volumul maxim al gazului în timpul efectuării transformării ciclice
c. lucrul mecanic pe transformarea ciclică în funcţie de p_1 şi V_1
d. energia internă a gazului în starea 4

41. Un gaz ideal suferă transformările din figura alăturată. Iniţial în starea 1 parametrii sunt $p_1=10^5$ Pa şi $V_1=1$ L. Să se afle:
a. raportul energiilor interne ale gazului în stările 3 şi 1
b. arătaţi că stările 2 şi 4 se află pe aceeaşi izobară
c. lucrul mecanic în transformarea 1-2-3
d. lucrul mecanic în transformarea ciclică 1-2-3-4-1



42. Un gaz biatomic suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. Se cunosc parametrii stării 1, presiunea $p_1=10^5$ Pa şi volumul $V_1=1$ L, precum şi $p_2=2p_1$, $V_3=3V_1$, $V_4=4V_1$. Să se afle:
a. temperatura T_3 în starea 3 în funcţie de T_1
b. lucrul mecanic pe transformarea 3-4
c. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu
d. variaţia energiei interne ΔU_{14}



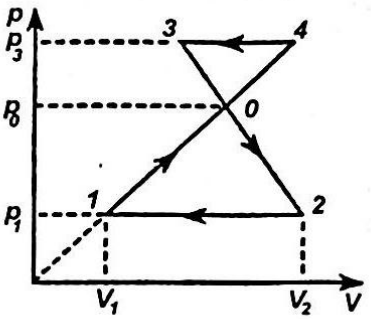
43. Un gaz ideal monoatomic parcurge ciclul din figura 1.2.12. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m², $p_0=3\cdot10^5$ N/m², $p_3=4\cdot10^5$ N/m², $V_2-V_1=20$ L, iar segmentele $2\rightarrow1$ şi $4\rightarrow3$ sunt orizontale. Să se afle:

a. volumul V_0, dacă $V_1=4$ L

b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclul 14321

c. raportul lucrurilor mecanice L_{1021}/L_{0430}

d. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2



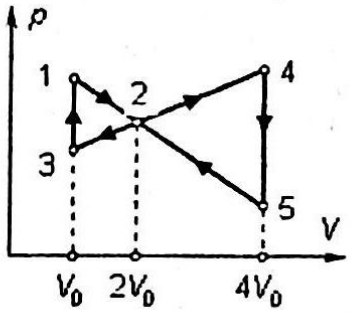
44. Un gaz ideal suferă transformările din figura alăturată. Se cunosc $p_1=p_4=3p_0=3\cdot10^5$ Pa, $p_3=2p_0$, şi $V_0=1$ L. Să se afle:

a. presiunea în starea 5

b. lucrul mecanic pe transformarea 1-2-3-1

c. lucrul mecanic pe transformarea 2-4-5-2

d. lucrul mecanic al gazului dacă acesta efectuează transformarea 1-5-4-3-1



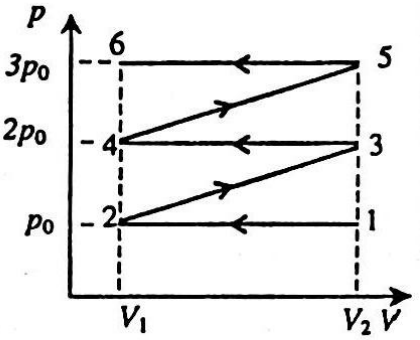
45. Un gaz ideal biatomic evoluează după succesiunea de transformări 123456 ca în figura alăturată. Se cunosc $p_0=10^5$ N/m², $V_1=1$ L şi $V_2=3V_1$. Să se afle:

a. lucrul mecanic total efectuat în transformările 123

b. lucrul mecanic total efectuat în transformările 123456

c. ΔU_{12}

d. U_6/U_1



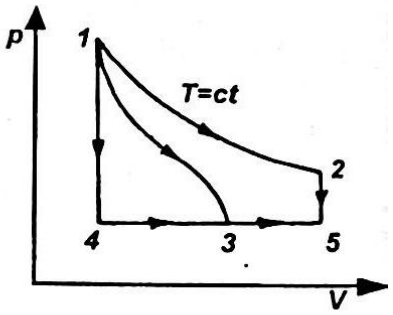
46. Un gaz ideal monoatomic se află iniţial într-o stare caracterizată de parametrii $p_1=4\cdot10^5$ N/m² şi $V_1=2$ L. Gazul evoluează până în starea finală caracterizată de parametrii $p_5=10^5$ N/m² şi $V_5=4$ L pe trei căi ca în figura 1.2.25. Să se afle:

a. energia internă maximă

b. lucrul mecanic pe calea 1-4-5

c. lucrul mecanic pe calea 1-2-5 ($\ln2\approx0,7$)

d. variaţia energiei interne pe calea 1-3-5



1.3. Aplicaţii ale principiul 1 al termodinamicii

1. Oxigenul ocupă o butelie cu volumul $V=2$ L la temperatura $t_1=27^0$C şi la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ N/m². Oxigenului i se transmite căldură astfel că presiunea acestuia se triplează. Să se afle:

a. temperatura finală

b. lucrul mecanic efectuat de gaz şi căldura primită de acesta

c. variaţia energiei interne a oxigenului în timpul procesului

2. Într-un recipient se află azot cu masa molară $\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ N/m² şi la temperatura $t_1=87^0$C. Să se afle:

a. densitatea azotului în condiţiile date

b. temperatura t_2 la care trebuie încălzit azotul pentru ca presiunea lui să se dubleze

c. raportul dintre căldura necesară dublării temperaturii absolute a azotului printr-un proces izobar şi căldura necesară dublării temperaturii absolute a lui printr-un proces izocor, dacă temperatura iniţială este aceeaşi

3. Într-o butelie se află m=48 g de oxigen (μ=32 g/mol). Gazul, aflat inițial în starea 1 în care temperatura este t_1=7°C și presiunea p_1=4·10^5 Pa, este încălzit până în starea 2 în care temperatura devine t_2=77°C. Ulterior, se consumă Δm=16 g din oxigenul aflat în butelie. În final, în starea 3, temperatura oxigenului rămas în butelie este t_3=t_1. Să se afle: **iulie 2014**

a. căldura necesară încălzirii oxigenului de la temperatura t_1 la temperatura t_2

b. presiunea atinsă de oxigenul din butelie în starea 3

c. densitatea gazului în starea 2

d. variația energiei interne a oxigenului în transformarea $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

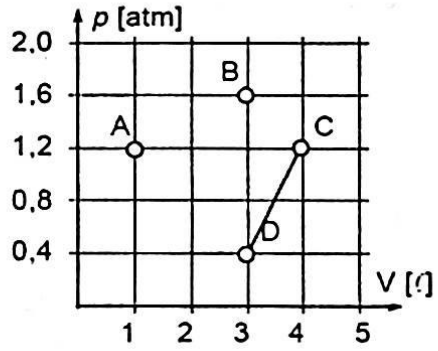
4. În diagrama alăturată sunt indicate patru stări de echilibru termodinamic (*A*, *B*, *C*, *D*) ale unei cantități constante de gaz ideal monoatomic (γ=5/3) care efectuează diverse transformări cvasistatice și reversibile (p_0=10^5 Pa). Să se afle:

a. în care dintre stările indicate temperatura gazului este maximă?

b. variația energiei interne între stările *A* și *D*

c. lucrul mecanic efectuat de gaz, L_{AC}, dacă că în transformarea *AC* presiunea este constantă

d. căldura schimbată de gaz cu exteriorul, Q_{DB}, dacă că în transformarea *DB* volumul este constant



5. O cantitate de ν=2 moli de gaz monoatomic aflat la temperatura t_1=27°C suferă o transformare izobară în care un gaz efectuează un lucru mecanic L=1662 J. Să se afle:

a. temperatura gazului în stare finală

b. variația energiei interne

c. căldura primită de gaz

6. O cantitate ν=1 mol de azot se destinde izobar dintr-o stare inițială în care presiunea este p_1=4·10^5 N/m^2 și temperatura t_1=27°C până într-o stare finală. În exterior presiunea este p_0=10^5 Pa. În timpul acestui proces variația energiei interne este ΔU=831 J. Să se afle:

a. temperatura absolută în starea finală

b. volumul final

c. căldura absorbită

d. lucrul mecanic efectuat de gaz

7. O cană de formă cilindrică are înălțimea h=10 cm și aria bazei s=10 cm^2. Aerul din cană, aflat la presiunea atmosferică p_0=10^5 N/m^2 și temperatura t=17°C, este închis ermetic cu ajutorul unui capac de masă M=100 g. Masa molară a aerului este μ=29 g/mol, iar căldura molară la volum constant este C_V=2,5R. Să se afle:

a. masa aerului din cană

b. densitatea aerului din cană în condițiile fizice date

c. temperatura minimă până la care trebuie încălzit aerul din cană astfel încât presiunea aerului din interior să ridice capacul

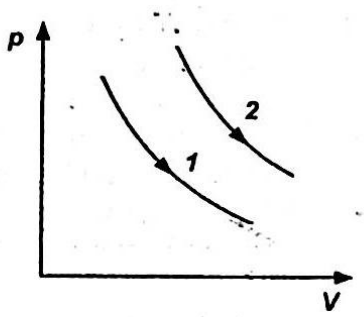
d. căldura primită de aerul din cană în timpul încălzirii de la temperatura inițială până la temperatura determinată la punctul **c.**

8. O cantitate de oxigen cu masa m=0,127 g (μ_{O2}=32·10^{-3} kg/mol) se află într-un cilindru vertical închis etanș în partea superioară cu un piston cu masa M=10 kg și secțiunea S=1 cm^2. Gazului i se transferă o cantitate de căldură astfel că pistonul se ridică, iar energia potențială a acestuia crește cu ΔE_p=5 J.

Temperatura devine în starea finală t_2=227°C. Presiunea în exteriorul cilindrului este p_0=10^5 Pa. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz în acest proces
b. căldura şi variaţia energiei interne
c. volumul iniţial al gazului
d. temperatura iniţială în grade Celsius

9. Într-un recipient se află azot care ocupă volumul V_1=2 L la presiunea p_1=10^5 N/m². Gazul se destinde izoterm până volumul acestuia creşte şi devine V_2=16 V_1. Să se afle:
a. presiunea gazului în starea finală
b. variaţia energiei interne a gazului
c. lucrul mecanic şi căldura primită de gaz în timpul procesului ($\ln 2 \approx 0{,}7$)

10. În figura alăturată izotermele sunt reprezentate la aceeaşi temperatură pentru hidrogen. Se ştie că masa de hidrogen în cazul izotermei (1) este m_1=0,5 g, raportul dintre căldurile absorbite pentru dublarea volumului pe izotermele (1) şi (2) este Q_1/Q_2=0,5 şi căldura absorbită pe izoterma (2) pentru a produce o variaţie de volum ΔV=3 $V_{iniţial}$ este Q_2'=1727,649 J. Să se afle:



a. masa de hidrogen în cazul izotermei (2)
b. temperatura absolută la care au fost reprezentate izotermele
c. căldura Q_1

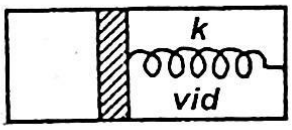
11. O masă de oxigen m=3,2 g cu masa molară μ_{O2}=$32\cdot10^{-3}$ kg/mol se află la temperatura t_1=27°C şi se destinde adiabatic efectuând un lucru mecanic L=166,2 J. Să se afle:
a. temperatura finală în grade Celsius
b. variaţia energiei interne
c. căldura schimbată cu mediul exterior

12. Un mol de gaz ideal ocupă la presiunea p_1=$8\cdot10^5$ Pa un volum V_1=1 L. Gazul se destinde adiabatic până ce presiunea scade de 32 ori şi volumul creşte de 8 ori. Să se afle:
a. exponentul adiabatic al gazului
b. lucrul mecanic efectuat de gaz
c. variaţia temperaturii gazului în acest proces

13. O masă de azot m=28 g cu masa molară μ_{N2}=$28\cdot10^{-3}$ kg/mol se află la temperatura t_1=27°C şi ocupă volumul V_1=2 m³. Gazul se comprimă adiabatic până ce temperatura devine t_2=327°C. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de gaz
b. variaţia energiei interne a gazului şi căldura schimbată cu mediul exterior
c. volumul final

14. Un gaz ideal monoatomic evoluează din starea iniţială 1 în starea finală 2 printr-o transformare de tipul $p=aV$, unde a=constant. În starea iniţială parametrii gazului sunt p_1=10^5 N/m² şi V_1=1 L şi în stare finală V_2=3 V_1. Să se afle:
a. presiunea finală
b. variaţia energiei interne a gazului
c. căldura schimbată cu mediul exterior şi lucrul mecanic efectuat de gaz

15. În cilindrul din figura alăturată se află introdus un gaz ideal monoatomic. Resortul este nedeformat când pistonul se află la capătul din stânga. Să se afle:
a. legea de dependență dintre presiunea gazului și volumul acestuia
b. de câte ori crește temperatura absolută a gazului, dacă presiunea crește de 1,5 ori?
c. căldura molară a gazului în acest proces



16. Într-un cilindru cu volumul V=16,62 L se află la presiunea p=10^5 Pa un amestec de oxigen (μ_1=32·g/mol) și hidrogen (μ_2=2 g/mol). Să se afle:
a. energia internă a amestecului
b. variația energiei interne a amestecului, dacă amestecul se încălzește cu ΔT=100 K pornind de la temperatura inițială t=27°C
c. căldura primită de amestecul de gaze în condițiile punctului **b.**

17. Într-o butelie se află o cantitate de ν=5 moli azot la temperatura inițială t=27° C. Azotul primește căldura Q=20775 J. Să se afle:
a. temperatura azotului în stare finală
b. fracțiunea de disociere a azotului, dacă după disociere energia internă a gazului monoatomic este egală cu cea a celui biatomic rămas
c. de câte ori crește energia internă a gazului, dacă gazul disociază cu fracțiunea f=20%, iar temperatura absolută crește de n=3 ori

18. Într-o butelie cu volumul V=2 L se află ν=2 moli de oxigen la temperatura t=27°C. Butelia este încălzită până când presiunea gazului se triplează. Neglijăm dilatarea buteliei. Să se afle:
a. presiunea gazului în starea inițială
b. căldura primită de gaz în acest proces
c. căldura molară la volum constant a amestecului de gaz, obținut în butelie prin disocierea unei fracțiuni f=40% din numărul inițial de molecule de oxigen

19. Într-o incintă se află un gaz biatomic cu ν=1 mol și masa molară μ=28·g/mol, la presiunea p și la temperatura t_1=27°C. Se încălzește gazul până când temperatura sa absolută se triplează. Se cunoaște C_V=5R/2. Să se afle:
a. variația energiei interne a gazului și căldura primită de gaz în procesul de încălzire
b. masa de gaz ce trebuie scoasă din incintă pentru ca presiunea să se mențină la aceeași valoare p
c. exponentul adiabatic al amestecului, dacă gazul disociază în proporție de f=20%

20. Un cilindru orizontal, de volum V=8,31 L, este împărțit în două compartimente printr-un un piston de grosime neglijabilă. În compartimentul din stânga se află o masă m_1=1,6 g de heliu (μ_{He}=4 g/mol,C_V=1,5R) iar în cel din dreapta o cantitate ν_2=0,6 mol de oxigen (μ_{O2}=32 g/mol,C_V=2,5R). Inițial temperaturile celor două gaze sunt egale cu T=300 K și pistonul este în echilibru. Să se afle:
a. raportul dintre masa unei molecule de oxigen și a unui atom de heliu
b. presiunea heliului în starea inițială
c. masa molară medie a amestecului obținut după îndepărtarea pistonului dintre cele două compartimente
d. căldura necesară pentru dublarea temperaturii absolute a amestecului format din cele două gaze

21. Se admite că atât căldura primită de aerul dintr-o cameră de la agentul termic din calorifer, cât şi căldura cedată de aerul din cameră mediului exterior sunt direct proporţionale cu diferenţele de temperatură dintre sursele care schimbă căldură. Într-o zi în care temperatura mediului exterior este $t_{e1}=-20^0C$, iar temperatura agentului termic este $t_a=60^0C$, temperatura în cameră se menţine la $t_1=20^0C$. Să se afle:

a. temperatura t_2 care s-ar putea menţine în cameră într-o zi în care temperatura mediului exterior este $t_{e2}=-40^0C$, dacă temperatura agentului termic rămâne $t_a=60^0C$

b. temperatura pe care ar trebui să o aibă agentul termic pentru ca în ziua în care temperatura mediului exterior este $t_{e2}=-40^0C$ în cameră să poată fi menţinută temperatura $t_1=20^0C$

c. temperatura mediului exterior, dacă temperatura agentului termic este $t_a=60^0C$, iar temperatura în cameră se menţine la $t_3=25^0C$

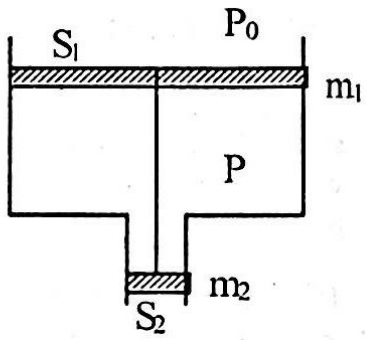
22. Într-un cilindru care conţine oxigen se poate deplasa fără frecări un piston cu masa $m=20$ kg şi cu secţiunea $S=10$ cm^2. Cilindrul este aşezat sub un unghi $\alpha=30^0$ faţă de orizontală. În exteriorul cilindrului presiunea este cea normală $p_0=10^5$ N/m^2. Să se afle:

a. presiunea gazului din cilindru

b. lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă pistonul se ridică astfel că lungimea coloanei de oxigen creşte cu $\Delta\ell=10$ cm

c. căldura primită de oxigen în condiţiile punctului **b.**

23. Un tub cilindric vertical de secţiuni diferite este închis la ambele capete prin două pistoane de arii diferite ca în figura alăturată. Fiecare piston alunecă în porţiunea de tub corespunzătoare, astfel că iniţial pistoanele se află în echilibru. Între cele două pistoane legate printr-un fir inextensibil se găseşte $\nu=0,1$ mol de gaz ideal biatomic. Diferenţa dintre secţiunile celor două pistoane este $\Delta S=2\cdot10^{-4}$ m^2, iar suma maselor celor două pistoane este $m=1$ kg, presiunea atmosferică este $p_0=10^5$ N/m^2. Se încălzeşte gazul cu $\Delta T=10$ K. Să se afle:



a. presiunea gazului dintre cele două pistoane şi să se arate că transformarea gazului este izobară

b. sensul de deplasare al pistoanelor şi distanţa pe care se deplasează

c. căldura primită de gazul biatomic în acest proces

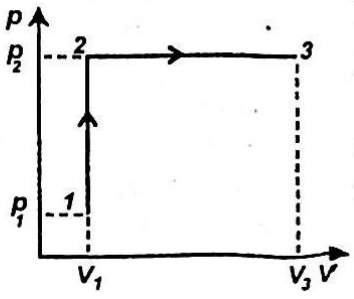
24. O masă de heliu trece din starea iniţială caracterizată de presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 şi $V_1=10$ L într-o stare finală caracterizată de presiunea $p_3=4\cdot10^5$ N/m^2 şi $V_3=2$ L, printr-o transformare izocoră şi apoi o transformare izobară. Să se afle:

a. variaţia energiei interne

b. lucrul mecanic total efectuat de gaz între stările 1 şi 3

c. căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern

25. Un gaz ideal monoatomic suferă o transformare izocoră urmată de o transformare izobară ca în figura alăturată. Ştiind că $Q_{12}=Q_{23}$ şi că $T_3/T_1=4$, să se afle:



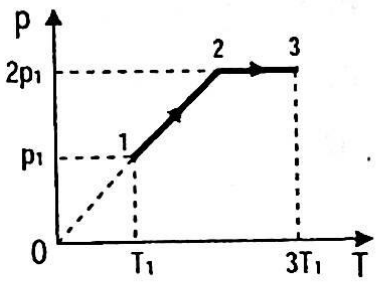
a. raportul T_2/T_1

b. raportul $\Delta U_{23}/\Delta U_{12}$

c. căldura totală care intervine în transformarea 1-2-3, dacă în starea 1 presiunea gazului este $p_1=10^5$ Pa şi volumul acestuia $V_1=8$ L

26. Într-un cilindru cu piston mobil, ce se poate mişca etanş şi fără frecări, se află un mol de gaz ideal la temperatura T_1=300 K. Gazul este răcit la volum constant, apoi este încălzit la presiune constantă până revine la temperatura iniţială T_1. În acest proces lucrul mecanic efectuat de gaz este de 831 J, iar raportul dintre căldura primită şi modulul căldurii cedate este k=5/3. Se cunoaşte $\ln 1{,}5 \approx 0{,}4$. Să se afle:
a. graficul transformărilor în coordonate p-V
b. raportul dintre valoarea maximă şi cea minimă a volumului ocupat de gaz în acest proces
c. valoarea căldurii molare la volum constant a gazului
d. lucrul mecanic primit de gaz pentru a reveni în starea iniţială printr-o transformare la temperatură constantă.

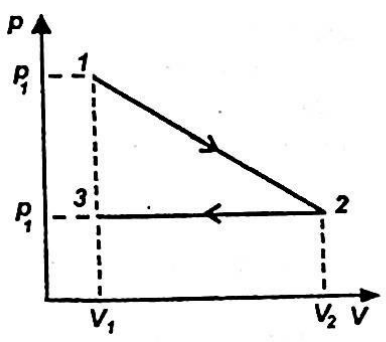
27. Un mol de gaz ideal monoatomic (γ=5/3), aflat iniţial în starea 1, la temperatura T_1=250 K, este supus succesiunii de transformări 1→2→3, ca în figura alăturată. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p–V
b. energia internă a gazului în starea 2
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul în cursul transformării 2→3
d. căldura schimbată de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2→3



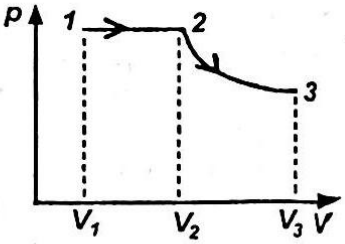
28. Un piston care se poate mişca fără frecări într-un cilindru orizontal, separă de mediul exterior un volum V_1=10 L de gaz ideal biatomic la temperatura t_1=27°C şi presiunea p_1=1 atm. Iniţial pistonul este în echilibru. Încălzind gazul închis în cilindru pistonul se deplasează lent. Când temperatura devine T_2=900 K, pistonul se blochează cu un opritor. Aerul din cilindru este încălzit în continuare până când presiunea devine p_3=5 atm. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate (p,V).
b. lucrul mecanic efectuat de gaz în timpul deplasării pistonului
c. variaţia energiei interne totale a gazului
d. căldura totală transmisă gazului

29. Într-un cilindru orizontal, prevăzut cu un piston care se poate mişca liber, de volum V=0,1 m³, se găseşte aer, (gaz ideal biatomic cu γ=7/5), la presiunea p_1=10⁵ Pa. Aerul este răcit la volum constant şi cedează în exterior căldura $|Q|$=12,5 kJ. Din noua stare, gazul este comprimat la presiune constantă, asupra gazului efectuându-se un lucru mecanic $|L|$=2,5 kJ. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a proceselor descrise într-un sistem de coordonate p–V
b. presiunea atinsă de gaz în urma răcirii la volum constant
c. volumul atins de gaz în urma comprimării la presiune constantă
d. variaţia energiei interne a gazului între starea iniţială şi cea finală

30. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. Se cunoaşte că stările 1 şi 2 se află pe aceeaşi izotermă, temperatura absolută în starea 1 este T_1=300 K şi V_2=3V_1. Să se afle:
a. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3
b. raportul lucrurilor mecanice efectuate în procesele 1-2 şi 2-3
c. căldura schimbată în transformarea 2-3
d. căldura schimbată în transformarea 1-2



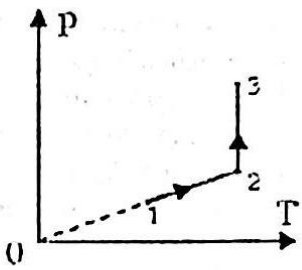
31. Un gaz ideal este supus următoarei succesiuni de transformări ca în figura alăturată. Cunoscând că $V_2=2V_1$ şi $V_3=4V_2$, iar căldura primită de gaz pe transformarea 1-2 este egală cu cea primită de gaz pe transformarea izotermă 2-3, să se afle:



a. exponentul adiabatic al gazului ($\ln 2 \approx 0{,}7$)
b. raportul L_{12}/L_{23}
c. raportul variaţiilor energiilor interne $\Delta U_{12}/\Delta U_{13}$

32. Un gaz ideal biatomic aflat iniţial într-o stare în care presiunea $p_1=2\cdot10^5$ N/m² şi volumul $V_1=5$ L suferă sucesiunea de transformări: o transformare izotermă astfel că $V_2=e^2V_1$ ($e\approx2{,}71$), şi apoi o transformare izobară până la volumul iniţial. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate (p,V)
b. variaţia energiei interne între starea iniţială şi cea finală
c. lucrul mecanic total
d. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul

33. O cantitate $\nu=5$ moli de gaz ideal monoatomic se află iniţial în starea 1, caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa şi $t_1=27^0$C. Gazul suferă succesiunea de procese redate în figura alăturată. Se cunosc $p_2=2p_1$ şi $V_3=V_2/2$. Să se afle:

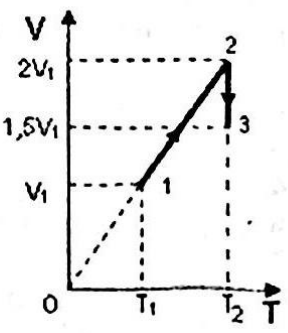


a. reprezentarea succesiunii de transformări în p şi V
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
c. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior ($\ln 2 \approx 0{,}7$)
d. căldura totală schimbată de gaz cu mediul exterior

34. Un gaz ideal monoatomic se află într-o stare iniţială în care $p_1=4\cdot10^5$ Pa şi $V_1=1$ L. Gazul este răcit izocor şi cedează căldura $Q_{12}=-300$ J, apoi se destinde izoterm până în starea finală 3 în care volumul gazului devine $V_3=eV_1$ ($e\approx2{,}71$). Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate (p,V)
b. lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea 2-3
c. variaţia energiei interne între stările 1 şi 3
d. verificaţi primul principiu al termodinamicii între stările 1 şi 3

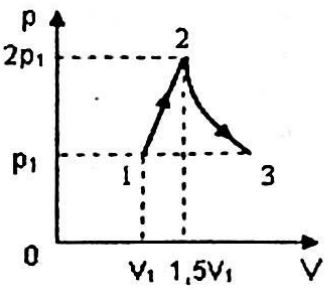
35. O cantitate de hidrogen suferă o transformare 1-2 în care energia internă rămâne constantă din starea iniţială în care $p_1=2{,}71\cdot10^5$ N/m² şi $V_1=1$ L până într-o stare finală în care $V_2=eV_1$ ($e\approx2{,}71$). Apoi gazul îşi măreşte temperatura absolută de trei ori printr-o transformare 2-3 în care densitatea gazului se menţine constantă. Să se afle:
a. reprezentarea grafică în coordonate (p,V) a succesiunii de transformări 1-2-3
b. lucrul mecanic total
c. presiunea finală în starea 3
d. căldura totală schimbată de hidrogen cu mediul extern

36. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat iniţial în starea 1, la temperatura $T_1=300$ K este supus succesiunii de transformări 1-2-3 ca în figura alăturată. Se ştie că $\ln(4/3)\approx0{,}29$. Să se afle:



a. raportul p_3/p_1
b. energia internă a gazului în starea 3
c. lucrul mecanic în transformarea 2-3
d. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul în transformarea 1-2-3

37. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=2\cdot10^5$ N/m² și volumul $V_1=3$ dm³ este supus transformării 1-2-3 reprezentată în figura alăturată. Transformare 2-3 este izotermă. Se știe $\ln2\approx0,7$. Să se afle:

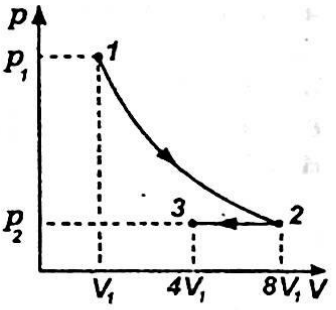


a. volumul V_3
b. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul
c. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul
d. variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3

38. O cantitate $\nu=0,6$ mol de gaz ideal biatomic se află inițial, în starea 1, la o presiune egală cu $p_1=100$ kPa. Gazul este este încălzit izocor până în starea 2, în care presiunea s-a dublat, apoi destins izoterm până în starea 3, în care presiunea revine la valoarea inițială. În destinderea izotermă lucrul mecanic efectuat de gaz este egal cu 1,4 kJ. Se consideră $\ln2\approx0,7$. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunea de procese 1→2→3 în sistemul de coordonate $p-V$
b. temperatura gazului la sfârșitul încălzirii izocore
c. volumul inițial al gazului
d. căldura primită pe parcursul transformării 1→2→3

39. Un gaz ideal monoatomic cu masa $m=1,6$ kg este închis într-un cilindru cu piston. Presiunea gazului la temperatura $T_1=300$ K este $p_1=5\ 10^5$ Pa. Gazul este comprimat la temperatură constantă până la o presiune de două ori mai mare, iar lucrul mecanic în acest proces este $L=-0,7\ 10^6$ J. Pistonul este blocat, iar gazul este răcit până când presiunea devine egală cu presiunea inițială. Se cunoaște $C_V=3R/2$ și $\ln2\approx0,7$. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări suferite de gaz în sistemul de coordonate p-V
b. masa molară a gazului
c. variația energiei interne a gazului în transformarea 2→3
d. căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în timpul procesului 1→2→3 precizând dacă este primită sau cedată

40. Un mol de gaz ideal monoatomic este supus succesiunii de transformări 1-2-3 ca în figura alăturată. Transformarea 1-2 este adiabatică. În starea 1 parametrii gazului sunt: $p_1=16\cdot10^5$ Pa și $V_1=1$ L. Să se afle:



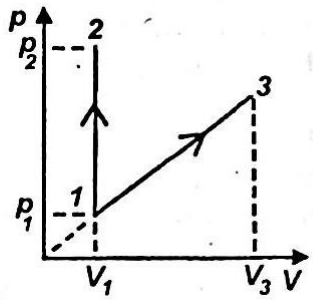
a. presiunea în starea 2
b. lucrul mecanic total
c. variația energiei interne în procesul 1-2-3
d. căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern și verificați primul principiu al termodinamicii

41. O masă $m=10$ g de oxigen ($\mu_{O2}=32$ g/mol) aflată la temperatura absolută $T_1=300$ K și presiunea $p_1=10^5$ Pa este comprimată adiabatic astfel încât energia internă a gazului variază cu $\Delta U=4155$ J. Apoi gazul se destinde izoterm, astfel că în transformarea izotermă căldura primită de gaz este egală cu variația energiei interne în procesul adiabatic. Să se afle:
a. reprezentarea proceselor în coordonate p și V
b. temperatura absolută în starea 2 la sfârșitul comprimării adiabatice
c. volumul la sfârșitul comprimării adiabatice
d. volumul la sfârșitul destinderii izoterme ($e\approx2,71$, $e^{1,7}\approx5,47$)

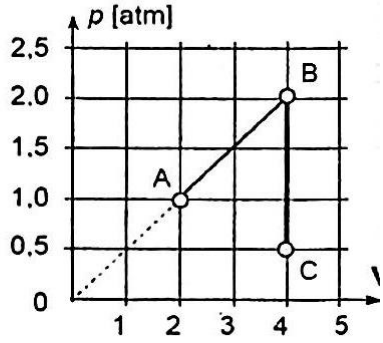
42. Un gaz ideal biatomic trece din starea inițială caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa și $V_1=5$ L în starea finală caracterizată de parametrii $p_3=3\cdot10^5$ Pa și $V_3=2$ L printr-o transformare adiabatică urmată de o transformare izocoră. Să se afle, dacă $2{,}5^{1{,}4}\approx3{,}6$:
a. reprezentarea preoceselor în coordonate p și V
b. variația energiei interne între stările 1 și 3
c. căldura totală schimbată de gaz
d. lucrul mecanic total efectuat de gaz

43. Un mol de gaz ideal monoatomic a fost comprimat până ce volumul s-a redus de $n=8$ ori, pornind din aceeași stare inițială 1 o dată izoterm până în starea 2 și o dată adiabatic până în starea 3. Să se afle:
a. reprezentarea preoceselor în coordonate p și V
b. raportul temperaturilor T_3/T_2
c. variația energiei interne ΔU_{13}, dacă $T_1=300$ K
d. raportul lucrurilor mecanice L_{12}/L_{13} ($\ln2\approx0{,}693$)

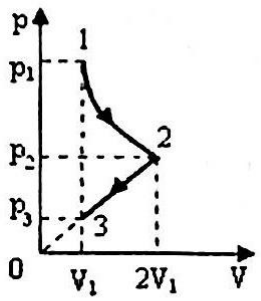
44. $\nu=2$ moli de gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1{,}4$ se află inițial în starea 1. Transmițând gazului aceeași cantitate de căldură gazul poate trece fie în starea 2 fie în starea 3 ca în figura alăturată. Să se afle:
a. de câte ori variația temperaturii este mai mare în transformarea 1-2 decât în transformarea 1-3?
b. căldura în transformarea 1-2, dacă $\Delta T_{12}=300$ K
c. căldura molară pe transformarea 1-3



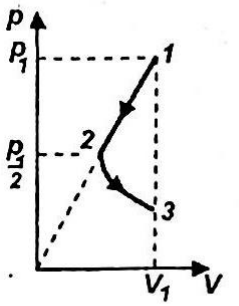
45. Gazul ideal închis etanș într-un corp de pompă cu volumul 2 L se află la o presiune egală cu presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa și efectuează următoarea succesiune de transformări reversibile: AB gazul primește căldură astfel încât presiunea să crească proporțional cu volumul, până când volumul se dublează; BC pistonul este blocat și gazul se răcește până când presiunea scade la jumătate din presiunea atmosferică. Considerând că exponentul adiabatic al gazului are valoarea $\gamma=1{,}5$, să se afle:
a. variația energiei interne a gazului în transformarea ABC
b. lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea ABC
c. căldura cedată în transformarea BC
d. căldura primită în transformarea AB



46. Un gaz ideal biatomic, aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=4\cdot10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, este supus transformării 1-2-3 ca în figura alăturată, astfel că 1-2 este o transformare izotermă ($\ln2\approx0{,}7$). Să se afle:
a. presiunea în starea 3
b. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul în transformarea 1-2-3
c. căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul în 1-2-3
d. variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3

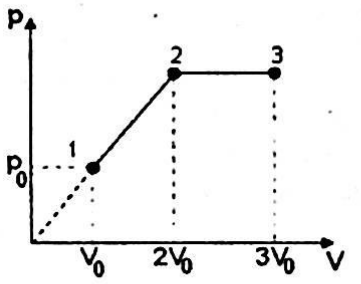


47. Un mol de gaz ideal ($\gamma=4/3$), aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=4\cdot10^5$ Pa și volumul $V_1=2{,}5$ L, este supus transformării $1\to2\to3$, reprezentată grafic în coordonate (p,V) ca în figura alăturată. Transformarea $2\to3$ este izotermă. Se consideră $\ln2\approx0{,}7$. Să se afle:



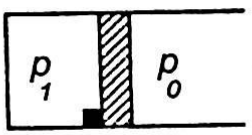
a. volumul V_2
b. lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul în cursul transformării 2→3
c. diferența dintre energia internă a gazului în starea 2 și energia internă a gazului în starea 1
d. căldura schimbată de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2

48. O masă m=14 g de azot (μ=28 g/mol) se află inițial în starea caracterizată de parametrii $p_0=10^5$ Pa și V_0=3 L. Gazul suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. Să se afle:



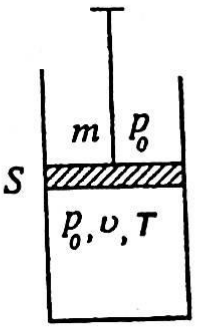
a. variația energiei interne a gazului în procesul 1-2
b. căldura absorbită de gaz în procesul 2-3
c. căldura molară a gazului pe transformarea 1-2
d. căldura absorbită de gaz în transformarea 1-2

49. Într-un cilindru orizontal se găsește un gaz monoatomic la presiunea $p_1=2{,}5\cdot10^4$ Pa și ocupă volumul V_1=2 L. În exteriorul cilindrului se află aer la presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². Pistonul este inițial blocat de un opritor ca în figura alăturată. Se încălzește gazul până când volumul final devine $V_3=3V_1$. Să se afle:



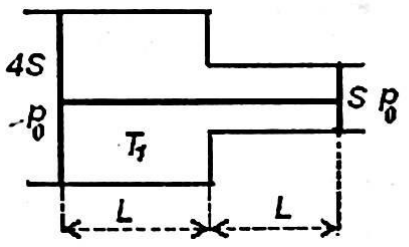
a. de câte ori crește temperatura gazului?
b. reprezentarea grafică a proceselor descrise într-o diagramă de coordonate p–V
c. lucrul mecanic efectuat de gaz
d. căldura totală schimbată de gaz în cursul procesului

50. Într-un cilindru vertical din figura alăturată se află un piston cu masa m=10 kg și secțiunea S=20 cm² sub care se află $\nu=10^{-2}$ mol de gaz ideal biatomic la temperatura T=300 K și presiunea atmosferică $p_0=10^5$ N/m². Pistonul este suspendat de un fir vertical și el se poate mișca etanș și fără frecări. Se încălzește gazul astfel încât volumul acestuia se dublează. Să se afle:



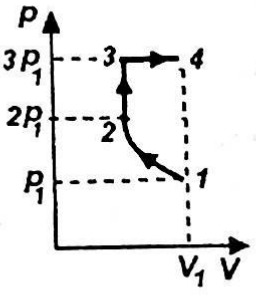
a. înălțimea la care este suspendat inițial pistonul față de fundul cilindrului
b. presiunea finală a gazului
c. reprezentarea procesului la care este supus gazul în coordonate (p,V)
d. căldura totală transferată gazului în acest proces

51. Două pistoane cu secțiunile S și $4S$ legate printr-o tijă rigidă de lungime $2L$ ca în figura alăturată, pot aluneca fără frecare. Între ele se află la echilibru un mol de gaz ideal monoatomic la temperatura T_1=1000 K. Gazul este răcit până la temperatura $T_2=T_1/5$. Știind că presiunea atmosferică p_0 rămâne constantă, să se afle:



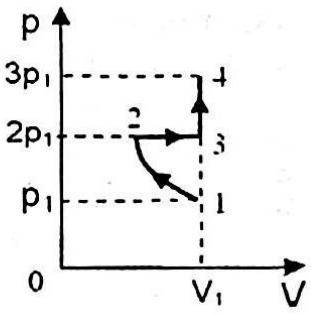
a. reprezentarea grafică a procesul de răcire a gazului în coordonate p și V
b. variația de energie internă a gazului care se răcește de la T_1 la T_2
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior
d. căldura totală cedată de gaz

52. Un mol de gaz ideal monoatomic ($C_V=3R/2$), aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=5\cdot10^4$ N/m² și volumul V_1=2 L, este supus transformării 1→2→3→4, reprezentată în coordonate p-V în figura alăturată. Transformarea 1→2 este izotermă. Se consideră $\ln 2\approx 0{,}7$. Să se afle:



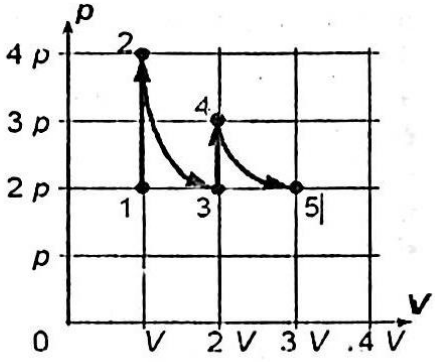
a. volumul V_3
b. valoarea maximă a energiei interne a gazului
c. căldura schimbată de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2
d. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2→3→4

53. Un mol de gaz ideal monoatomic ($C_V=3R/2$), aflat inițial în starea 1, în care presiunea este $p_1=5\cdot10^4$ N/m² și volumul $V_1=2$ L, este supus transformării 1→2→3→4, reprezentată în coordonate p-V în figura alăturată. Transformarea 1→2 este izotermă. Se consideră $\ln 2\approx 0{,}7$. Să se afle:



a. valoarea maximă a energiei interne a gazului
b. căldura schimbată de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2
c. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2→3→4
d. reprezentarea grafică a transformării 1→2→3→4 într-un sistem de coordonate V-T

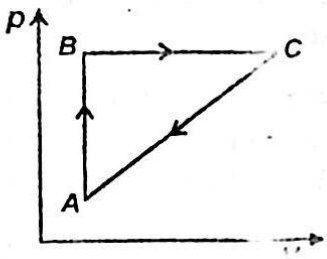
54. Într-un corp de pompă se află o cantitate fixată de gaz. Acesta urmează transformarea 1-2-3-4-5, în care presiunea p depinde de volumul V așa cum se arată în graficul alăturat. În transformarea 2-3 și în transformarea 4-5 produsul dintre presiunea și volumul gazului păstrează o valoare constantă (diferită pentru fiecare). Cunoscând valoarea căldurii schimbate de gaz cu exteriorul în transformarea 1-2, $Q_{12}=200$ J, să se afle:



a. ordinea crescătoare a temperaturilor absolute T_1, T_2, T_3, T_4, T_5
b. căldura Q_{34} schimbată de gaz cu exteriorul în procesul 3-4
c. care dintre mărimile Q, L, ΔU este nulă pentru fiecare dintre transformările 1-2, 2-3, 3-4 și 4-5?
d. dacă lucrul mecanic L_{23} este mai mare, mai mic sau egal cu lucrul mecanic L_{45} și să se justifice răspunsul dat

55. Un gaz ideal monoatomic suferă șirul de transformări pornind dintr-o stare inițială în care $p_1=2\cdot10^5$ Pa și volumul $V_1\approx 2{,}71$ L, astfel: 1-2 comprimare izotermă până la $V_2=1$ L, 2-3 destindere izobară și 3-1 izocoră. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p și V
b. lucrul mecanic pe transformarea 1-2
c. căldura schimbată în transformarea 3-1
d. energia internă în starea 2

56. Un gaz ideal biatomic suferă șirul de transformări pornind dintr-o stare inițială în care $p_1=10^5$ Pa și volumul $V_1=1$ L, astfel: 1-2 încălzire izocoră până la $p_2=3p_1$, 2-3 o destindere izotermă și 3-1 o transformare izobară. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p și V
b. căldura cedată în această transformare ciclică
c. lucrul mecanic total ($\ln 3\approx 1{,}1$)
d. variația energiei interne în transformarea ciclică

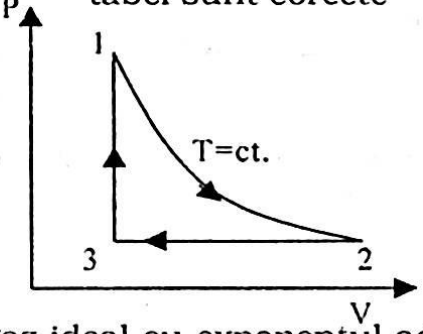


57. Un gaz biatomic funcționează după un ciclu ABC reprezentat în figura alăturată. În starea inițială gazul ocupă volumul $V_A=4$ L la presiunea $p_A=2\cdot10^5$ Pa, în starea B presiunea este $p_B=3p_A$, iar în starea C volumul este

$V_C=2V_A$. Să se afle:
a. lucrul mecanic în transformarea *CA*
b. căldura primită în transformarea *AB*
c. raportul $\Delta U_{BC}/L_{BC}$

58. Un mol de gaz ideal ($\gamma=1,4$) trece izocor din starea (1) în starea (2) în care presiunea este $p_2=2p_1/3$. În continuare gazul se încălzeşte la presiune constantă până ajunge la temperatura stării (1) şi, prin comprimare la temperatura constantă, revine în starea (1). În procesul 1-2-3 lucrul mecanic efectuat de gaz este de 830 J. Se cunoaşte $\ln 2/3=-0,4$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în sistemul de coordonatele *p-V*
b. energia internă a gazului în starea 1
c. căldura primită de gaz în timpul unui ciclu
d. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul în comprimarea izotermă

59. O masă de gaz ideal suferă transformarea ciclică din figura de mai jos. Folosind datele din tabel să se afle:
a. căldura absorbită pe transformarea 1→2
b. variaţia energiei interne pe transformarea 2→3
c. valorile lipsă din tabel
d. coeficientul adiabatic al gazului ideal şi să se specifice argumentând dacă datele din tabel sunt corecte



Transf.	ΔU	L	Q
1→2		30 J	
2→3			
3→1	15 J		
Ciclu		15 J	

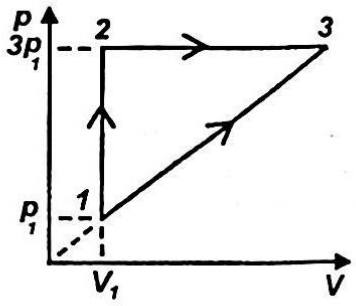
60. Un mol de gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,4$ trece izocor din starea 1 în starea 2 în care presiunea este $p_2=p_1/n$. Apoi gazul se încălzeşte la presiune constantă până ajunge la temperatura stării 1 şi prin comprimare la temperatura constantă, revine în starea 1. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate *p* şi *V*
b. temperatura T_1, dacă în procesul 1-2-3 lucrul mecanic efectuat de gaz este $L=831$ J, pentru $n=1,5$
c. căldura primită de gaz pe întreg ciclu în condiţiile punctului **b.**
d. căldura cedată de gaz pe întreg ciclu ($\ln 1,5\approx 0,4$)

61. O masă de gaz ideal suferă o transformare adiabatică ($\gamma=4/3$). Gazul evoluează din starea 1 în care $p_1=16\ 10^5$ Pa, $V_1=1,5$ L şi $T_1=600$ K în starea 2 în care $p_2=10^5$ Pa. Din starea 2 el suferă o transformare izotermă până în starea 3 şi revine la starea iniţială printr-o transformare izobară. Să se afle:
a. reprezentarea procesului 1→2→3→1 în sistemul de coordonate *p-V*
b. temperatura gazului în starea 2
c. lucrul mecanic efectuat în procesul 3→1
d. variaţia energiei interne a gazului în procesul 1→2

62. Un gaz ideal biatomic având în starea 1 presiunea $p_1=2\cdot 10^5$ Pa şi volumul $V_1=2$ L este încălzit izocor până în starea 2, apoi este destins adiabatic până la temperatura iniţială, astfel încât în starea 3 are presiunea $p_3=10^5$ Pa. Sistemul revine în starea iniţială printr-o transformare izotermă. Se cunoaşte că $2^{0,4}\approx 1,32$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a procesului 1-2-3-1 în coordonate *p* şi *V*

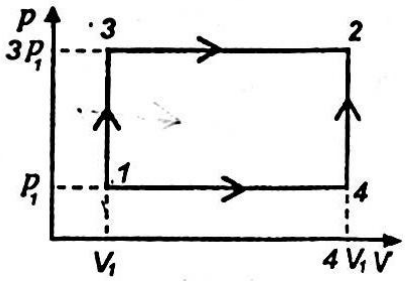
b. raportul T_2/T_1
c. lucrul mecanic în destinderea adiabatică
d. căldura totală schimbată de gaz în cursul procesului 1-2-3-1 ($\ln 2 \approx 0{,}7$)

63. O cantitate de gaz ideal monoatomic trece din starea 1 în starea 3 în două moduri conform figurii alăturate. Se cunosc parametrii stării 1 presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul $V_1=2$ L. Să se afle:



a. lucrul mecanic efectuat în fiecare situaţie
b. variaţia energiei interne $\Delta U_{1\text{-}3}$
c. căldura furnizată gazului în fiecare situaţie
d. lucrul mecanic în transformarea 1-2-3-1

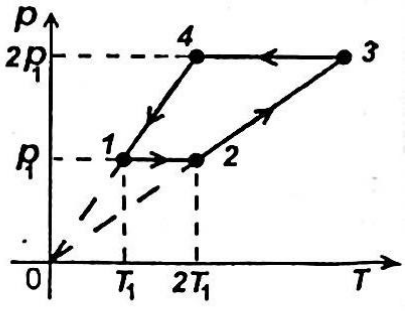
64. Un gaz ideal biatomic poate ajunge din starea 1 în starea 2 prin transformările 1-3-2 sau 1-4-2 conform figurii alăturate. Se cunosc presiunea $p_1=10^5$Pa şi volumul $V_1=1$ L. Să se afle:



a. raportul $\dfrac{\Delta U_{132}}{\Delta U_{142}}$
b. diferenţa dintre energia internă în starea 2 şi cea din starea 1
c. diferenţa dintre căldurile schimbate în cele două procese $Q_{132}-Q_{142}$
d. lucrul mecanic efectuat de gaz, dacă gazul suferă succesiunea de transformări 1-3-2-4-1

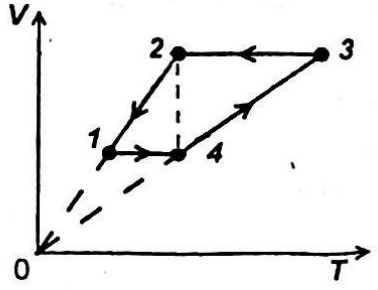
65. $\nu=2$ moli de hidrogen efectuează o transformare ciclică formată din două transformări izocore şi două izobare, 1-2 fiind izocoră. Se cunosc $t_1=27^0$C, $t_3=927^0$C şi $t_2=t_4$. Să se afle:
a. reprezentarea transformării ciclice în coordonate p şi V
b. temperatura t_2
c. ce fracţiune din căldura primită pe un ciclu reprezintă căldura cedată mediului într-un ciclu?
d. diferenţa dintre căldura primită pe un ciclu şi modulul căldurii cedate pe un ciclu şi să se precizeze ce mărime fizică se obţine

66. Un mol de gaz ideal monoatomic parcurge procesul termodinamic ciclic reprezentat în sistemul de coordonate p-T în figura alăturată. Temperatura în starea 1 este $T_1=300$ K. Să se afle:



a. reprezentarea procesul ciclic în sistemul de coordonate p–V
b. energia internă a gazului în starea 2
c. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cursul unui ciclu
d. căldura primită de gaz în cursul unui ciclu

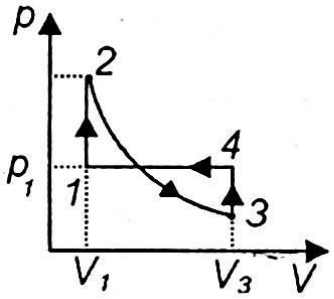
67. O cantitate dată de gaz ideal monoatomic ($C_V=3R/2$) descrie procesele ciclice $1\to2\to4\to1$, respectiv $1\to2\to3\to4\to1$ reprezentate în coordonate V-T în figura alăturată. Se cunosc: presiunea $p_1=10^5$ N/m^2, temperaturile $t_1=27^0$C, $t_2=327^0$C, şi volumul $V_1=2$ L. Să se afle:



a. reprezentarea grafică, în sistemul de coordonate p-V, a procesului ciclic $1\to2\to4\to1$

b. energia internă în starea 3
c. lucrul mecanic efectuat în procesul 1→2→3→4→1
d. căldura primită de gaz de la mediul exterior în transformarea ciclică

68. Un mol de gaz ideal monoatomic, având căldura molară izocoră, evoluează după procesul 1-2-3-4-1, reprezentat în sistemul de coordonate p-V în graficul alăturat. Lucrul mecanic schimbat de gaz pe parcursul acestui proces este nul. În procesul 2-3 temperatura este constantă, iar $V_3=e^2V_1$ ($e^2\approx 7{,}4$), e fiind baza logaritmului natural). Temperatura în starea de echilibru termodinamic 1 este $T_1=300$ K. Să se afle:



a. reprezentarea transformării ciclice în sistemul de coordonate V,T
b. căldura schimbată de gaz cu exteriorul pe parcursul unui ciclu
c. temperatura gazului în starea 2
d. variația energiei interne în procesul 1-2

69. Într-un motor termic, un mol de gaz ideal având exponentul adiabatic $\gamma=5/3$, efectuează un proces termodinamic ciclic format din următoarele transformări termodinamice: 1→2 transformare izotermă; 2→3 transformare izobară; 3→4 transformare izotermă şi 4→1 transformare izobară. Ştiind că în starea de echilibru termodinamic A presiunea gazului este $p_1=10^5$ Pa şi volumul $V_1=25$ L; în starea de echilibru termodinamic 2 presiunea gazului este $p_2=5\cdot 10^5$ Pa; în starea de echilibru termodinamic 3 volumul ocupat de gaz are valoarea $V_3=10$ L. Să se afle:
a. reprezentarea grafică în sistemul de coordonate p–V a succesiunii de transformări 1→2→3→4→1
b. variația energiei interne a gazului între starea de echilibru termodinamic 1 şi starea de echilibru termodinamic 3
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în destinderea izobară
d. căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în compresia izobară

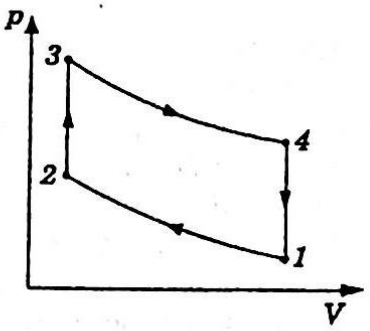
70. O cantitate dată de gaz ideal monoatomic se află inițial în starea de echilibru termodinamic 1 caracterizată de presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 şi volumul $V_1=1$ L. Gazul este supus următoarei succesiuni de transformări: 1→2 comprimare izotermă până când volumul devine jumătate din volumul corespunzător stării de echilibru termodinamic 1; 2→3 încălzire izocoră până când presiunea corespunzătoare stării de echilibru termodinamic 3 se dublează față de presiunea corespunzătoare stării de echilibru termodinamic 2; 3→4 o transformare izobară urmată de transformarea izocoră 4→1 până în starea inițială de echilibru termodinamic 1. Se consideră $\ln 2\approx 0{,}7$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a transformării ciclice 1→2→3→4→1 în sistemul de coordonate p–V
b. energia internă a gazului în starea de echilibru termodinamic 4
c. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în această transformare ciclică
d. căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în transformarea 3→4

71. Un mol de gaz ideal diatomic efectuează un proces ciclic. În starea inițială gazul ocupă un volum $V_1=25$ L şi se află la temperatura $t_1=27^\circ$C. Gazul este încălzit izobar până i se dublează volumul. Din această stare este încălzit izocor până când presiunea devine $p_3=2p_1$. Apoi gazul este comprimat izoterm până când volumul devine V_1. Printr-o răcire izocoră ajunge în starea inițială. Se cunoaşte $\gamma=1{,}4$ şi $\ln 2\approx 0{,}7$. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate p-V
b. lucru mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea $1\rightarrow2$
c. căldura cedată de gaz mediului exterior după parcurgerea unui ciclu complet
d. variația energiei interne a gazului între stările 1 şi 3

72. Un motor termic funcționează cu un gaz ideal monoatomic după un ciclu format din 2 transformări izoterme: $1\rightarrow2$ şi $3\rightarrow4$ şi 2 transformări adiabatice: $2\rightarrow3$ şi $4\rightarrow1$. Temperatura la începutul comprimării izoterme este T_3=300 K. De-a lungul unui ciclu gazul efectuează lucrul mecanic $L=10^3$ J absorbind căldura Q_1=1500 J, iar lucrul mecanic efectuat de un mol de gaz în timpul destinderii adiabatice este L_{23}=7,479 kJ. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V)
b. existența relației $V_1\cdot V_3=V_2\cdot V_4$
c. temperatura gazului la care are loc transformarea $1\rightarrow2$
d. lucrul mecanic primit de un mol de gaz în cursul comprimării adiabatice

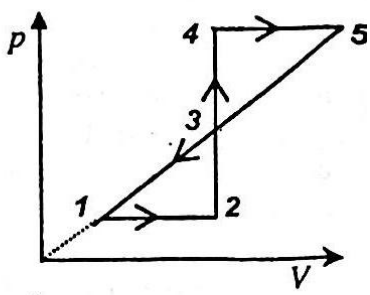
73. O cantitate ν=2 mol gaz ideal monoatomic efectuează procesul ciclic format din: 1-2 comprimare adiabatică, 2-3 încălzire izocoră, 3-4 destindere adiabatică până la volumul stării 1 şi apoi răcire 4-1 izocoră. Ciclul este redat în figura alăturată. În starea (1) gazul are temperatura t_1=27°C, iar la trecerea din starea (2) în starea (3) presiunea creşte de 3 ori. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul înconjurător în procesul $1\rightarrow2$ are valoarea $L_{1\rightarrow2}$=−7479 J. Să se afle:



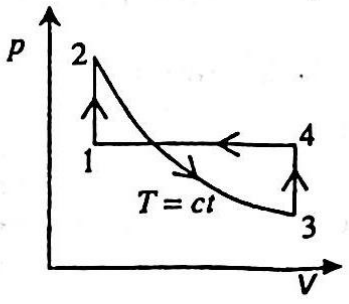
a. energia internă a gazului în starea (2)
b. căldura schimbată de gaz cu exteriorul în procesul $2\rightarrow3$
c. temperatura gazului în starea (4)
d. raportul $Q_{2\rightarrow3}/Q_{4\rightarrow1}$

74. Un mol de gaz ideal suferă un proces ciclic alcătuit din două transformări izocore, o transformare izotermă şi una adiabatică, astfel încât lucrul mecanic corespunzător acestui ciclu să fie nul. Cunoscând temperatura maximă T_1 şi temperatura minimă pe ciclu T_2=300 K, astfel că $T_1=eT_2$, iar $e\approx2{,}71$, să se afle:
a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate p şi V
b. temperatura izotermei
c. căldura primită de gaz în transformarea izocoră dacă $C_V=3R/2$
d. lucrul mecanic efectuat de gaz în destinderea adiabatică dacă $C_V=3R/2$

75. Un gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică reprezentată grafic în figura alăturată, astfel că $V_2=2V_1$ şi $p_4=4p_1$. Se cunosc parametrii stării 1, presiunea $p_1=10^5$ N/m² şi volumul V_1=1 L. Să se afle:
a. raportul temperaturilor absolute T_5/T_1
b. presiunea în starea 3
c. lucrul mecanic total 1-2-4-5-1
d. căldura totală primită şi căldura totală cedată în transformarea ciclică 1-2-4-5-1

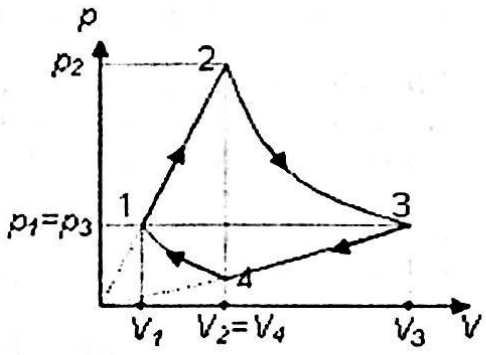


76. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări din figura alăturată, în care $p_2=3p_1$, $V_3=4V_1$. Să se afle în funcție de parametrii stării 1:
a. reprezentarea grafică în coordonate p şi T
b. variația energiei interne între stările 4 şi 1
c. lucrul mecanic pe transformarea ciclică ($\ln2\approx0{,}7$)



d. căldura totală primită şi căldura totală cedată în transformarea ciclică

77. O cantitate de gaz ideal biatomic efectuează o transformare ciclică, reprezentată în coordonate p şi V în figura alăturată. Transformările 2-3 şi 4-1 au loc la temperaturi constante. Se cunosc parametrii stării 1 $p_1=10^5$ Pa, $V_1=2$ L, $T_1=300$ K şi volumul în starea 4 $V_4=5$ L. Ştiind că $\ln 2{,}5 \approx 0{,}92$, să se afle:

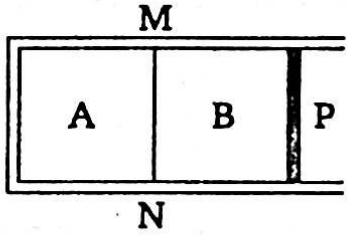


a. lucrul mecanic în procesul 1-2

b. căldura schimbată cu mediul în procesul 2-3

c. variaţia energiei interne în procesul 3-4

78. Două cantităţi egale $\nu=1$ mol din acelaşi gaz ideal monoatomic ocupă două incinte A şi B izolate adiabatic de exterior, dar separate printr-un perete termoconductor fix ca în figura alăturată. Pistonul ce separă incinta B de exterior este adiabatic şi se poate mişca etanş şi fără frecări. Temperaturile iniţiale ale gazelor sunt $T_A=640$ K şi $T_B=320$ K. Să se afle:



a. raportul energiilor interne U_A/U_B

b. temperatura de echilibru la care ajung gazele

c. lucrul mecanic efectuat de gaze până la atingerea echilibrului termic şi variaţia energiei interne a gazului din incinte

79. În două incinte cu volumele $V_1=2$ L şi $V_2=6$ L se află două gaze la aceeaşi temperatură $T=300$ K şi la presiunile $p_1=3\cdot10^5$ Pa şi $p_2=2\cdot10^5$ Pa. În prima încintă se află oxigen iar în cea de-a doua heliu. Cele două incinte pot comunica prin intermediul unui tub subţire de volum neglijabil închis printr-un robinet. Să se afle:

a. raportul energiilor interne ale celor două gaze

b. valoarea exponentului adiabatic al amestecului obţinut prin deschiderea robinetului

c. variaţia energiei interne a amestecului de gaze, dacă după deschiderea robinetului ambele incinte se încălzesc până la temperatura $T_1=500$ K

80*. ν moli de gaz ideal cu exponentul adiabatic γ se destinde după legea unei transformări politrope $pV^n=ct$, unde n reprezintă indicele transformării politrope. În starea iniţială temperatura absolută este T_1, iar în starea finală temperatura absolută este T_2. Să se afle:

a. lucrul mecanic efectuat de gaz în cursul destinderii

b. căldura schimbată cu mediul exterior

c. căldura molară pe această transformare şi să se interpreteze fizic rezultatul găsit

81*. Un gaz ideal monoatomic se destinde după legea $V=aT^2$, unde a este o constantă. Ştiind că variaţia energiei interne este $\Delta U=150$ J, să se afle:

a. ecuaţia procesului în coordonate p şi V

b. lucrul mecanic şi căldura schimbate de gaz cu mediul extern în transformare

c. căldura molară în această transformare

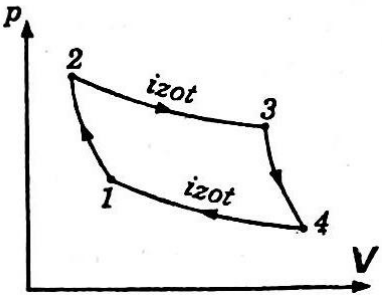
82*. Un gaz ideal monoatomic cu $\nu=0{,}12$ moli suferă o transformare între starea 1 în care temperatura absolută este $T_1=300$ K şi starea 2 după legea $T=aV^2$, unde a este o constantă. Cunoscând că în această transformare variaţia energiei interne este $\Delta U=300$ J, să se afle:

a. temperatura finală la care ajunge gazul
b. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern
c. căldura schimbată de gaz cu mediul extern

83*. Un gaz ideal monoatomic se răceşte cedând căldura $Q=-800$ J printr-o transformare în care presiunea gazului depinde de temperatura absolută a acestuia după legea $p=aT^{1/2}$, unde a este o constantă. Să se afle:
a. dependenţa densităţii gazului de temperatura absolută a acestuia
b. variaţia energiei interne a gazului
c. lucrul mecanic efectuat de gaz

1.4. Aplicaţii ale principiului 2 al termodinamicii

1. O cantitate $\nu=4$ moli de gaz ideal suferă următorul şir de transformări ca în figura alăturată: comprimare adiabatică 1-2, o destindere izotermă 2-3 la temperatura $t_1=527^0$C, o destindere adiabatică 3-4 şi o comprimare izotermă 4-1 la temperatura $t_2=127^0$C:



a. să se arate valabilitatea relaţiilor $V_1V_3=V_2V_4$ şi $p_1p_3=p_2p_4$
b. să se afle randamentul transformării
c. să se afle lucrul mecanic total efectuat de gaz dacă $V_3=eV_2$, $e\approx 2,71$
d. să se afle căldura primită de gaz pe un ciclu dacă $V_4=e^2V_2$ şi $V_3=V_1$

2. Într-un ciclu Carnot se primeşte pe un ciclu căldura $Q_1=6$ kJ la temperatura $t_1=227^0$C şi se cedează o cantitate de căldură sursei reci la temperatura $t_2=27^0$C. Să se afle:
a. randamentul ciclului
b. lucrul mecanic efectuat pe un ciclu
c. căldura cedată sursei reci într-un ciclu, dacă ambele temperaturi se măresc cu $\Delta t=100^0$C şi se primeşte aceeaşi căldură
d. cu cât la sută se modifică randamentul ciclului Carnot în cazul punctului **b.**, faţă de cazul iniţial?

3. O maşină termică ideală funcţionează după un ciclu Carnot având ca substanţă de lucru azot cu masa molară $\mu=28\cdot10^{-3}$ kg/mol. Randamentul ciclului este $\eta=75\%$ iar lucrul mecanic efectuat pe un ciclu este $L=900$ J. Diferenţa dintre temperaturile celor două surse este $\Delta T=300$ K. Azotul se introduce în maşina termică la temperatura sursei calde şi la presiunea $p=2\cdot10^5$ Pa. Să se afle:
a. temperaturile absolute ale celor două surse
b. căldura cedată sursei reci într-un număr de $N=10$ cicluri
c. densitatea azotului la introducerea în maşina termică
d. concentraţia volumică la introducerea azotului în maşina termică

4. Un motor termic care funcţionează după un ciclu Carnot utilizând un gaz ideal monoatomic produce într-un singur ciclu un lucru mecanic $L=600$J. În cursul destinderii adiabatice temperatura absolută scade de $n=3$ ori. Să se afle:
a. randamentul ciclului
b. căldura cedată de gaz sursei reci
c. raportul dintre valorile maxime şi minime ale volumului în destinderea adiabatică
d. puterea motorului dacă acesta efectuează $N=20$ cicluri pe minut

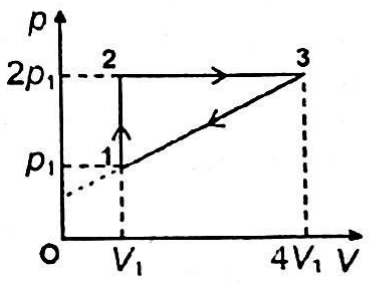
5. O maşină termică ideală efectuează un lucru mecanic L=1676 J, absorbind de la sursa caldă, aflată la temperatura t_1=127°C, o cantitate de căldură egală cu Q=4180 J. Să se determine:
a. randamentul maşinii
b. temperatura sursei reci T_2 şi căldura cedată sursei reci
c. volumul ocupat de m=56 g azot cu masa molară $\mu_{N2}=28\cdot10^{-3}$ kg/mol ce serveşte ca agent termic în maşină, dacă acesta se află la presiunea p=2 atm şi temperatura t_2
d. raportul volumelor în cazul destinderii izoterme în care gazul cu ν=0,62 moli primeşte căldură

6. O maşină termică ideală funcţionează după două transformări izoterme şi două transformări adiabatice. Cunoscând randamentul transformării ciclice η=60%, să se afle:
a. raportul temperaturilor surselor caldă şi rece
b. care randament al transformării ciclice este mai mare dacă temperatura sursei calde se măreşte cu ΔT sau dacă temperatura sursei reci se micşorează cu acelaşi ΔT?
c. randamentul unei transformării ciclice ideale, dacă temperatura sursei calde se măreşte cu ΔT şi temperatura sursei reci se micşorează cu acelaşi ΔT=100 K, iar temperatura maximă iniţială este T_{max}=800 K
d. randamentul ciclului Carnot dacă temperatura sursei reci scade cu $\Delta T_1=T_{min}/4$ iar temperatura sursei calde creşte cu $\Delta T_2=T_{max}/3$

7. O maşină termică ideală care funcţionează după două transformări izoterme şi două transformări adiabatice, utilizează un gaz ideal biatomic ($\mu=28\cdot10^{-3}$ kg/mol). Temperaturile surselor calde şi reci sunt T_1=1200 K şi T_2=300 K. Presiunea gazului la sfârşitul destinderii izoterme este egală cu cea de la începutul comprimării adiabatice. Se utilizează m=500 g de gaz cu exponentul adiabatic γ=1,4. Fiecare ciclu se efectuează într-un timp t=0,25 s. Să se afle, dacă $\ln 2 \approx 0{,}7$:
a. randamentul ciclului
b. raportul dintre volumele la începutul şi cea de la sfâşitul destinderii izotermei în care se primeşte căldură
c. puterea consumată de maşină
d. puterea utilă a maşinii

8. Un gaz ideal triatomic ($C_V=3R$) este supus unei transformări ciclice Carnot, iar în destinderea adiabatică volumul variază de la V_2=8 dm³ la V_3=27 dm³. Să se afle:
a. relaţia dintre presiunea gazului şi temperatura absolută în transformarea adiabatică
b. randamentul ciclului
c. raportul dintre căldura primită şi cea cedată într-un ciclu
d. reprezentarea ciclului în coordonatele (V,T) şi (p,T)

9. O cantitate de gaz ideal biatomic parcurge procesul ciclic 1-2-3-1 reprezentat în coordonate p-V în figura alăturată. Cunoscând $p_1=10^5$ Pa şi V_1=20 L, să se afle:
a. variaţia energiei interne în procesul 2-3
b. căldura primită de gaz în procesul 1-2-3
c. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul în procesul ciclic
d. randamentul unui motor termic care ar funcţiona

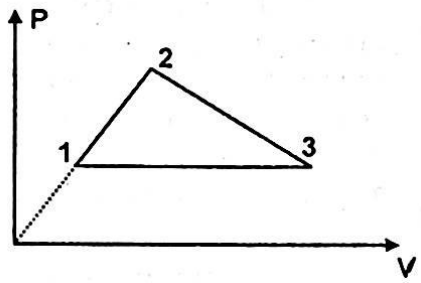


după un ciclu Carnot între temperaturile extreme atinse de gaz în procesul 1-2-3-1.

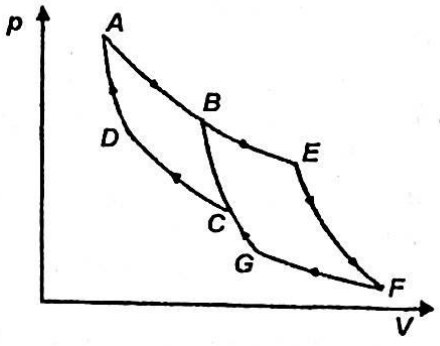
10. Un motor termic efectuează o transformare ciclică formată dintr-o izocoră, urmată de o destindere izotermă şi de o comprimare izobară. Randamentul ciclului este η=30%, iar într-un ciclu se efectuează un lucru mecanic L=900 J. Dacă cunoaştem raportul presiunilor extreme din ciclu p_{max}/p_{min}=5/3. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate p şi V
b. căldura totală primită pe ciclu
c. căldura totală cedată pe ciclu
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme din ciclul dat

11. Un gaz ideal monoatomic suferă o transformare ciclică formată dintr-o succesiune de două transformări izobare astfel că $p_{max}=ep_{min}$, o transformare izotermă şi o transformare adiabatică, astfel că lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior este nul. Transformarea 1-2 este adiabatică. Cunoscând că $T_{max}=T_2$=900 K şi $e^{0,4} \approx 1,5$ să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate p şi V
b. randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea adiabatică
d. căldura cedată în transformarea izotermă

12. O cantitate de gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică din figura alăturată. Cunoscându-se valorile $p_1=10^5$Pa, V_1=2 L, $p_2=3p_1$ şi $V_3=9V_1$, să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat la parcurgerea ciclului
b. căldura schimbată pe transformarea 3-1
c. variaţia energiei interne pe transformarea 1-2
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme atinse în ciclul din figură



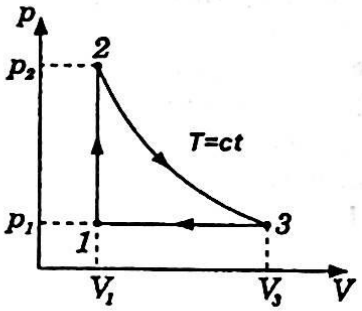
13. Se consideră procesele reversibile desfăşurate după ciclurile Carnot *ABCDA* şi *BEFGCB* conform figurii alăturate. Ştiind că T_A=1600 K, T_D=800 K, T_G=400 K şi că în cursul destinderii adiabatice *E-F*, volumul gazului creşte de n=8 ori, să se afle:
a. randamentele motoarelor termice care funcţionează după cele două procese reversibile
b. căldura molară la presiune constantă
c. raportul lucrurilor mecanice efectuate de gaz în cursul celor două procese ciclice reversibile şi randamentul motorului care va funcţiona reversibil în procesul *ABEFGCDA*, ştiind că între volumele gazului în stările *A*, *B* şi *E* există relaţia: $V_B^2 = V_A V_E$
d. lucrul mecanic total efectuat şi căldura primită de gaz dacă acesta execută o transformare după procesul *ABEFGCDA* în condiţiile punctului anterior, dacă în transformarea ciclică *ABCDA* se efectuează lucrul mecanic L_1=400 J



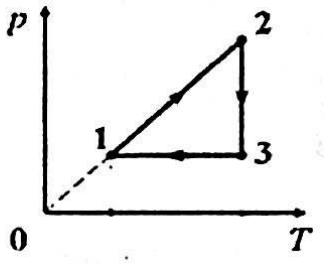
14. Fie trei motoare termice M_1, M_2 şi M_3 care au acelaşi randament $\eta_1=\eta_2=\eta_3$=40%. Se furnizează primului motor în cursul fiecărui ciclu căldura Q_1=100 kJ. Căldura cedată într-un ciclu de motorul M_1 este preluată integral de

motorul M_2, iar căldura cedată într-un ciclu de motorul M_2 este preluată integral de motorul M_3. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de primul motor într-un ciclu
b. căldura cedată în cursul unui ciclu de motorul M_2
c. lucul mecanic L_3 efectuat în cursul unui ciclu de motorul M_3
d. randamentul ansamblului format din cele trei motoare definit ca L_3/Q_1

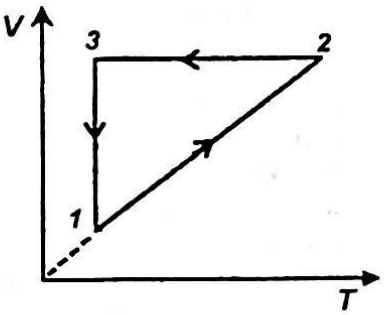
15. O cantitate de gaz ideal biatomic aflat inițial în starea 1 în care presiunea este $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul $V_1=3$ L suferă un proces format dintr-o destindere izotermă în care volumul creşte de trei ori, o comprimare izobară şi o încălzire izocoră. Se cunoaşte $\ln 3\approx 1,1$. Să se afle:
a. variația energiei interne în procesul izobar
b. lucrul mecanic total schimbat pe ciclu
c. căldura primită de gaz într-un ciclu
d. randamentul ciclului



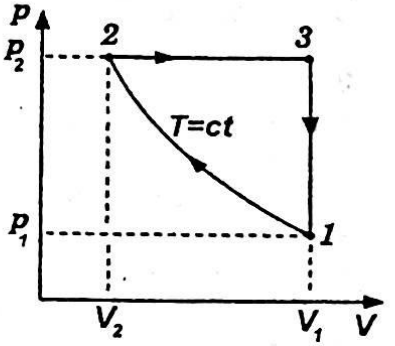
16. O maşină termică ce foloseşte hidrogenul funcționează după ciclul din figura alăturată. Lucrul mecanic total schimbat de gaz într-un ciclu este $L=100$J şi raportul temperaturilor $T_2/T_1=e\approx 2,71$. Se cunosc: masa molară a hidrogenului $\mu=2$ g/mol, exponentul adiabatic al gazului $\gamma=7/5$. Să se afle:
a. reprezentarea procesul ciclic în coordonate (p,V)
b. căldura specifică corespunzătoare transformării $1\rightarrow2$
c. căldura cedată într-un ciclu
d. randamentul ciclului



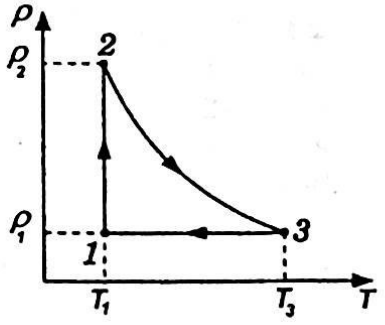
17. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge succesiunea de transformări din figura alăturată. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon=V_3/V_1$, să se afle:
a. reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p,V) şi (p,T)
b. raportul enegiilor interne U_2 şi U_1
c. randamentul ciclului
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme



18. O maşină termică utilizează un gaz ideal biatomic supus transformării ciclice din figura alăturată. Se cunosc parametrii stării 1, $p_1=10^5$ N/m^2 şi $V_1=1$ L, şi că transformarea 1-2 este izotermă. Temperatura în starea 3 este $T_3=eT_1$, unde $e=2,71$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T) şi (p,T)
b. energia internă a gazului în stare inițială
c. lucrul mecanic primit pe ciclu
d. randamentul ciclului



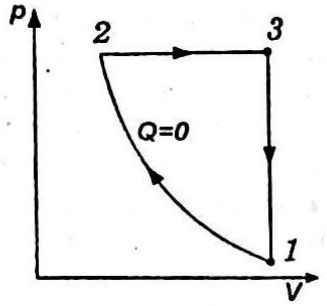
19. O cantitate de $\nu=2$ moli de heliu suferă succesiunea de transformări din figura alăturată, în care densitatea gazului este reprezentată în funcție de temperatura absolută. În starea 1 gazul se află la temperatura absolută $T_1=300$ K şi ocupă volumul $V_1=1$ L. Transformarea 2-3 este descrisă de legea $\rho T=$ct. Se



cunoaşte $V_1=4V_2$ şi $\ln 2 \approx 0{,}693$. Să se afle:
a. denumirile transformărilor suferite de heliu
b. reprezentarea grafică a procesului în coordonate (p,V)
c. căldurile schimbate de gaz cu mediul exterior în fiecare transformare
d. randamentul ciclului

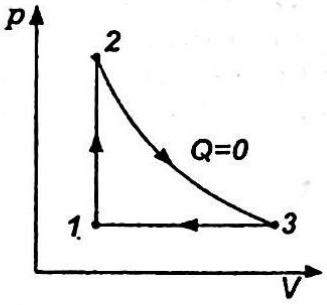
20. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izobară astfel că $V_2=4V_1$, 2-3 răcire izocoră şi 3-1 comprimare izotermă până revine în starea iniţială. Să se afle, dacă $\ln 2 \approx 0{,}7$:
a. reprezentarea transformării ciclice în coordonate p şi V
b. diferenţa dintre căldura primită şi modulul căldurii cedate în cursul transformării ciclice în funcţie de parametrii stării 1, p_1 şi V_1
c. randamentul ciclului
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

21. Un gaz ideal monoatomic aflat în starea 1 în care $p_1=8\cdot 10^5$ Pa şi $V_1=2$ L, efectuează o transformare ciclică formată din succesiunea de transformări: 1-2 comprimare adiabatică până când $p_2=32p_1$, 2-3 destindere izobară până la $V_3=V_1$ şi 3-1 răcire izocoră până revine în starea iniţială ca în figura alăturată. Să se afle:



a. parametrii în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii stării 1
b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe întreg ciclul
c. căldura primită de gaz pe ciclu
d. randamentul ciclului

22. În figura alăturată este reprezentat, în coordonate p-V, procesul ciclic de funcţionare al unui motor termic. Gazul folosit este considerat ideal şi are căldura molară la volum constant $C_V=2R$. Cunoscând presiunea şi volumul gazului în starea iniţială, $2p_1=10^5$ N/m^2, $V_1=1$ dm^3. Să se afle:

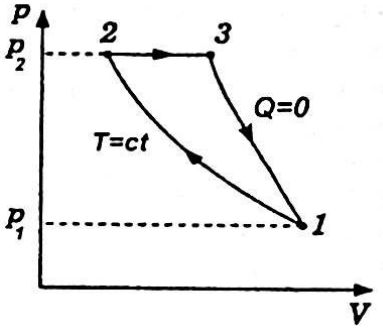


a. exponentul adiabatic γ al gazului
b. valoarea presiunii maxime atinse de gaz în decursul procesului ciclic
c. căldura primită de gaz în procesul 1-2
d. randamentul motorului termic

23. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge succesiunea de transformări din figura de la problema anterioară. În transformarea 2-3 gazul nu schimbă căldură cu mediul extern. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon=V_3/V_1$ să se afle în funcţie de p_1 şi V_1:
a. presiunea în starea 2
b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu
c. randamentul ciclului
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

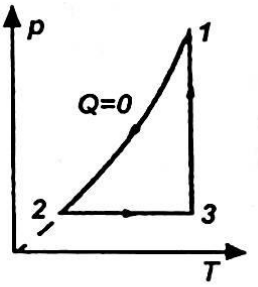
24. Un gaz ideal monoatomic suferă următorul şir de transformări: 1-2 destindere izobară, 2-3 destindere adiabatică şi 3-1 izotermă, astfel că $T_2=e^2T_1$, iar $e\approx 2{,}71$. Se cunosc $p_1=10^5$ N/m^2 şi $V_1=10$ dm^3. Să se afle:
a. reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V
b. căldura primită pe transformarea 1-2 ($e^2\approx 7{,}34$)
c. raportul V_3/V_1 în funcţie de valoarea e
d. randamentul ciclului

25. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic al gazului γ suferă şirul de transformări din figura alăturată. Se cunoaşte raportul de compresie $\varepsilon=V_1/V_2$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T)
b. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T)
c. raportul temperaturilor T_3/T_1
d. randamentul ciclului

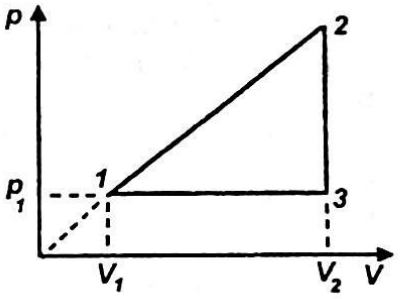


26. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ parcurge următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izotermă astfel că $V_2=\varepsilon V_1$, 2-3 răcire izobară şi 3-1 comprimare adiabatică până revine în starea iniţială. Să se afle:
a. reprezentarea transformării ciclice în coordonate p şi V
b. randamentul ciclului
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

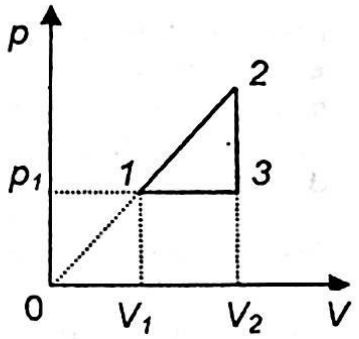
27. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ aflat iniţial în starea 1 în care parametrii sunt $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$L şi $T_1=300$ K execută următoarele transformări: 1-2 destindere adiabatică până când presiunea devine $p_2=p_1/16$, 2-3 destindere izobară şi 3-1 comprimare izotermă ca în figura alăturată. Să se afle, dacă $\ln 2\approx 0{,}7$:
a. parametrii în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii stării 1
b. variaţia energiei interne între stările 1 şi 2
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul pe un ciclu
d. randamentul transformării ciclice parcurse în sensul 1-3-2-1



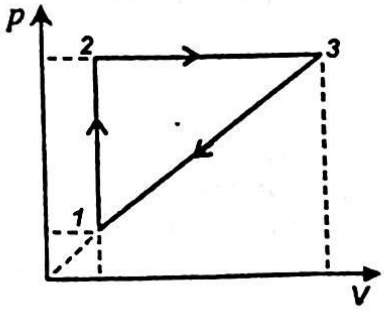
28. Un gaz ideal monoatomic execută şirul de transformări din figura alăturată. Se cunoaşte că $V_2=6V_1$, iar în starea 1 presiunea este $p_1=10^5$ N/m^2 şi volumul $V_1=50$ cm^3. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T)
b. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T)
c. randamentul ciclului
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme



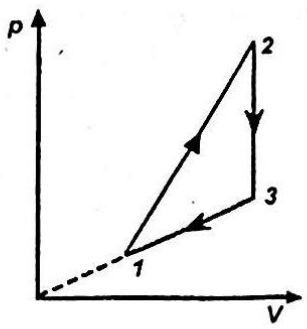
29. Un mol de gaz ideal parcurge ciclul 1-2-3-1 reprezentat în coordonate p-V în figura alăturată. Cunoscând raportul de compresie $V_2/V_1=2$ temperatura în starea 1 $T_1=300$ K şi căldura molară izobară $C_p=2{,}5R$, să se afle:
a. temperatura gazului în starea 3
b. variaţia energiei interne în transformarea 2-3
c. căldura molară în transformarea 1-2
d. randamentul unui motor termic care ar funcţiona după ciclul din figură



30. Un gaz ideal biatomic execută şirul de transformări din figura alăturată. Se cunoaşte că $p_2=5p_1$, iar în starea 1 presiunea este $p_1=10^5$ N/m^2 şi volumul $V_1=10$ L. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T)
b. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T)
c. căldura totală primită pe ciclu
d. randamentul ciclului

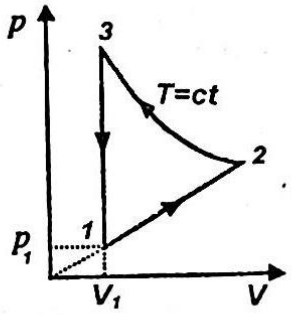


31. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=1,5$ suferă succesiunea de transformări redate grafic în figura alăturată. Parametrii stării 1 sunt $p_1=10^5$ Pa şi $V_1=1$ L. Se cunosc $p_2=4p_1$ şi $p_3=2p_1$. Să se afle:



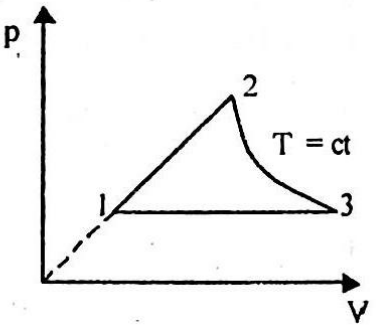
a. căldura totală primită de gaz
b. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu
c. randamentul transformării ciclice
d. căldura molară pe transformarea 1-2

32. Un gaz ideal monoatomic evoluează din starea 1 caracterizată prin parametrii $p_1=10^5$ N/m^2, T_1, şi $V_1=3$ L în starea 2 printr-o transformare în care presiunea gazului creşte direct proporţional cu volumul, până când volumul de dublează. Din starea 2 gazul se comprimă izoterm până la volumul V_1, după care revine în starea 1 printr-o transformare izocoră (fig alăturată). Să se afle:



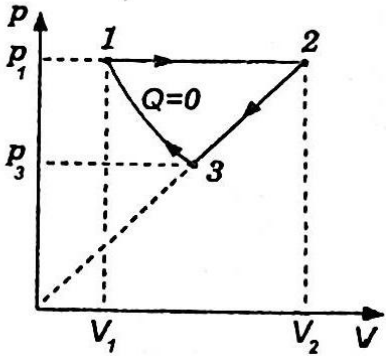
a. parametrii gazului în stările 2 şi 3 în funcţie de parametrii p_1, V_1, şi T_1
b. căldura primită de gaz în cursul transformărilor
c. căldura molară pe transformarea 1-2
d. randamentul maşinii termice care ar funcţiona după acest ciclu, dacă ciclul este parcurs în sens invers ($\ln 2 \approx 0,693$)

33. O cantitate de gaz ideal monoatomic cu parametrii primei stări p_1, V_1 şi $V_3=3V_1$ suferă următoarele transformări: 1-2 o transformare descrisă de legea $p=aV$, unde a=const, 2-3 o transformare izotermă şi 3-1 o transformare izobară (fig alăturată). Să se afle:



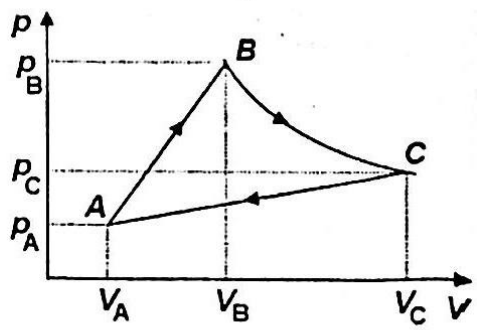
a. presiunea în starea 2 exprimată în funcţie de p_1
b. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme
c. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T)
d. randamentul ciclului ($\ln 3 \approx 1,1$)

34. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ suferă şirul de transformări din figura alăturată. Ştiind că $V_3=8V_1$, să se afle în funcţie de parametrii stării 1, presiunea p_1, volumul V_1 şi temperatura T_1:



a. parametrii stărilor 2 şi 3
b. lucrul mecanic pe ciclu
c. randamentul ciclului
d. căldura molară pe transformarea 2-3

35. Un motor termic funcţionează după un proces ciclic $ABCA$ reprezentat în coordonate p-V ca în figura alăturată cu un gaz monoatomic. În transformarea BC temperatura rămâne constantă. Cunoscând că: $p_A=10^5$ Pa, $V_A=1$ L, $p_B=4p_A$, $p_C=2p_A$, $V_B=3V_A$, iar $\ln 2 \approx 0,7$, să se afle:



a. volumul ocupat de gaz în starea C
b. raportul $\Delta U_{AB}/\Delta U_{CA}$ dintre variaţiile energiei interne a gazului în procesele AB, CA
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul într-un ciclu
d. randamentul ciclului

36. Un gaz ideal monoatomic suferă un proces în care din starea 1 în starea 2 presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul acestuia, astfel încât volumul creşte de patru ori. Apoi gazul se comprimă izoterm până la volumul iniţial şi revine ulterior izocor în starea iniţială.

a. să se reprezinte succesiunea de transformări în coordonatele (p,V) şi (V,T)

b. lucrul mecanic total în această transformare ciclică

c. ştiind că o maşină frigorifică primeşte lucru mecanic şi cedează căldură mediului, să se calculeze eficienţa maşinii ce funcţionează după acest ciclu, ştiind că eficienţa se defineşte prin raportul dintre căldura cedată şi lucrul mecanic primit ($\varepsilon = \frac{Q_{ced}}{L}$) ($\ln 2 \approx 0{,}693$)

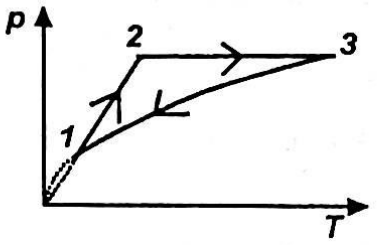
37. Un kilomol de gaz ideal suferă o transformare ciclică reversibilă ca în figura alăturată. Transformarea 3-1 este descrisă de legea $T=ap^2$, unde a este o constantă. Pe ciclul din figură gazul primeşte căldura totală $Q=15789$ kJ, $p_2=2p_1$ şi $T_1=200$ K. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V)

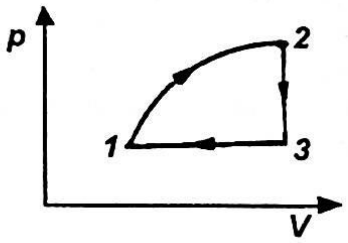
b. căldura molară izocoră

c. căldura molară în procesul 1-3

d. randamentul motorului termic



38. Un mol de gaz ideal monoatomic execută o transformare ciclică ca în figura alăturată. Când gazul trece din starea 1 în starea 2 acesta absoarbe o cantitate de căldură $Q_{12}=23{,}5\cdot p_1V_1$. Se cunosc $p_2=2p_1$ şi $V_3=4V_1$. Să se afle în funcţie de p_1 şi V_1:



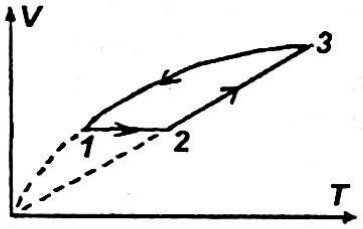
a. căldura totală cedată pe ciclu

b. lucrul mecanic pe ciclu

c. randamentul ciclului

d. randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

39. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări descrise în ciclul din figura alăturată în care $T_2=4T_1$ iar transformarea 3-1 este dată de legea $V=a\sqrt{T}$. Se cunosc parametrii stării 1: presiunea $p_1=10^5$ N/m^2 şi volumul $V_1=10$ L. Să se afle:



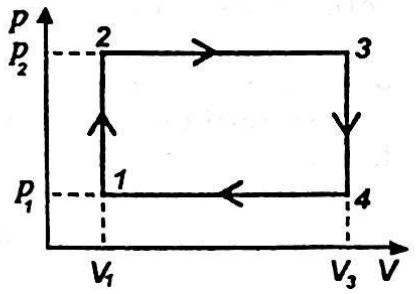
a. presiunea stării 2 în funcţie de presiunea stării 1

b. parametrii stării 3 în funcţie de parametrii stării 1

c. puterea motorului, dacă ciclul se produce într-o milisecundă

d. randamentul ciclului

40. Un motor termic utilizează o cantitate de gaz ideal monoatomic conform ciclului din figura alăturată. Cunoscând $p_2=831$ kPa, $V_1=2$ L, $p_1=277$ kPa, $V_3=6$ L, să se afle:



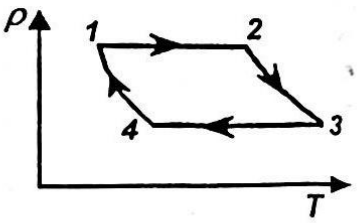
a. lucrul mecanic efectuat de motor într-un ciclu

b. căldura primită de motor în decursul unui ciclu

c. randamentul motorului

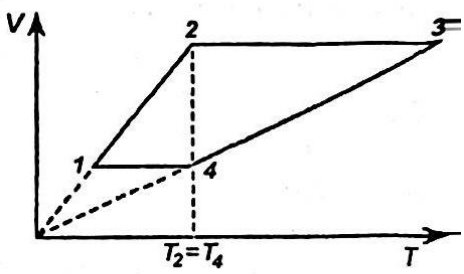
d. randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

41. Un mol de heliu ($\gamma=5/3$) se găseşte la presiunea $p_1=2\cdot10^5$ Pa şi volumul $V_1=4$ L. Gazul suferă transformarea ciclică din figura alăturată. În procesele 2-3 şi 4-1 densitatea gazului variază invers proporţional cu temperatura absolută, astfel că ρT =ct. Se ştie că $T_2=2T_1$ şi $\rho_3=\rho_1/2$. Să se afle:



a. reprezentarea ciclului în coordonate p şi V
b. temperatura absolută a stării 3
c. variaţia energiei interne în procesul 3-4-1
d. randamentul ciclului

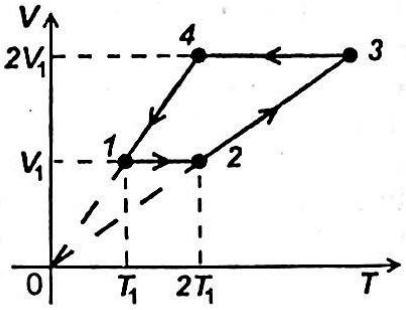
42. Un gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 din figura alăturată. Se cunosc temperaturile $t_1=27^0$C, $t_2=327^0$C, presiunea $p_1=1$ atm şi volumul $V_1=2$L. Să se afle:



a. numărul de moli de gaz
b. lucrul mecanic total pe ciclu
c. căldura totală schimbată pe ciclu
d. raportul dintre căldura cedată şi lucrul mecanic schimbat pe ciclu

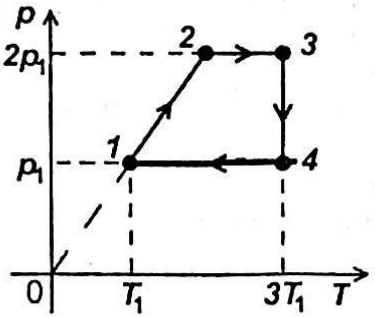
43. Un gaz ideal monoatomic suferă transformarea ciclică 1-2-3-4-1 formată din 1-2 încălzire izobară, 2-3 încălzire izocoră, 3-4 răcire izobară şi 4-1 răcire izocoră. Se cunosc $V_2=2V_1$ şi $T_4=2T_1$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T) şi (p,V)
b. parametrii stărilor 2, 3, 4 în funcţie de parametrii p_1, V_1, T_1
c. raportul variaţiilor energiilor interne pe 2-3 şi 4-1 $\Delta U_{23}/\Delta U_{41}$
d. suma căldurilor schimbate de gaz cu mediul pe ciclu şi să se interpreteze rezultatul

44. Un motor termic foloseşte un mol de gaz ideal diatomic. Procesul ciclic de funcţionare a motorului este reprezentat în coordonate V-T în figura alăturată. Temperatura în starea 1 este $T_1=300$ K. Să se afle:



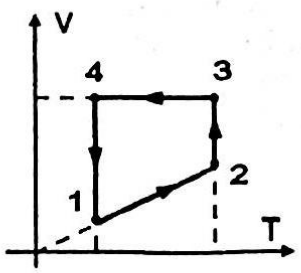
a. reprezentarea procesul ciclic în coordonate p şi V
b. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în timpul unui ciclu
c. randamentul motorului termic
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme atinse de gaz în decursul procesului ciclic dat.

45. Un mol de gaz ideal monoatomic, aflat iniţial în starea 1, la temperatura $T_1=250$ K, este supus succesiunii de procese termodinamice $1\to2\to3\to4\to1$, reprezentate în sistemul de coordonate p–T în figura alăturată. Ştiind că $\ln2\approx0{,}7$, să se afle:



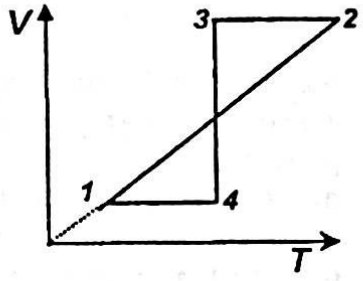
a. reprezentarea succesiunii de procese termodinamice în sistemul de coordonate V–T
b. energia internă a gazului în starea 2
c. lucrul mecanic efectuat de gaz într-un ciclu
d. randamentul ciclului

46. O cantitate dată de gaz ideal poliatomic ($C_V=3R$) este supus succesiunii de transformări redată în figura alăturată. Se cunosc: $V_2=1{,}5V_1$, $V_3\approx eV_1$ si $\ln1{,}5\approx0{,}4$. Lucrul mecanic efectuat în destinderea $2\to3$ are



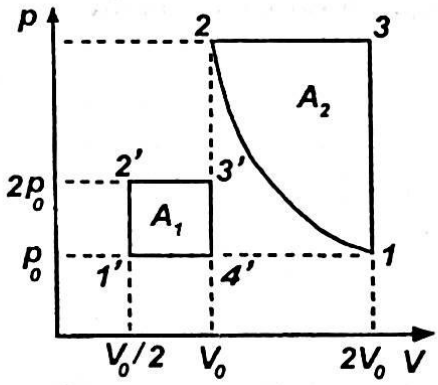
valoarea L_{23}=900 J, iar temperatura la care are loc această destindere este T_2=450 K. Să se afle:
a. temperatura T_1 a gazului în starea inițială
b. lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea ciclică
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme atinse de gaz în decursul procesului ciclic dat
d. randamentul motorului termic care ar funcționa după acest ciclu

47. Un gaz ideal monoatomic suferă succesiunea de transformări redate în figura alăturată. Cunoscând $p_1=10^5$ Pa, V_1=2 L, $V_2=4V_1$, $p_3=p_1/3$ și $\ln 3 \approx 1{,}1$, să se afle:



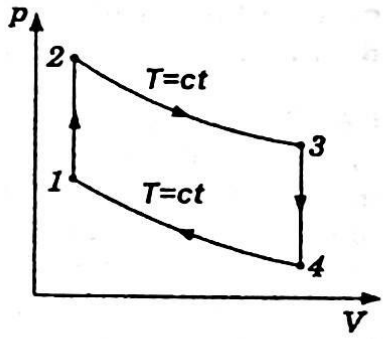
a. reprezentarea ciclului în coordonate p și V
b. lucrul mecanic schimbat de gaz pe întreg ciclu
c. randamentul ciclului
d. randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

48. Un gaz considerat ideal suferă transformările ciclice din figura alăturată. Știind că în transformarea 1-2 gazul nu schimbă cu mediul extern energie sub formă de căldură și că exponentul adiabatic este γ=3/2, să se afle:



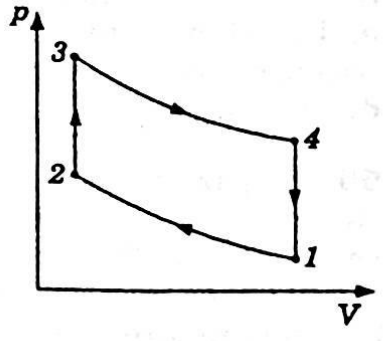
a. raportul ariilor A_2/A_1
b. raportul randamentelor transformărilor ciclice η_2/η_1
c. raportul puterilor dezvoltate de mașinile termice, dacă timpul în care se efectuează ciclul 2 este dublu față de cel în care se efectuează ciclul 1
d. randamentul unei mașini termice ideale care ar funcționa după un ciclu între temperaturile extreme ale stărilor 1' și 3

49. Un mol de gaz ideal monoatomic suferă o succesiune de transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $T_2=2T_1$=600 K, 2-3 destindere izotermă până când $V_3=e^2V_1$ cu e=2,71, 3-4 răcire izocoră urmată de o comprimare izotermă până în starea inițială ca în figura alăturată. Să se afle:



a. lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu
b. căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
c. randamentul ciclului
d. randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

50. În 1867, germanul Nicolaus August Otto a realizat un motor termic eficient, format din 1-2 comprimare adiabată, 2-3 încălzire izocoră, 3-4 destindere adiabată și 4-1 răcire izocoră. Succesiunea proceselor este prezentată în coordonate p-V în figura alăturată. Dacă substanța de lucru este ν=1 mol de gaz ideal monoatomic, temperatura T_1=400 K, $p_3=1{,}5p_2$, iar raportul de compresie se consideră $V_1/V_2=\varepsilon$=8, să se afle:



a. căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în procesul 3→4

b. lucrul mecanic efectuat de de gaz în procesul 1→2
c. căldura cedată de gaz mediului exterior în timpul unui ciclu
d. randamentul procesului ciclic

51. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ suferă o succesiune de transformări formate din două izocore 1-2 şi 3-4 şi două adiabate 2-3 şi 4-1 (motorul Otto). Se cunoaşte $\varepsilon=V_3/V_1$. Să se afle:
a. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (V,T) şi (p,T)
b. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p,V)
c. randamentul ciclului

52. Motorul unui automobil funcţionează după ciclul Otto. În tabelul din figura 1 sunt indicate: variaţia energiei interne ΔU_{12} în cursul compresiei, căldura Q_{23} primită în urma exploziei amestecului carburant şi lucrul mecanic L_{34} efectuat de gaz în cursul destinderii acestuia. Să se afle:
a. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern în transformarea 1-2
b. căldura cedată de gaz în transformarea 4-1
c. lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu
d. randamentul ciclului

Procesul $i\to j$	Q_{ij} [kJ]	L_{ij} [kJ]	ΔU_{ij} [kJ]
1→2			720
2→3	480		
3→4		900	
4→1			

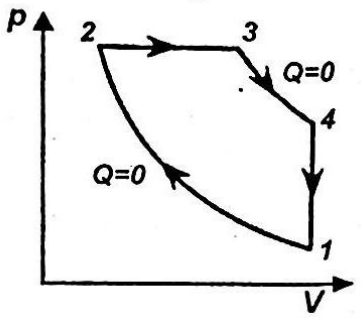
Fig. 1.

Procesul $i\to j$	Q_{ij} [kJ]	L_{ij} [kJ]	ΔU_{ij} [kJ]
1→2			920
2→3	240	60	
3→4			
4→1			-120

Fig. 2

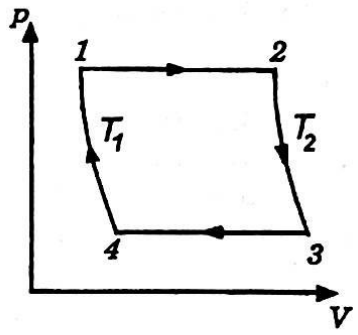
53. Motorul unui automobil funcţionează după un ciclu Diesel. În tabelul din figura 2 sunt indicate pentru un singur ciclu: variaţia energiei interne ΔU_{12} în cursul compresiei, căldura Q_{23} primită în urma arderii carburantului injectat, lucrul mecanic L_{23} efectuat de gaz în cursul destinderii izobare a acestuia şi căldura degajată Q_{41} în exterior în procesul izocor 4-1. Să se afle:
a. valorile lipsă din tabel
b. exponentul adiabatic
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern pe întreg ciclu
d. randamentul ciclului

54. Funcţionarea motorului Diesel are la bază procesul ciclic redat în figura alăturată. Gazul are căldura molară la volum constant $C_V=2,5\ R$ şi parametrii în starea 1: $p_1=10^5$ Pa, $V_1=16,62$ dm^3 şi $t_1=27^0$C. Pe parcursul procesului ciclic, $T_2=2,8T_1$, $T_3=5,6T_1$. Să se afle, dacă $2^{0,4}\approx 1,32$:
a. numărul de moli de gaz
b. energia internă a gazului în starea 1
c. lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul pe parcursul comprimării adiabatice
d. randamentul ciclului



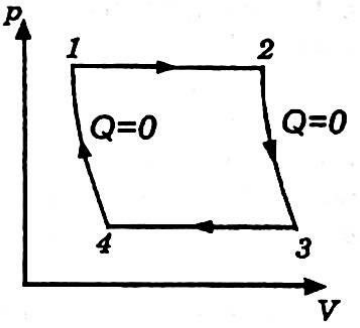
55. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ suferă o succesiune de transformări ca în figura precedentă (motorul Diesel). Se cunoaşte raportul de compresie $\varepsilon=V_1/V_2$, $\rho=V_3/V_2$. Să se afle:
a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,T) şi (V,T)
b. randamentul ciclului
c. randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

56. Un mol de gaz biatomic parcurge ciclul din figura alăturată. Transformările 2-3 şi 4-1 sunt izoterme. Se cunosc $t_1=27^0C$, $t_2=227^0C$, $p_1=2,71\cdot10^5$ Pa, $p_3=10^5$ Pa şi $e\approx2,71$. Să se afle:



a. energia internă a gazului în starea iniţială
b. lucrul mecanic efectuat de gaz
c. căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare
d. randamentul ciclului

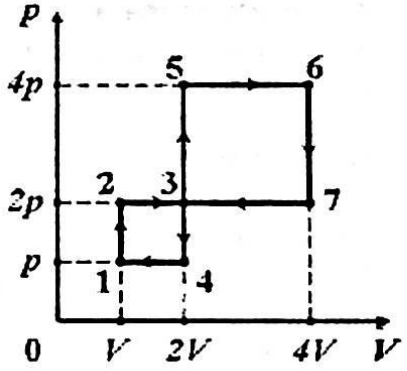
57. Un gaz ideal monoatomic suferă un ciclu format din două izobare şi două adiabate ca în figura alăturată (motorul cu reacţie). Se cunoaşte că $p_4=p_1/32$. Să se afle:



a. raportul temperaturilor absolute pe destinderea adiabatică 2-3 (T_3/T_2)
b. randamentul ciclului
c. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (V,T)
d. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p,T)

58. Un motor cu reacţie este format din două transformări izobare 1-2 şi 3-4 şi două transformări adiabatice 2-3 şi 4-1. Cunoscând raportul de compresie $\varepsilon=V_4/V_1$, $\rho=V_2/V_1$ şi exponentul adiabatic γ, să se afle:
a. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate p şi V
b. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme
c. randamentul ciclului

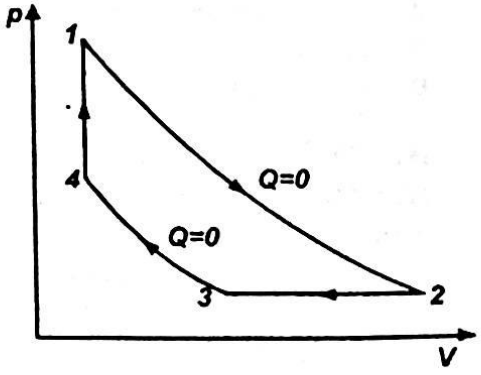
59. Două motoare termice funcţionează cu acelaşi gaz ideal monoatomic după ciclurile 1-2-3-4-1, respectiv 3-5-6-7-3 reprezentate în figura alăturată. Să se afle:



a. raportul energiilor interne U_6/U_1
b.raportul lucrurilor mecanice totale L_1/L_2 schimbate de gazul ideal cu mediul exterior în cele două procese ciclice
c. raportul căldurilor primite Q_1/Q_2 de gazul ideal cu mediul exterior în cele două procese ciclice
d. raportul randamentelor celor două cicluri

60. Un kmol de gaz ideal monoatomic suferă transformările: 1-2 încălzire izocoră, 2-3 destindere izobară, 3-4 destindere izotermă până la p_1şi apoi răcire izobară până în starea iniţială. Se cunosc $p_2=2p_1$, $T_3=9T_1$, iar $p_1=10^5$ Pa şi $T_1=300$ K. Să se afle:
a. reprezentaţi aceste ciclul în coordonate (p,V)
b. volumul gazului în starea 1
c. lucrul mecanic efectuat pe ciclu ($\ln2\approx0,7$)
d. randamentul ciclului

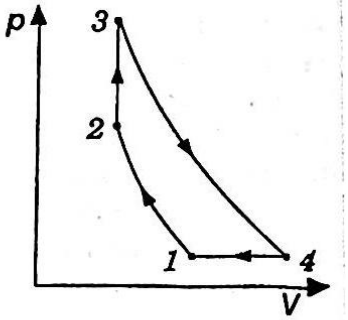
61. Un mol de gaz ideal monoatomic efectuează transformarea ciclică din figura alăturată. Se cunosc $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L, $V_2=8$ L, $V_3=4$ L şi $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{10}\approx10$. Să se afle:



a. căldura primită de gaz pe un ciclu
b. căldura cedată de gaz pe un ciclu
c. lucrul mecanic efectuat de ciclu

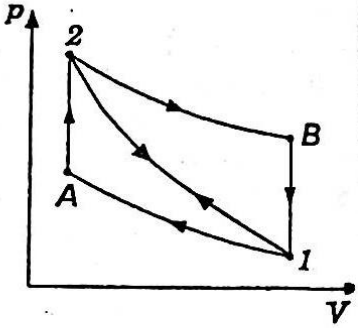
d. randamentul ciclului

62. Fie ciclul din figura alăturată în care se cunosc $\alpha=p_3/p_2$, $\beta=V_4/V_1$, $T_1=\delta T_2$ şi exponentul adiabatic γ. Transformările 1-2 şi 3-4 sunt transformări adiabatice. Să se afle:



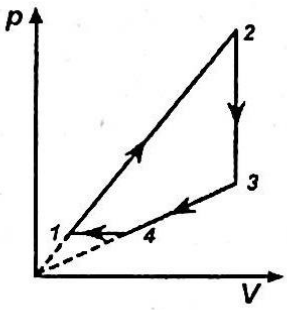
a. randamentul ciclului
b. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme

63. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ evoluează între izocorele cu volumele V_1 şi V_2, astfel că $V_1=\varepsilon V_2$ pe două căi: 1-*A*-2-1 în care 1-*A* este o comprimare izotermă, *A*-2 o încălzire izocoră urmată de 2-1 răcire adiabatică şi respectiv 1-2-*B*-1 în care 1-2 este o comprimare adiabatică, 2-*B* o destindere izotermă şi *B*-1 o răcire izocoră (fig alăturată). Să se afle:



a. randamentul ciclului 1-2-*B*-1
b. randamentul ciclului 1-*A*-2-1
c. randamentul unui ciclu Carnot care funcţionează între temperaturile extreme
d. randamentul ciclului *A*-2-*B*-1-*A*

64. Un gaz ideal monoatomic parcurge ciclul din figura alăturată. Ştiind că $T_2=16T_1$ şi că $p_3=2p_1$ să se afle:

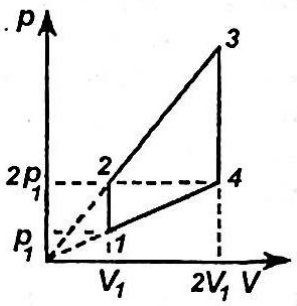


a. lucrul mecanic în transformarea ciclică
b. randamentul motorului termic care ar funcţiona după transformarea ciclică
c. căldura totală cedată pe ciclu
d. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme ale ciclului dat

65. Un motor termic suferă succesiunea de transformări: 1-2 izocoră, astfel că $p_2=3p_1$, o transformare 2-3 în care presiunea depinde direct proporţional de volumul gazului până $V_3=2V_2$, o transformare 3-4 izobară şi 4-1 o altă transformare în care presiunea depinde direct proporţional de volumul gazului până în starea iniţială 1. Să se afle în funcţie de p_1 şi V_1, dacă gazul este monoatomic:

a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate p şi V
b. căldurile schimbate pe fiecare transformare
c. lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea ciclică
d. randamentul motorului termic

66. Un motor termic funcţionează cu un mol de heliu ($C_V=3R/2$) care parcurge ciclul din figura alăturată. Temperatura stării 1 este $T_1=250$ K. Să se afle:



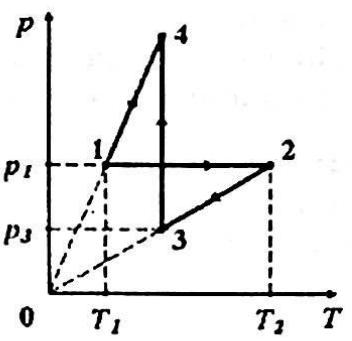
a. căldura absorbită pe ciclu
b. căldura cedată pe ciclu
c. randamentul ciclului

67. O cantitate $\nu=1$ mol de gaz ideal este supus la următoarea succesiune de transformări: 1-2 destindere izobară până la volumul $V_2=2V_1$, 2-3 destinderea adiabatică până la volumul $V_3=4V_1$, 3-4 răcire izobară şi 4-1 încălzire izocoră. Se cunosc temperatura maximă atinsă pe ciclu $T_{max}=1600$K, exponentul adiabatic al gazului $\gamma=1{,}4$ şi $2^{0.4}\approx 4/3$. Să se afle:

a. reprezentarea grafică a transformării în coordonate p şi V

b. temperatura gazului în starea 4
c. randamentul ciclului
d. lucrul mecanic efectuat pe ciclu

68. Un gaz ideal monoatomic aflat inițial în starea caracterizată de presiunea $p_1=10^5$ Pa, volumul $V_1=1$ L și temperatura $T_1=300$ K efectuează procesul ciclic reprezentat în figura alăturată. Se cunoaște că în starea 2 temperatura gazului este $T_2=4T_1$ și în starea 3 presiunea este $p_3=p_1/2$. Să se afle:

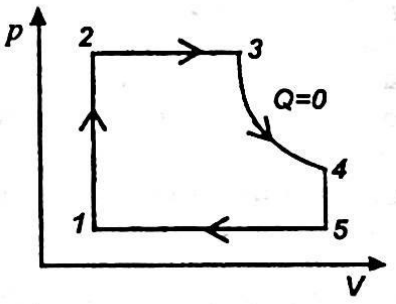


a. reprezentarea ciclului în coordonate (p,V)
b. reprezentarea ciclului în coordonate (V,T)
c. variația energiei interne a gazului între stările 2-4
d. randamentul ciclului. ($\ln 2 \approx 0,7$)

69. Un gaz ideal având exponentul adiabatic $\gamma=3/2$, are volumul $V_1=1$ L și se află la presiunea $p_1=10^5$ N/m^2. Gazul este supus următoarei succesiuni de transformări: 1-2 destindere izotermă până când volumul se dublează, 2-3 răcire izocoră până când presiunea stării 3 devine jumătate din presiunea stării 2, apoi o izobară urmată de o adiabată până la starea inițială 1. Să se afle, dacă $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$ și $\ln 2 \approx 0,693$:

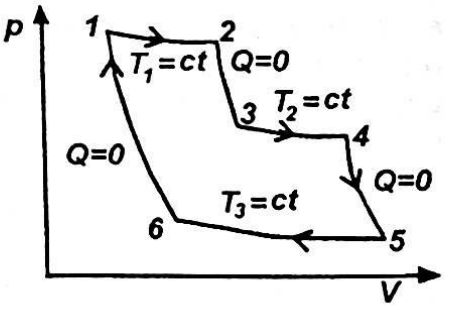
a. reprezentarea grafică a ciclului în coordonate (p,V) și (V,T)
b. parametrii stării 4 în funcție de valorile parametrilor stării 1
c. lucrul mecanic total efectuat de gaz în decursul acestui ciclu
d. randamentul ciclului

70. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=4/3$ suferă șirul de transformări din figura alăturată. Se cunosc: $V_1=1$ L, $p_1=10^5$ Pa, $p_2=6\cdot10^5$ Pa, $V_3=2$ L, $V_4=4$ L și $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$. Să se afle:



a. căldura totală primită de gaz pe ciclu
b. căldura totală cedată de gaz pe ciclu
c. lucrul mecanic efectuat de ciclu
d. randamentul ciclului

71. O cantitate de gaz de ν moli de gaz ideal efectuează un ciclu compus din alternanța de izoterme și adiabate din figura alăturată. Fiecare detentă izotermă este însoțită de o creștere a volumului de k ori. Știind că izotermele au loc la temperaturile T_1, T_2 și T_3, să se afle:

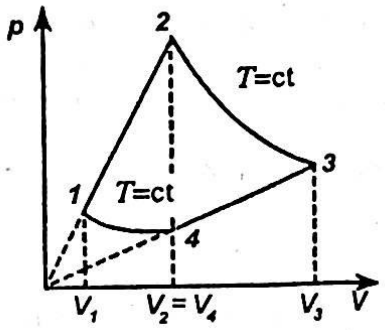


a. lucrul mecanic efectuat de gaz în decursul unui ciclu
b. randamentul ciclului
c. randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme

72. Un gaz ideal monoatomic se află inițial într-o stare caracterizată de parametrii $p_1=10^5$ Pa, $V_1=1$ L și $T_1=200$ K. Acest gaz este supus următoarelor transformări: 1-2 încălzire izocoră astfel că $T_2=3T_1$, 2-3 o transformare în care $p=aV$ până când $V_3=2V_1$ 3-4 o destindere adiabatică până ce $p_4=p_1$, iar apoi o comprimare izobară 4-1. Se cunoaște că $6^{0,6} \approx 2,93$. Să se afle:

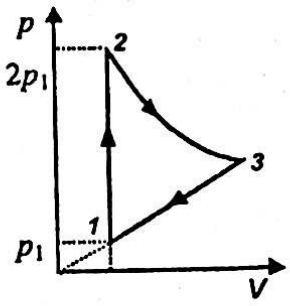
a. căldura totală primită de gaz
b. lucrul mecanic efectuat de gaz
c. randamentul transformării ciclice

73. Un gaz ideal biatomic suferă succesiunea de transformări din figura alăturată. Se cunosc parametrii în starea inițială $p_1=10^5$ N/m² și $V_1=1$ L, $V_2=V_4$ și că $V_3=4V_1$. Dacă ln2=0,693, să se afle:



a. volumul V_2
b. lucrul mecanic efectuat pe ciclu
c, randamentul ciclului

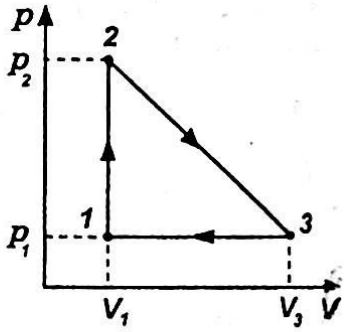
74*. Un mol de gaz ideal monoatomic evoluează după transformarea ciclică din figura alăturată, astfel că transformarea 2-3 este o politropă descrisă de ecuația pV^3=ct. Să se afle în funcție de p_1, V_1 și T_1:



a. parametrii stării 3
b. randamentul ciclului
c. lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu

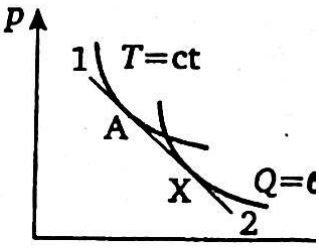
75*. Fie o transformare politropă descrisă de legea pV^n=ct, unde n reprezintă indicele politropei. Să se afle:
a. căldura molară, dacă exponentul adiabatic al gazului este γ
b. căldura molară pentru o politropă descrisă de ecuația pV^{-2}=ct, dacă gazul este monoatomic
c. căldura molară pentru o politropă descrisă de ecuația pV^{-1}=ct, dacă gazul este biatomic

76*. Un gaz ideal cu exponentul adiabatic $\gamma=3/2$ parcurge ciclul din figura alăturată. Știind că în starea inițială $p_1=4\cdot10^5$ N/m² și $V_1=1$ L și că $p_2=3p_1$ iar $V_3=2V_1$, să se afle:



a. căldura primită pe ciclu
b. randamentul motorului termic care ar funcționa după transformarea ciclică
c. randamentul motorului termic ideal (Carnot) care ar funcționa între temperaturile extreme

77*. Un gaz ideal suferă transformarea din figura alăturată. Să se precizeze:



a. fenomenele suferite de gaz, pe baza primului principiu al termodinamicii pe porțiunile $1A$, AX și $X2$
b. pe ce porțiune căldura molară este negativă?
c. pe ce porțiune gazul se răcește deși primește căldură?

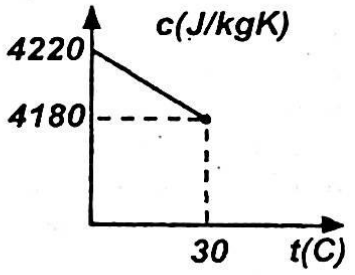
1.5. Calorimetrie. Transformări de fază

1. Într-un vas izolat adiabatic de mediul extern se amestecă patru cantități de lichide cu masele m_1, $m_2=4m_1$, $m_3=2m_1$, $m_4=3m_1$, cu căldurile specifice c_1, $c_2=c_1/2$, $c_3=2c_1$, $c_4=3c_1$ și temperaturile inițiale t_1, $t_2=3t_1$, $t_3=4t_1$, $t_4=t_1/3$. Să se afle, dacă se neglijează capacitatea calorică a vasului:
a. temperatura de echilibru
b. care corpuri se încălzesc și care se răcesc?

2. Două corpuri cu masele m_1, $m_2=2m_1$, căldurile specifice c_1, $c_2=4c_1$ și temperaturile inițiale t_1 și $t_2=2t_1$ sunt introduse într-un vas cu capacitate calorică neglijabilă. Până la realizarea echilibrului termic vasul cedează în exterior căldura $Q=2m_1c_1t_1$. Să se afle temperatura de echilibru în momentul realizării acestuia.

3. Într-o cadă se pun n=3 găleți pline cu apă cu volumul V=5 L, la t_1=75°C și apoi se adaugă apă rece de la robinet cu temperatura t_2=10°C, pentru ca în final să se poată atinge temperatura de echilibru t=25°C. Se neglijează pierderile de căldură. Știind că densitatea apei este $\rho=10^3$ kg/m^3, să se afle masa apei care se lasă să curgă de la robinet.

4. În figura alăturată este reprezentată grafic dependența căldurii specifice a apei în intervalul de temperatură de la t_0=0°C la t_f=30°C. Să se afle căldura primită de m=1 g de apă care este încălzit de la t_1=5°C la t_2=15°C.



5. Într-o incintă cu volumul V=516,6 L se află vapori de apă la presiunea $p=10^5$ N/m^2 și la temperatura t_1=100°C. Se cunoaște masa molară a apei $\mu_{apă}=18\cdot10^{-3}$ kg/mol. Dacă întreaga cantitate de vapori se condensează și se transformă în apă la temperatura t_1 iar apoi se introduce o masă de apă aflată la temperatura t_2=20°C, temperatura finală de echilibru se stabilește la t_3=50°C. Se neglijează pierderile de căldură și se consideră $c_{apă}$=4200 J/kgK. Să se afle:

a, masa de vapori apă aflată în recipient

b. masa de apă introdusă în incintă

c. cantitatea de căldură primită de masa de apă introdusă în incintă

6. Într-o cutie izolată adiabatic se introduce un hamster. În cutie se află aer cu căldura specifică c_{aer}=1020 J/kgK și masa m=100 g. Deoarece hamsterul aleargă prin cutie temperatura aerului din incintă crește cu Δt=2°C/h. Hamsterul se hrănește cu semințe, care prin metabolizare îi furnizează acestuia o energie E=25 J/g pe fiecare gram de semințe mâncat. Se neglijează căldura preluată de cutie de la aer. Să se afle:

a. cantitatea de căldură furnizată de hamster aerului din cutie în t=2 h

b. energia pe care trebuie să o ia hamsterul în timpul t=2 h, dacă randamentul conversiei hranei în căldură este η=20%

c. masa de semințe pe care trebuie să le mănânce hamsterul în timpul t=2h, în condițiile precizate mai sus

7. Într-un vas cu capacitatea calorică neglijabilă în care se află aer uscat la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa se introduce apă cu masa m=20 g și cu temperatura inițială t=20°C. Se încălzește vasul până ce întreaga cantitate de apă se vaporizează complet la temperatura t_v=100°C. Apoi sistemul se încălzește până ce temperatura crește cu Δt=50°C. Se cunosc: căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg și masa molară a apei $\mu=18\cdot10^{-3}$ kg/mol. Să se afle:

a. cantitatea de căldură necesară vaporizării întregii cantități de apă

b. volumul vasului și presiunea finală care se stabilește în vas imediat după vaporizarea apei, dacă vaporii sunt saturanți (au presiunea $p_0=10^5$ Pa)

c. de câte ori se modifică presiunea în vas după încălzirea amestecului?

8. Într-un cilindrul vertical deschis se introduce o cantitate de gheață cu masa m=100 g la temperatura inițială t_1=−10°C. În exterior se află aer la presiunea atmosferică normală $p_0=10^5$ Pa. Cilindrul are capacitatea calorică neglijabilă. Se încălzește sistemul până ce întreaga cantitate de gheață se vaporizează. Se cunosc căldura specifică a gheții c_g=2100 J/kgK, căldura latentă de topire a gheții λ_g=335 kJ/kg, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg. Să se afle:

a. căldura necesară vaporizării întregii cantități de apă

b. masa arsă de combustibil pentru vaporizarea apei ştiind că aceasta are un randament η=60%, iar puterea calorică este q=7500 kJ/kg

9. Într-un calorimetru cu capacitatea calorică C=200 J/K, în care se află o masă de gheaţă cu masa m_g=400 g la temperatura t_g=−10°C, se introduce o bucată de alamă cu masa m=2 kg şi la temperatura t=60°C, astfel că o parte din gheaţă se topeşte. Alama este formată din f=60% cupru, iar restul zinc. Căldura specifică a cuprului este c_{Cu}=395 J/kgK, a zincului c_{Zn}=399 J/kgK, căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg. Să se afle:
a. căldura specifică a alamei
b. masa de gheaţă care se topeşte

10. Într-un calorimetru cu echivalentul în apă m_h=25 g se află m_g=200 g gheaţă la temperatura t_g=−10°C. Se toarnă în calorimetru fosfor topit la temperatura t_P=80°C. Temperatura finală de echilibru a amestecului este t_e=20°C. Se cunosc: căldura specifică a fosforului în faza lichidă c_l=850 J/kgK, căldura specifică a fosforului în faza solidă c_s=785 J/kgK, căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheţii λ_g=334 kJ/kg, căldura latentă de topire a fosforului λ_P=21 kJ/kg şi temperatura de topire a fosforului t_t=44°C. Să se afle masa de fosfor care se introduce în vas.

11. Într-un calorimetru cu masa m=200 g şi care are căldura specifică c=920 J/kgK se află apă la temperatura t_a=40°C şi căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK. Se introduce o bucată de cupru cu masa m_c=100 g şi căldura specifică a cuprului c_c=380 J/kgK la temperatura t_c=100°C şi o bucată de gheaţă cu masa m_g=25 g, căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg, aflată la temperatura t_g=−20°C. Să se afle masa de apă aflată iniţial în calorimetru, dacă temperatura de echilibru devine t=25°C.

12. O bară de fier cu masa m_1=50 g şi una de aluminiu cu masa m_2=100 g aflate la aceeaşi temperatură t_1=100°C, sunt introduse într-un calorimetru cu capacitatea calorică C=125 kJ/K în care se află o masă de apă m_h=200 g la temperatura t_2=20°C. Se cunosc căldura specifică a gheţii c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura specifică a aluminiului c_{Al}=900 J/kgK, căldura specifică a fierului c_{Fe}=500 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg. Să se afle:
a. temperatura finală de echilibru
b. masa m_g a unei bucăţi de gheaţă care introdusă în calorimetru la temperatura t_3=−5°C face ca prin topirea ei integrală temperatura de echilibru să devină t=0°C

13. Într-un vas de alamă cu masa m_1=200 g se află apă cu masa m_2=480 g la temperatura de echilibru t_1=15°C. Se introduce apoi mercur cu masa m_3=500 g şi la temperatura de t_2=100°C. În urma schimbului de căldură se stabileşte temperatura de echilibru t=17,7°C. Cunoscând căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura specifică a alamei c_{al}=386 J/kgK şi căldura latentă de topire a gheţii λ_g=335 kJ/kg. Să se afle:
a. valoarea căldurii specifice a mercurului
b. temperatura finală a unui amestec, dacă se amestecă gheaţă cu masa m=10 g la temperatura t=0°C şi masa de mercur aflată la temperatura t_2

14. Prin încălzirea apei dintr-un vas care are temperatura inițială t_0=0°C, se obține într-o oră o cantitate m_1=100 g de vapori, având temperatura t=100°C. Știind că randamentul instalației de încălzire este η=60%, să se afle:
a. cantitatea de căldură necesară pentru funcționarea instalației timp τ=2 h
b. masa de vapori care s-a consensat prin introducerea unei bucăți de gheață, care are masa m_2=1 kg și temperatura inițială t_g=0°C, dacă temperatura finală de echilibru este t=100°C. Se cunosc căldura specifică a apei c_a=4180 J/kgK, căldura latentă de topire a gheții λ_g=335 kJ/kg și căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg

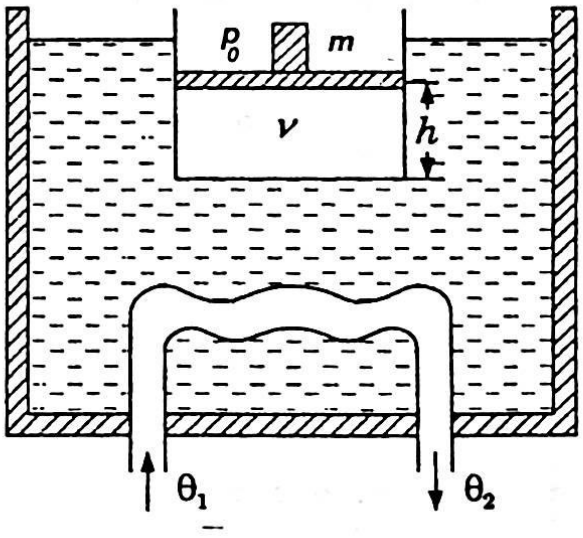
15. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a=200 g cu temperatura t_a=20°C cu gheață cu masa m_g=1 kg la temperatura t_g=−50°C. Se cunosc căldura specifică a gheții c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheții λ_g=334 kJ/kg. Să se afle temperatura de echilibru.

16. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a=100 g la temperatura t_a=15°C și gheață cu masa m_g=400 g la temperatura t_g=−10°C. Se cunosc: căldura specifică a gheții c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheții λ_g=334 kJ/kg. Să se afle temperatura de echilibru și compoziția amestecului.

17. Se amestecă într-un calorimetru cu capacitatea calorică neglijabilă apă cu masa m_a la temperatura t_a=40°C și gheață cu masa m_g=500 g la temperatura t_g=−30°C. Se cunosc căldura specifică a gheții c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheții λ_g=334 kJ/kg. Temperatura de echilibru este t_e=10°C. Să se afle masa de apă din calorimetru.

18. Într-o incintă vidată se introduce o picătură de apă la 0°C. Să se afle ce fracțiune din picătură îngheață, dacă căldura latentă de topire a gheții λ_g=335 kJ/kg și căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg.

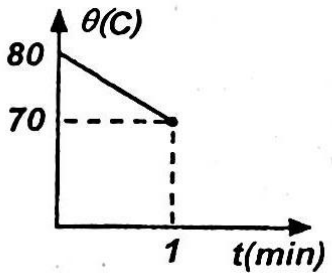
19. Într-un recipient în care se află apă cu masa m_a=10 kg este introdus un vas cilindric cu pereții perfect conductori, conform figurii alăturate. În vas se află un piston cu masa m=5 kg și secțiunea S=5 cm² egală cu suprafața cilindrului. În cilindru se află închiși ν=0,01 moli de aer. Inițial apa din recipient și aerul din vas se află la echilibru termic la temperatura inițială t_0=27°C. Apa din recipient este încălzită cu o serpentină parcursă de un agent termic lichid care intră la temperatura θ_1=200°C și iese la temperatura θ_2=150°C. Căldura specifică a agentului termic este c=1000 J/kgK, iar serpentina este parcursă într-o secundă de o masă D=0,1 kg. Se consideră că recipientul este izolat termic, iar apa și aerul au temperaturi egale în fiecare moment. Se cunosc: căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de vaporizare a apei λ_v=2,25 MJ/kg, căldura molară a aerului la presiune constantă C_p=1020 J/molK, masa molară a aerului μ=29 g/mol, presiunea atmosferică p_0=10⁵ Pa. Să se afle:



a. înălțimea h_0 a pistonului de la fundul cilindrului în stare inițială

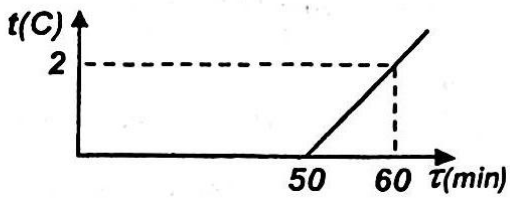
b. dependența de timp a înălțimii h dintre piston și fundul cilindrului din momentul începerii încălzirii până la momentul τ=20 min și să se reprezinte grafic această dependență
c. masa de vapori care părăsește recipientul într-o secundă, după ce a fost atinsă temperatura de fierbere

20. În figura alăturată este reprezentată grafic dependența de timp a temperaturii unei anumite mase de apă introdusă în congelator. Se consideră că apa cedează congelatorului aceeași cantitate de căldură în fiecare minut. Cunoscând căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK și căldura latentă de topire a gheții λ_g=336 kJ/kg, să se afle:



a. timpul după care îngheață toată apa
b. căldura primită de congelator în procesul anterior, dacă masa apei este m_a=500 g

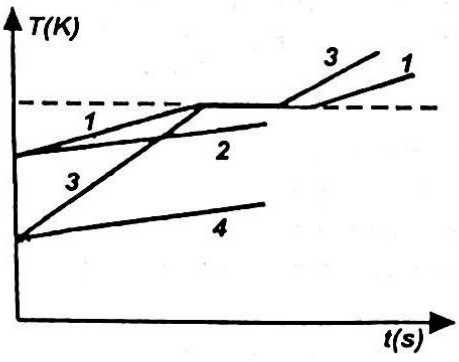
21. Într-un vas cu capacitatea calorică neglijabilă, se află apă și gheață cu masa totală m=10 kg. Vasul a fost adus de afară în cameră și s-a măsurat temperatura t în funcție de timpul τ, obținându-se graficul din figura alăturată. Se consideră că mediul cedează sistemului aceeași cantitate de căldură în fiecare minut. La momentul τ_1=60 min se introduce în vas o bucată de gheață cu masa m_2=2 kg și la temperatura t_2=−5°C. Se constată că după intervalul de timp $\Delta\tau$=20 min temperatura amestecului devine t_3=0°C. Se cunosc căldura specifică a gheții c_g=2100 J/kgK, căldura specifică a apei c_a=4200 J/kgK, căldura latentă de topire a gheții λ_g=335 kJ/kg. Să se afle:



a. căldura cedată de aer într-un minut
b. masa m_1 a gheții din vas în momentul introducerii în cameră
c. compoziția amestecului la momentul τ_2=80 min

22. Un motor termic cu puterea P=50 kW are turația n=3000 rot/min și funcționează cu un randament η=25%. Răcirea motorului se realizează cu apă, care are la intrarea în schimbătorul de căldură temperatura t_1=35°C și la ieșire temperatura t_2=95°C. Neglijăm frecările și pierderile de căldură, iar căldura specifică a apei este c=4185 J/kgK. Să se afle:
a. lucrul mecanic efectuat de motor pe parcursul unui ciclu
b. căldura absorbită de motor pe parcursul unui ciclu
c. debitul masic al apei de răcire, dacă se presupune că toată căldura cedată de motor este absorbită de apă

23. În graficul din figura alăturată este redată dependența temperaturii a patru corpuri în funcție de timp. Să se precizeze dacă:
a. corpurile 1 și 3 sunt din același material
b. $m_1 > m_3$?
c. corpurile 2 și 4 se încălzesc la fel de repede
d. $C_2 < C_4$?



Sarcina electrică

Sarcina electrică reprezintă produsul dintre intensitatea curentului electric I, care traversează secţiunea transversală a unui conductor şi intervalul de timp corespunzător Δt. Astfel $Q = I\Delta t$. În sistemul internaţional se măsoară în Coulombi: $[Q]_{SI} = C$.

Proprietăţile sarcinii electrice:

1. Sarcina electrică este de două feluri: pozitivă şi negativă, astfel că sarcinile de acelaşi semn se resping iar cele de semn contrar se atrag.

2. Sarcina electrică este o mărime fizică scalară şi derivată.

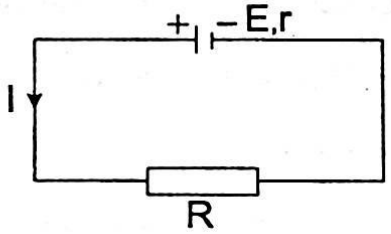
3. Sarcina electrică este o mărime fizică cuantificată în sensul că sarcina unui corp este un multiplu întreg de sarcini electrice elementare. Sarcina elementară este cea mai mică sarcină descoperită până acum şi este sarcina electronului e=1,6·10^{-16} C. Astfel, $Q = Ne$, unde N reprezintă numărul de sarcini elementare.

Legea conservării sarcinii electrice: Pentru un sistem izolat din punct de vedere electric suma algebrică a sarcinilor electrice ale corpurilor din sistem rămâne constantă.

Curentul electric continuu

Prin **curent electric** se înţelege deplasarea ordonată a purtătorilor de sarcină electică liberi printr-un conductor.

Electronii sunt purtătorii de sarcină electrică liberi la metale.



Un circuit electric simplu prin care trece un curent electric este format dintr-o sursă de tensiune (generator E,r), un consumator R şi fire conductoare de legătură (ghidaje de câmp electric).

Sursa de tensiune transformă diferite forme de energie în energie electrică. Sursele pot fi:

a. bateriile şi acumulatoarele transformă energia chimică în energie electrică

b. alternatoarele şi dinamurile transformă energia mecanică în energie electrică

c. termoelementele transformă energia termică în energie electrică

d. fotoelementele transformă energia luminoasă în energie electrică

Într-un circuit electric curentul electric este pus în evidenţă prin efectele lui. Efectele curentului electric sunt:

a. efectul termic (Joule) constă în încălzirea conductoarelor parcurse de curent

b. efectul electrochimic constă în trecerea curentului electric prin electroliţi (electroliţii sunt baze, acizi sau săruri care permit trecerea curentului electric prin ele, iar fenomenul se numeşte electroliză)

c. efectul magnetic constă în crearea unui câmp magnetic în vecinătatea conductoarelor parcurse de curent (efectul este pus în evidenţă de deviaţia acului magnetic adus în vecinătatea conductorului străbătut de curent electric)

Curentul electric staţionar

Intensitatea curentului electric

Deoarece un efect al curentului electric poate fi mai intens sau nu, se defineşte intensitatea curentului electric ca fiind o mărime fizică scalară care caracterizează tăria efectului curentului electric.

Intensitatea curentului electric, I, este mărimea fundamentală în electricitate. În sistemul internaţional intensitatea curentului electric se măsoară în amperi: $[I]_{SI} = A$.

Deoarece efectele electrochimic şi magnetic depind de sensul curentului electric, se defineşte prin convenţie ca sens al curentului electric, sensul în care se deplasează o particulă încărcată pozitiv prin circuit. Printr-un circuit electric simplu sensul curentului electric este de la borna pozitivă a sursei de tensiune spre cea negativă prin circuitul exterior (circuitul exterior este cel ce nu aparţine sursei de tensiune).

Intensitatea curentului electric se măsoară cu ampermetrul, un instrument care se leagă în serie într-un circuit şi care trebuie să aibă rezistenţa cât mai mică. Ampermetrul ideal nu are rezistenţă electrică.

Tensiune electromotoare. Tensiune electrică.

Tensiunea electromotoare reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze o sarcină electrică pozitivă prin întreg circuitul şi valoarea sarcinii pozitive. Astfel $E = \frac{L_{total}}{q}$, unde E este tensiunea electromotoare, L_{total} este lucrul mecanic total efectuat de sursa de tensiune şi q este sarcina pozitivă.

Tensiunea electrică între două puncte reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze o sarcină electrică pozitivă prin circuitul exterior şi valoarea sarcinii pozitive. Astfel $U = \frac{L}{q}$, unde U este tensiunea electrică între două puncte, L este lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze sarcina între cele două puncte şi q este sarcina pozitivă.

Căderea internă de tensiune pe sursă reprezintă raportul dintre lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze o sarcină electrică pozitivă prin circuitul interior şi valoarea sarcinii pozitive. Astfel $u = \frac{L_{int}}{q}$, unde u este căderea internă de tensiune pe sursă, L_{int} este lucrul mecanic efectuat de sursa de tensiune ca să deplaseze sarcina în circuitul interior al sursei şi q este sarcina pozitivă.

Din legea conservării energiei $L_{total} = L_{ext} + L_{int}$ obţinem $E = U + u$, adică tensiunea electromotoare reprezintă suma dintre tensiunea pe circuitul exterior (numită şi tensiune la borne) şi căderea interioară de tensiune.

Tensiunea electrică între două puncte se măsoară cu un instrument numit voltmetru care se leagă în paralel între cele două puncte. Voltmetrul

trebuie să aibă rezistența cît mai mare, iar voltmetrul ideal are reiztența infinit de mare ($R \to \infty$).

În sistemul internațional tensiunea electrică se măsoară în volți: $[U]_{SI} = V$.

Rezistența electrică

Rezistența electrică este capacitatea unui conductor de a se opune trecerii curentului electric prin el.

Rezistența electrică a unei porțiuni de circuit reprezintă raportul dintre tensiunea electrică aplicată acelei porțiuni de circuit și intensitatea curentului electric care o străbate. Astfel $R = \frac{U}{I}$. În sistemul internațional rezistența electrică se măsoară în ohmi: $[R]_{SI} = \Omega$.

Formula rezistenței electrice determinată experimental este: $R = \frac{\rho \ell}{S}$, unde ρ este rezistivitatea electrică, ℓ este lungimea firului conductor, iar S este secțiunea transversală a firului conductor.

Deoarece rezistivitatea depinde de temperatură după legea $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$, unde ρ_0 este rezistivitatea electrică la zero grade Celsius, α este coeficientul rezistivității termice și este o constantă de material, iar t este temperatura în grade Celsius, atunci și rezistența electrică depinde de temperatura exprimată în grade Celsius după legea $R = R_0(1 + \alpha t)$ cu $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S}$ rezistența la zero grade Celsius.

În sistemul internațional rezistivitatea electrică se măsoară în $[\rho]_{SI} = \Omega m$ iar coeficientul termic al rezistivității se măsoară în $[\alpha]_{SI} = grad^{-1} = K^{-1}$.

Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit este: $U = RI$.

Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu este: $I = \frac{E}{R + r}$, unde I este intensitatea curentului, E este tensiunea electromotoare, R este rezistența circuitului exterior și r este rezistența circuitului interior.

Intensitatea curentului electric printr-un circuit simplu este maximă la scurtcircuit, atunci când bornele unei surse de tensiune sunt legate împreună și rezistența circuit exterior este nulă, astfel că $I_{Sc} = \frac{E}{r}$.

Când rezistența circuitului exterior tinde spre infinit ($R \to \infty$), adică circuitul electric este deschis un voltmetru legat la bornele unei surse de tensiune indică tensiunea electromotoare a sursei.

Legile lui Kichhoff

Legile lui Kichhoff se referă la circuite complicate de curent continuu. Elementele circuitelor de curent continuu sunt:

a. nodul este punctul unde se întâlnesc minimum trei conductoare.

b. latura este porțiunea de circuit delimitată de două noduri consecutive.

c. ochiul de rețea este un contur poligonal închis format dintr-o succesiune de laturi.

Legea I a lui Kichhoff se referă la nodurile de rețea. Suma algebrică a intensităților curenților care se întâlnesc într-un nod de rețea este nulă. Astfel $\sum_{i=1}^{N} I_i = 0$. Se consideră pozitive toate intensitățile curenților care intră în nodul de rețea și cu minus toate intensitățile curenților care ies din nodul de rețea. Prima lege a lui Kirchhoff este o consecință a legii conservării sarcinii electrice.

Legea a II a lui Kichhoff se referă la ochiuri de rețea. De-a lungul conturului unui ochi de rețea, suma algebrică a tensiunilor electromotoare este egală cu suma algebrică a produselor dintre intensitatea curentului și rezistența totală a fiecărei laturi. Astfel $\sum_{i=1}^{n} E_i = \sum_{j=1}^{m} R_j I_j$. Legea a doua a lui Kirchoff este o consecință a legii conservării energiei.

Pentru un ochi de rețea se alege un sens de parcurgere al acestuia. Tensiunea electromotoare se consideră pozitivă dacă sensul de parcurgere al ei pe interior este de la borna minus la borna plus în sensul ales și va fi cu semnul minus dacă prin interior bateria este parcursă în sensul ales de la borna pozitivă spre cea negativă. Dacă sensul ales coincide cu sensul intensității curentului dintr-o latură atunci căderea de tensiune de pe acea latură va fi pozitivă, iar dacă sensul intensității curentului va fi contrar sensului ales și căderea de tensiune de pe latură va fi negativă.

Dacă un circuit complicat are k laturi și N noduri, atunci vom scrie N-1 ecuații independente pentru noduri și restul de k-N+1 vor fi ecuațiile pentru ochiurile de rețea.

Aplicații:

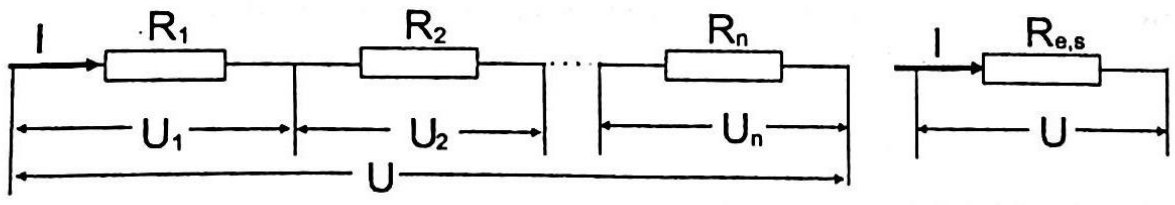
1. Gruparea rezistoarelor

a. serie.

În cazul legării în serie a mai multor rezistențe acestea sunt legate una după alta, astfel că intensitatea curentului care circulă prin toate rezistențele are aceeași valoare.

Dacă se leagă în serie mai multe rezistoare, rezistența echivalentă a rezistoarelor este suma rezistențelor rezistoarelor componente. Astfel că $R_S = \sum_{i=1}^{N} R_i$, unde R_S este rezistența echivalentă, iar R_i este rezistența unui rezistor component.

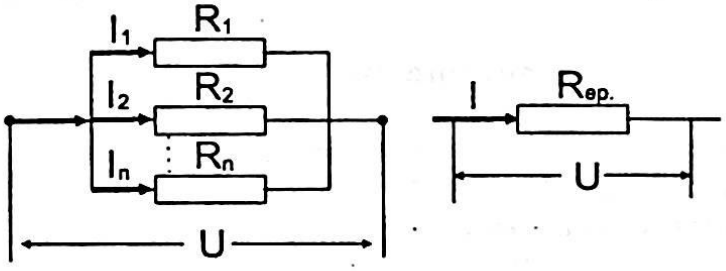
Dacă cele N rezistoare sunt identice rezistența echivalentă este $R_S = NR$, unde N este numărul rezistoarelor și R este rezistența unui singur rezistor.



b. paralel.

În cazul legării în paralel a mai multor rezistenţe acestea au câte două puncte comune, astfel că tensiunea electrică aplicată grupării de rezistenţe are aceeaşi valoare.

Dacă se leagă în paralel mai multe rezistoare, inversul rezistenţei echivalente a rezistoarelor este suma inverselor rezistenţelor rezistoarelor componente. Astfel că $\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$,



unde R_P este rezistenţa echivalentă, iar R_i este rezistenţa unui rezistor component.

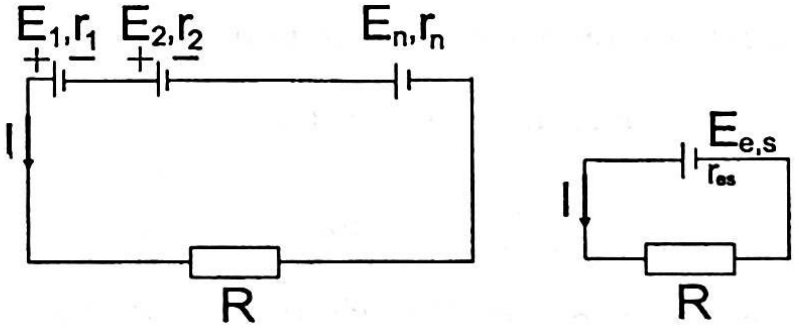
Dacă cele N rezistoare sunt identice rezistenţa echivalentă este $R_S = \frac{R}{N}$, unde N este numărul rezistoarelor şi R este rezistenţa unui singur rezistor.

Dacă din gruparea celor N rezistoare se scoate un singur rezistor atunci rezistenţa echivalentă a grupării de rezistoare este întotdeauna mai mare.

2. Gruparea surselor

a. serie

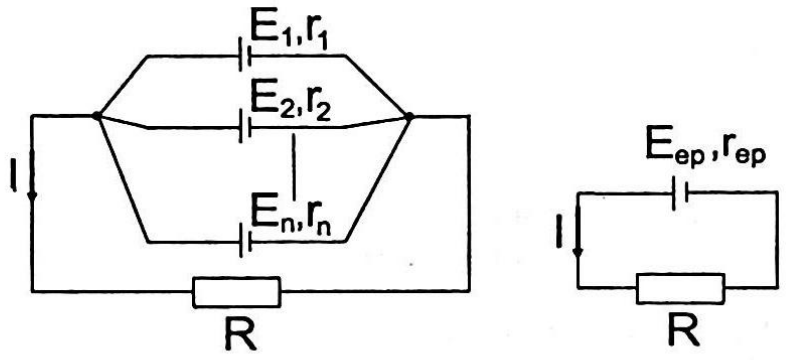
În cazul legării în serie a mai multor surse de tensiune, acestea sunt legate una după alta, astfel că sistemul de surse va fi echivalent cu o singură sursă. Parametrii sursei echivalente sunt: $E_S = \sum_{i=1}^{N} E_i$ şi $r_S = \sum_{i=1}^{N} r_i$. Dacă sunt N surse identice legate în serie atunci parametrii sursei echivalente sunt: $E_S = NE$ şi $r_S = Nr$.



b. paralel

În cazul legării în paralel a mai multor surse de tensiune, acestea au bornele legate între aceleaşi puncte, astfel că sistemul de surse va fi echivalent cu o singură sursă. Parametrii sursei echivalente sunt: $E_P = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{E_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{r_i}}$ şi $\frac{1}{r_P} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{r_i}$.

Dacă sunt N surse identice legate în paralel atunci parametrii sursei echivalente sunt: $E_P = E$ şi $r_P = \frac{r}{N}$.



3. Mărirea domeniului de măsurabilitate al instrumentelor de măsură

a. ampermetru

Pentru a mări domeniul de măsurabilitate al ampermetrului se leagă în paralel cu acesta o rezistență numită rezistență de șunt cu valoarea cât mai mică, astfel ca cea mai mare parte a intensității curentului să treacă prin această rezistență de șunt protejând astfel ampermetrul. Astfel rezistența de șunt are valoarea: $R_S = \frac{R_A}{n-1}$, unde R_S este rezistența de șunt, R_A este rezistența ampermetrului și $n = \frac{I}{I_A}$ este un număr care ne arată de câte ori intensitatea I, din circuitul principal este mai mare decât intensitatea maximă I_A pe care o poate măsura ampermetrul.

b. voltmetru

Pentru a mări domeniul de măsurabilitate al voltmetrului se leagă în serie cu acesta o rezistență numită rezistență adițională cu valoarea cât mai mare, astfel ca cea mai mare parte a tensiunii să cadă pe această rezistență de adițională protejând astfel voltmetrul. Astfel rezistența adițională are valoarea: $R_{ad} = R_V(n-1)$, unde R_S este rezistența de șunt, R_V este rezistența voltmetrului și $n = \frac{U}{U_V}$ este un număr care ne arată de câte ori tensiunea dintre două punct de măsurat este mai mare decât tensiunea maximă pe care o poate măsura voltmetrul.

Energia electrică

Majoritatea aparatelor electrice convertesc energia electrică a curentului care le străbate în diferite forme de energie termică, mecanică, luminoasă, etc.

Energia electrică transferată receptorului este egală cu lucrul mecanic al forțelor electrice care acționează asupra sarcinilor electrice pentru a le transporta prin receptor.

Astfel conform **legii lui Joule**: $W_{el} = L = UIt$, unde W_{el} este energia electrică, U este tensiunea electrică, I este intensitatea curentului și t este timpul corespunzător trecerii curentului electric. În sistemul internațional energia electrică se măsoară în Jouli, $[W_{el}]_{SI} = J$.

Cazuri particulare:

a. energia electrică a unei surse de tensiune E este: $W_{el,S} = EIt$.

b. energia electrică a unei rezistențe electrice R este: $W_{el,R} = RI^2t = \frac{U^2t}{R}$.

Puterea electrică

Puterea electrică furnizată unui receptor prin trecerea curentului electric este egală cu raportul dintre cu energia electrică W_{el} furnizată într-un timp t şi mărimea acestui interval de timp. Astfel $P_{el} = \frac{W_{el}}{t} = UI$. În sistemul internaţional puterea electrică se măsoară în Watt, $[P_{el}]_{SI} = W$.

Cazuri particulare:

a. Puterea electrică a unei surse de tensiune E este: $P_{el,S} = EI$.

b. Puterea electrică a unei rezistenţe electrice R este: $P_{el,R} = RI^2 = \frac{U^2}{R}$.

c. Puterea debitată de o sursă de tensiune pe un circuit exterior cu rezistenţa electrică variabilă va fi maximă când rezistenţa circuitului exterior este egală cu rezistenţa interioară a sursei, astfel că $R=r$. În acest caz puterea maximă debitată de sursa de tensiune pe circuitul exterior este $P_{R,max} = \frac{E^2}{4r}$ şi reprezintă transferul optim de putere de la sursă către circuitul exterior.

Randamentul transferului de putere

Randamentul transferului de putere de la o sursă de tensiune la un circuit exterior reprezintă raportul dintre energia furnizată de sursa de tensiune circuitului exterior şi energia totală a sursei de tensiune. Astfel că: $\eta = \frac{W_{el,R}}{W_{el,S}} = \frac{P_{el,R}}{P_{el,S}} = \frac{U}{E} = \frac{R}{R+r}$.

Cazuri particulare:

a. În cazul unui scurtcircuit, deoarece $R=0$, randamentul transferului de putere este nul.

b. În cazul transferului optim de putere de la sursă către circuitul exterior, cum $R=r$, randamentul transferului de putere este $\eta=50\%$.

c. În cazul unui circuit deschis cum $R \to \infty$ randamentul transferului de putere tinde spre 100%, astfel că $\eta \to 1$.

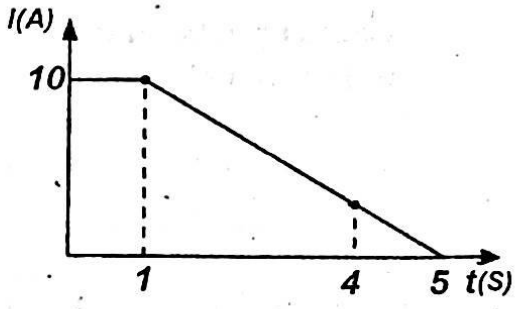
Cu creşterea rezistenţei circuitului exterior randamentul circuitului creşte.

2. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

2.1. Rezistenţa electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin secţiunea transversală a unui fir metalic trece un curent cu intensitatea I=2 A într-un interval de timp Δt=4 s. Cunoscând valoarea sarcinii elementare e=1,6·10^{-19} C, să se afle numărul de electroni care traversează secţiunea firului.

2. În figura alăturată este reprezentată grafic dependenţa intensităţii curentului electric de timp. Să se afle:
a. sarcina electrică care traversează secţiunea transversală a unui fir metalic în intervalul de timp considerat Δt=5 s
b. intensitatea medie a curentului în Δt=5 s
c. intensitatea curentului la momentul t_2=4 s



3. Să se afle valoarea vitezei medii de transport a electronilor printr-un conductor de secţiune S=1 mm^2 străbătut de un curent cu intensitatea I=160mA, dacă concentraţia volumică a electronilor este n=10^{28}electroni/m^3.

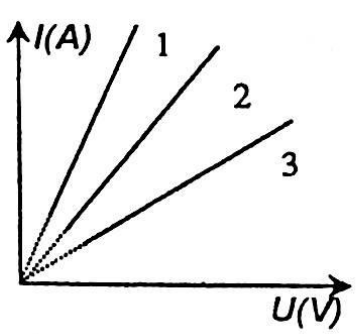
4. Coeficientul termic al rezistivităţii al unui metal este α=4·10^{-4} grad^{-1}. Să se afle temperatura la care un conductor din acest metal are rezistenţa de 1,5 ori mai mare decât rezistenţa sa la t_0=0°C.

5. Un rezistor se află la temperatura t=2000°C. Să se afle valoarea rezistenţei electrice a rezistorului, ştiind că acesta este confecţionat dintr-un metal care are la zero grade Celsius rezistivitatea ρ_0=17,2·10^{-9} Ωm, lungimea ℓ_0=50 m secţiunea firului S=0,1 mm^2, dacă coeficientul termic al rezistivităţii este α=4·10^{-3} K^{-1}.

6. Un bastonaş de grafit cu rezistivitatea la 0°C, ρ_{01}=6·10^{-5} Ωm şi coeficientul termic al rezistivităţii α_1=−5·10^{-4} K^{-1} se leagă în serie cu bastonaş de fier cu rezistivitatea la 0°C, ρ_{02}=4·10^{-5} Ωm, coeficientul termic al rezistivităţii α_2=3·10^{-4}K^{-1} şi cu aceeaşi grosime. Să se afle raportul dintre lungimile iniţiale ale bastonaşelor, dacă rezistenţa sistemului nu depinde de temperatură.

7. Un fir de cupru cu densitatea d=8600 kg/m^3 are masa m=860 g şi secţiunea S=1 mm^2. Firul se alimentează la o tensiune U=3,4 V. Să se afle:
a. lungimea firului
b. intensitatea iniţială a curentului care se stabileşte prin fir, dacă se cunoaşte rezistivitatea ρ_{Cu}=1,7·10^{-8} Ωm
c. tensiunea maximă care trebuie aplicată iniţial firului de la punctul b. dacă se cunoaşte că acesta se arde la o intensitate I_{max}=10 A

8. În graficul din figura alăturată sunt reprezentate intensităţile curenţilor electrici în funcţie de tensiunea aplicată la capetele lor. Să se afle:
a. care rezistenţă electrică este mai mare?
b. valoarea rezistenţei 1, dacă la un moment dat intensitatea curentului prin ea este I_1=4 A şi tensiunea măsurată este U_1=8 V
c. R_1/R_2, dacă la aceeaşi tensiune U, intensităţile



curenților sunt I_1=12 A și I_2=4 A

9. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=40 V se leagă un rezistor R. Intensitatea curentului de scurtcircuit este I_{sc}=100 A. Se constată că raportul tensiunilor la capetele rezistorului R și căderea internă de tensiune este n=4. Să se afle:

a. valoarea rezistenței rezistorului

b. intensitatea curentului prin circuit în condițiile date

c. secțiunea firului din care este confecționată rezistența, dacă se cunosc lungimea ei ℓ=50 m și rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm

10. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=10 V și cu rezistența internă r=1 Ω se leagă un rezistor cu R=4 Ω. Să se afle:

a. intensitatea curentului prin circuit

b. tensiunea la bornele sursei

c. valoarea intensității curentului de scurtcircuit

11. Dacă la bornele unei surse se conectează un rezistor cu rezistența R_1=2 Ω intensitatea curentului prin circuitul principal devine I_1=4 A. Conectând în locul rezistorului R_1, rezistorul R_2=11 Ω, intensitatea curentului prin circuitul principal devine I_2=1 A. Să se afle:

a. rezistența internă a sursei

b. tensiunea electromotoare a sursei

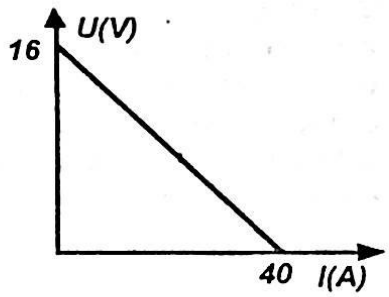
c. intensitatea curentului prin circuitul principal dacă rezistența circuitului exterior este R_3=3 Ω

12. La bornele unei surse de tensiune se conectează un consumator și se măsoară tensiunea la bornele sursei în funcție de intensitatea curentului electric prin circuit, obținându-se graficul din figura alăturată. Să se afle:

a. tensiunea electromotoare a sursei

b. rezistența internă a bateriei

c. valoarea rezistenței circuitului exterior când U=4 V



13. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r se leagă un consumator ohmic a cărui rezistență electrică poate fi modificată. Relația între intensitatea curentului care îl străbate, exprimată în A și tensiunea aplicată la bornele sale, exprimată în V este I=2−0,5U. Să se afle:

a. tensiunea electromotoare a sursei

b. rezistența internă a sursei

c. intensitatea curentului prin baterie dacă circuitul exterior are rezistența R=3Ω

14. La bornele unei surse de tensiune se leagă un rezistor cu rezistența R, astfel că tensiunea la borne măsurată este U=29 V. Dacă se înlocuiește rezistența cu alta cu valoarea 4R, tensiunea la borne crește cu f=10%. Să se afle tensiunea electromotoare a sursei.

15. O rezistența aflată inițial la t_0=0°C are valoarea R_0=20 Ω. Se alimentează rezistența la o sursă cu tensiunea E=44 V și cu rezistența internă r=2 Ω. Coeficientul termic al rezistivității este $\alpha=5\cdot10^{-4}$ grad^{-1}. După trecerea unui interval de timp rezistența ajunge la valoarea R=42 Ω. Să se afle:

a. tensiunea la capetele rezistenței la t_0=0°C

b. temperatura la care ajunge rezistența

c. variația relativă a tensiunii la bornele rezistenței

16. O baterie debitează pe un rezistor un curent electric cu intensitatea I=24 A. Dacă se măreşte rezistenţa cu f_1=25%, intensitatea curentului scade cu f_2=20%. Să se afle:

a. noua valoare a intensităţii curentului electric prin circuit, dacă rezistenţa se micşorează cu f_1=25%

b. cu cât la sută se modifică tensiunea la bornele rezistenţei în cazul în care aceasta se micşorează faţă de cazul în care creşte?

c. cu cât la sută se modifică rezistenţa conductorului, dacă temperatura acestuia variază cu Δt=80°C, iar coeficientul termic al rezistivităţii este $\alpha=6\cdot10^{-4}$ grad^{-1} şi iniţial rezistenţa se afla la temperatura 0°C?

2.2. Gruparea rezistoarelor

1. Rezistoarele cu rezistenţele R, $2R$, $3R$ conectate în paralel au rezistenţa echivalentă de 12 Ω. Să se afle:

a. rezistenţa echivalentă la legarea lor în serie

b. intensităţile curentului electric prin fiecare rezistor, dacă în cazul conectării paralel se aplică grupării o tensiune U=66 V

c. tensiunea pe rezistenţa R, când rezistenţele se leagă în serie şi se aplică grupării aceeaşi tensiune U=66 V

2. În graficul din figura 1 sunt reprezentate dependenţele tensiunilor aplicate la capetele a două rezistenţe în funcţie de intensitatea curentului care circulă prin rezistenţele respective. Să se afle:

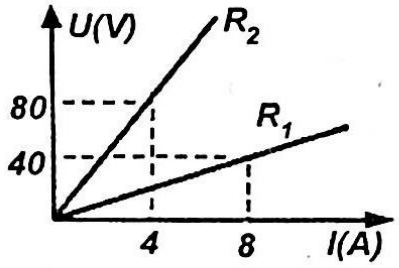


Fig. 1

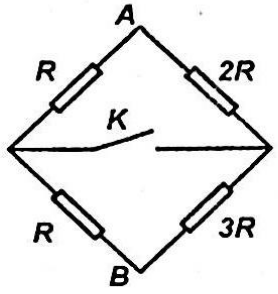


Fig. 2

a. valorile rezistenţelor

b. raportul dintre rezistenţa grupării serie şi cea a grupării paralel a celor două rezistenţe

3. Să se afle raportul rezistenţelor echivalente între punctele A şi B când comutatorul K este deschis şi apoi când este închis (fig.2).

4. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B (fig 3).

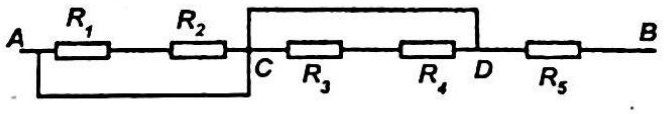


Fig. 3

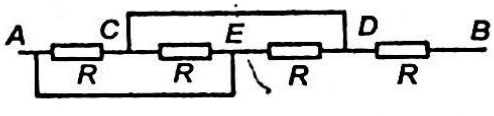


Fig.4

5. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B (fig 4).

6. Se cunosc R_1=3 Ω, R_2=4 Ω R_3=6 Ω R_4=2 Ω (fig 5). Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B, A şi C, A şi D, B şi D.

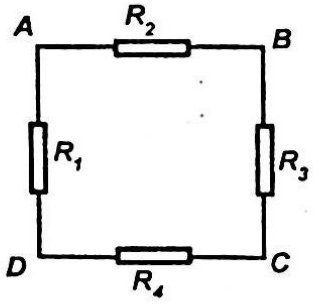


Fig. 5

7. O sârmă de rezistenţă R este tăiată în trei părţi egale. Una dintre bucăţi se îndoaie sub formă de cerc şi apoi cele trei părţi se montează ca în figura 6. Să se afle rezistenţa echivalentă a grupării.

8. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B în funcţie de R (fig 7).

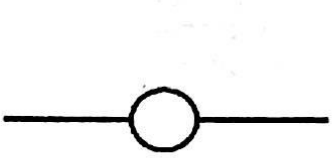


Fig. 6

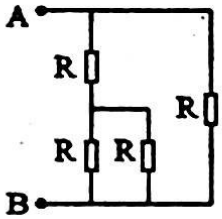


Fig. 7

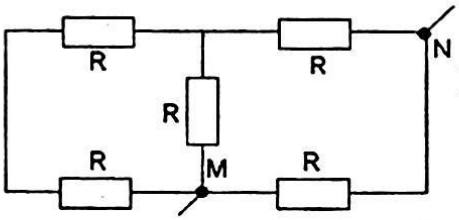


Fig. 8

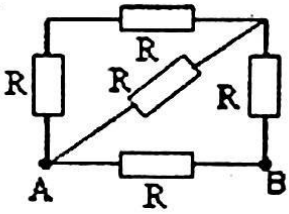


Fig. 9

9. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele M şi N în funcţie de R (fig 8).

10. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B în funcţie de R (fig 9).

11. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B în funcţie de R (fig 10).

12. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B, dacă R_1=1 Ω R_2=3 Ω, R_3=6 Ω, R_4=12 Ω, R_5=2 Ω (fig 11).

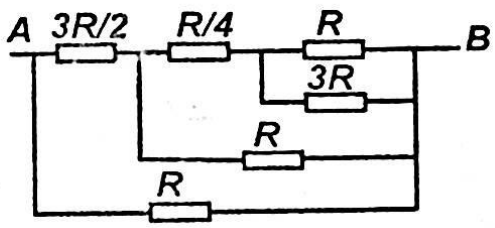


Fig. 10

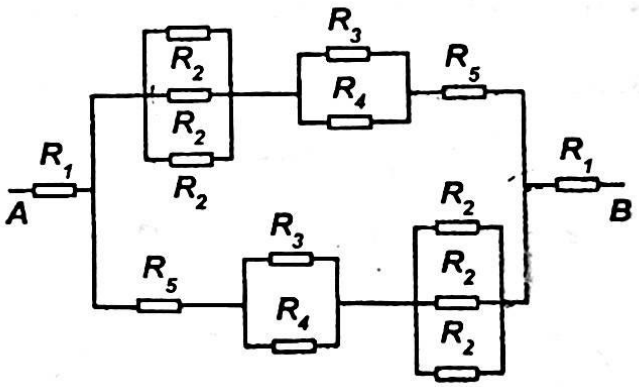


Fig.11

13. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B, dacă R=3 Ω (fig 12).

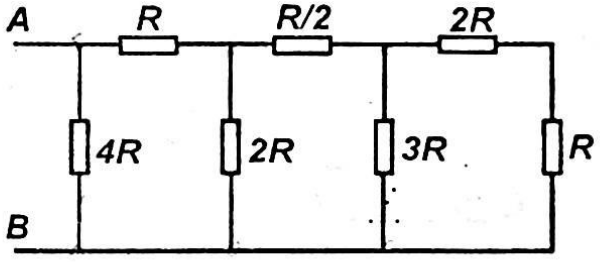


Fig. 12

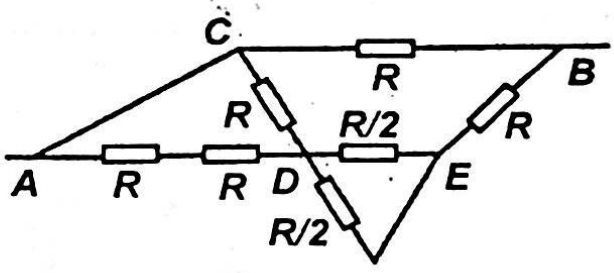


Fig. 13

14. Să se afle rezistenţele echivalente între punctele A şi B, A şi C, A şi D (fig 13).

15. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B, A şi C, A şi D, dacă R=1 Ω (fig 14).

16. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele A şi B, A şi C, A şi D, dacă R=9 Ω (fig 15).

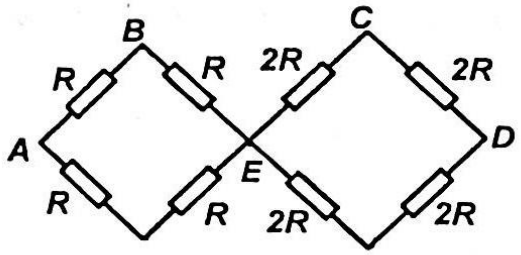


Fig. 14

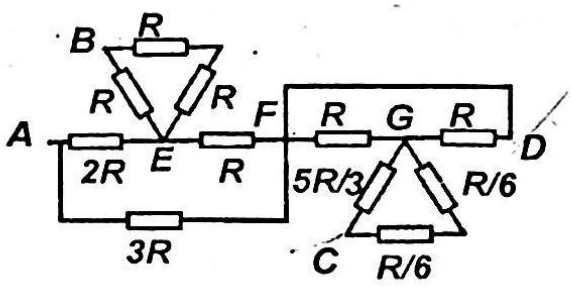


Fig. 15

17. Să se afle dacă se cunosc valorile rezistenţelor R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=4 Ω, R_4=2 Ω, R_5=2 Ω (fig 16):
a. rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B*
b. noua valoare a rezistenţei R_3, astfel ca prin rezistenţa R_5 să nu circule curent electric
c. rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* în condiţiile punctului **b.**

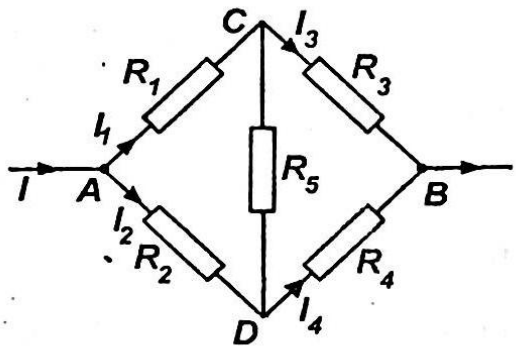


Fig. 16

18. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* (fig 17).

19. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* (fig 18).

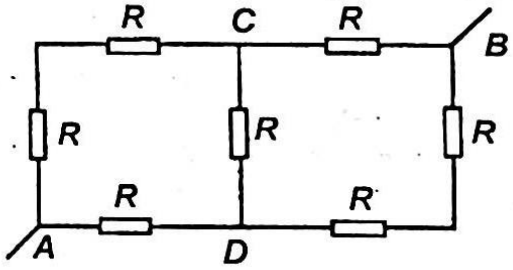


Fig. 17

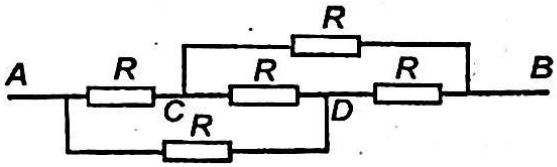


Fig. 18

20. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* (fig 19).

21. Să se afle rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* dacă toate rezistenţele sunt identice egale cu *R* (fig 20).

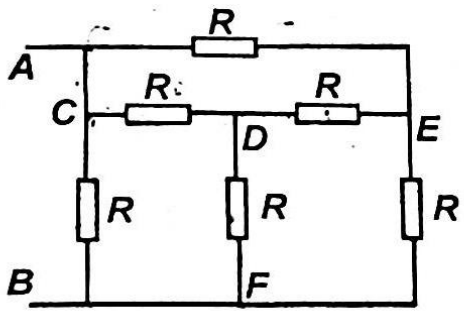


Fig. 19

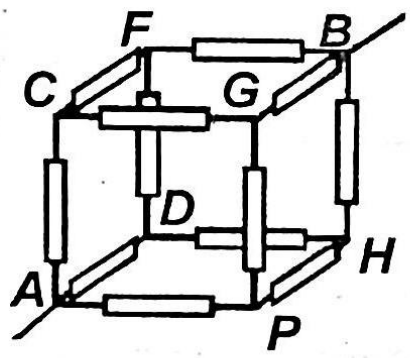


Fig. 20

22. Să se afle rezistenţa echivalentă a lanţului infinit de rezistenţe (fig 21).

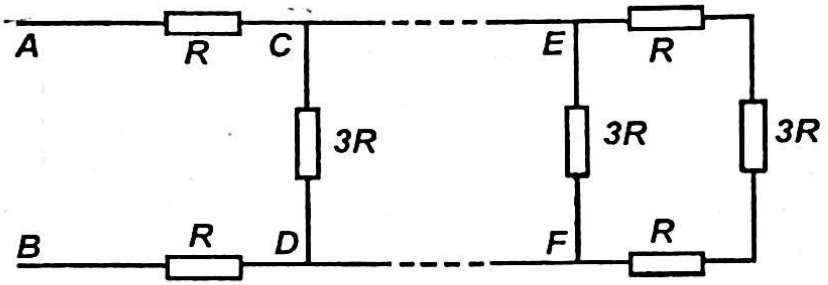


Fig. 21

23. Fie două rezistoare care au la temperatura inițială t_0=0°C rezistențele R_{01} și R_{02}=3R_{01} și coeficienții termici ai rezistivităților α_1 și respectiv α_2. Neglijăm dilatarea rezistențelor cu creșterea temperaturii. Să se afle coeficientul termic al rezistorului echivalent, dacă rezistențele se leagă:
a. serie
b. paralel

2.3. Legile lui Kirchhoff

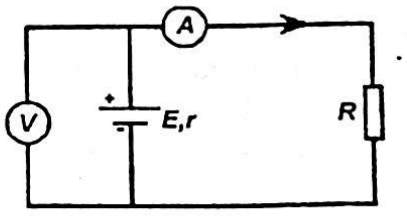
1. Se conectează o rezistență de șunt R_S în paralel cu un ampermetru, care are rezistența R_A=1 Ω. Intensitatea maximă măsurată de ampermetru este I_A=100 mA. Să se afle valoarea rezistenței de șunt, dacă ampermetrul este pus să măsoare un curent cu intensitatea I=1 A. De câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al ampermetrului?

2. Dacă se șuntează același ampermetru cu două rezistoare cu rezistențele R_1 și R_2, el își mărește domeniul de măsurabilitate de n_1, respectiv n_2 ori. Să se afle de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al ampermetrului, dacă acesta se șuntează cu gruparea rezistențelor:
a. serie
b. paralel

3. Un voltmetru cu rezistența R_V=100 Ω măsoară o tensiune U_V=10 V. Se leagă voltmetrul între două puncte, astfel încât acesta să măsoare o tensiune U=100 V. Ce rezistență adițională legăm în serie cu voltmetrul și de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al voltmetrului?

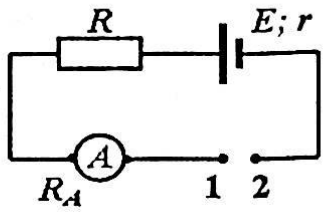
4. La bornele unui voltmetru se leagă pe rând în serie două rezistoare cu rezistențele R_1 și R_2, astfel că acesta își mărește domeniul de măsurabilitate de n_1, respectiv n_2 ori. Să se afle de câte ori se mărește domeniul de măsurabilitate al voltmetrului, dacă acesta se leagă în serie cu gruparea rezistențelor:
a. serie
b. paralel

5. Fie circuitul din figura alăturată. Voltmetrul indică o tensiune U=36 V. Rezistența internă a sursei este r=1 Ω, iar rezistența circuitului exterior este R=9 Ω. Se consideră că instrumentele de măsură sunt ideale. Să se afle:



a. intensitatea curentului electric prin circuit
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. indicațiile instrumentelor de măsură, dacă se scurtcircuitează rezistența R
6. Se conectează în serie, între două borne 1 și 2, o baterie cu t.e.m. E=1,5 V și rezistența internă r=1 Ω, un rezistor cu rezistența electrică R și un ampermetru

de rezistență R_A=250 Ω ca în figură. Ampermetrul are scala de N=100 diviziuni. Dacă se unesc bornele 1 şi 2, printr-un fir conductor de rezistență electrică neglijabilă, se constată că indicația ampermetrului este I=1mA şi corespunde valorii maxime a scalei. Dacă se conectează între bornele 1 şi 2, un conductor ohmic de rezistență electrică R_X, ampermetrul indică un curent electric de intensitate I. Să se afle:



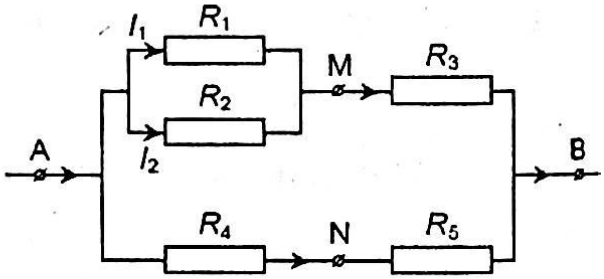
a. rezistența electrică R

b. timpul în care trec prin circuit electronii de conducție cu sarcina electrică totală Q=7,2 C, atunci când acul ampermetrului indică N=100 diviziuni

c. raportul I/I_X în funcție de rezistența R_X

d. valoarea rezistenței electrice R_X, dacă indicația ampermetrului este N_1=75 diviziuni

7. Considerați porțiunea de circuit din figura alăturată, pentru care se cunosc valorile rezistențelor celor cinci rezistoare: R_1=6 Ω, R_2=3 Ω, R_3=2 Ω, R_4=R_5=6 Ω, precum şi intensitatea curentului prin rezistorul de rezistență R_1, I_1=1,2 A. Să se afle:



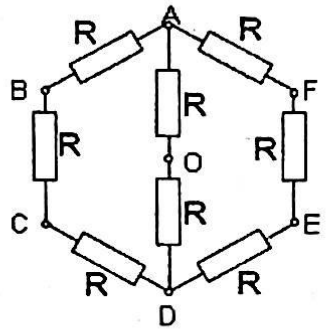
a. rezistența echivalentă R_{AB}

b. intensitatea I_3 a curentului prin rezistorul de rezistență R_3

c. tensiunea U_{MN} indicată de un voltmetru ideal ($R_V \to \infty$) conectat între punctele M şi N

d. tensiunea electromotoare a unei baterii, cu rezistența internă r=1 Ω, legată la capetele porțiunii de circuit AB

8. Rețeaua electrică din figura alăturată este formată din rezistoare identice, având rezistența R=210 Ω fiecare. La bornele A şi D aplicăm tensiunea U_{AD}=126 V. Să se afle:



a. rezistența echivalentă a rețelei între bornele A şi D

b. intensitățile curenților prin ramurile $ABCD$, AOD şi $AFED$

c. intensitatea curentului total prin circuitul principal

d. rezistența echivalentă a rețelei între bornele A şi E

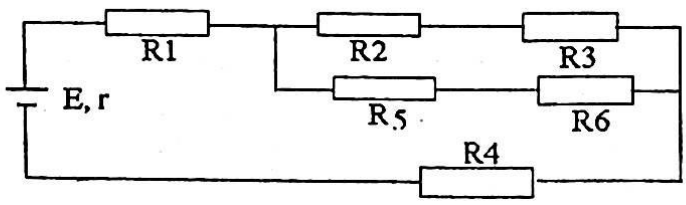
9. În circuitul din figura alăturată, sursa are tensiunea electromotoare E=22 V, rezistența internă r=1 Ω, iar rezistoarele din circuit au rezistențele electrice R_1=R_4=3,3 Ω, R_2=R_3=2 Ω, R_5=R_6=3 Ω. Să se afle:

a. rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior

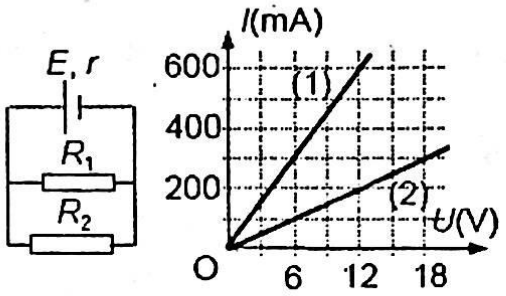
b. intensitatea curentului electric I_1 prin rezistorul R_1

c. tensiunea electrică la bornele grupării paralel

d. intensitatea curentului electric, indicat de un ampermetru ideal, conectat în serie cu rezistorul R_2

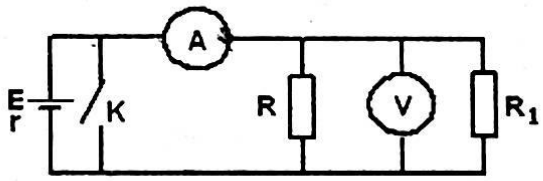


10. În figura alăturată este reprezentată schema circuitului electric şi graficul dependenţei intensităţii curentului funcţie de tensiunea aplicată la borne pentru gruparea paralel a rezistoarelor (1), respectiv pentru rezistorul de rezistenţă R_2 (2). Sursa electrică, de rezistenţă internă r=1 Ω, este parcursă de un curent electric de intensitate I=1,5 A. Să se afle:

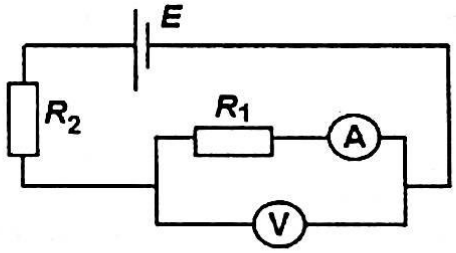


a. valoarea rezistenţei R_2
b. valoarea rezistenţei R_1
c. tensiunea electromotoare a sursei
d. tensiunea la bornele sursei electrice

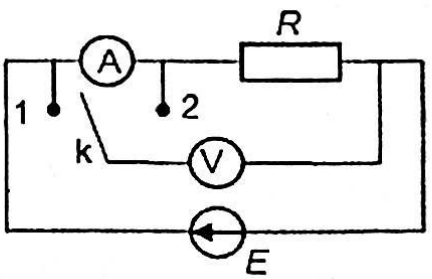
11. În circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată se cunosc: rezistenţele rezistorilor R=20 Ω, R_1=60 Ω şi parametrii sursei E=12 V şi r=1 Ω. Aparatele de măsură şi firele de legătură sunt ideale. Să se afle:
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior
b. intensitatea curentului măsurat de ampermetru când întrerupătorul K este deschis
c. tensiunea indicată de voltmetru când întrerupătorul K este deschis
d. indicaţiile instrumentelor de măsură dacă întrerupătorul K este închis. Justificaţi răspunsul.



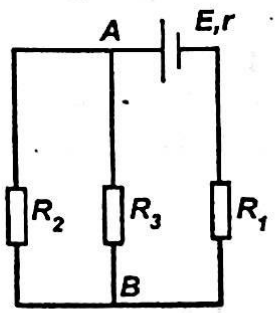
12. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Ampermetrul ideal indică I_A=0,36 mA, iar indicaţia voltmetrului, de rezistenţă electrică R_V=120 kΩ, este U_V=14,4 V. Se cunoaşte rezistenţa electrică R_2=20 kΩ, iar rezistenţa interioară a bateriei se consideră neglijabilă. Să se afle:
a. rezistenţa electrică R_1
b. rezistenţa electrică echivalentă a circuitului exterior bateriei
c. intensitatea curentului electric ce străbate bateria
d. tensiunea electromotoare a bateriei



13. Pentru măsurarea rezistenţei electrice a unui rezistor se foloseşte circuitul electric reprezentat în figura alăturată, în care sursa de tensiune are rezistenţa interioară nulă, ampermetrul are rezistenţa internă R_A=1Ω, iar voltmetrul are rezistenţa internă R_V=1 kΩ. Când comutatorul K este în poziţia 1, tensiunea indicată de voltmetru este U_V=100 V, iar intensitatea indicată de ampermetru este I_A=4 A. Să se afle:
a. tensiunea electromotoare E a sursei
b. intensitatea curentului electric ce străbate sursa
c. rezistenţa electrică a rezistorului
d. indicaţia I_A a ampermetrului atunci când comutatorul se află în poziţia 2

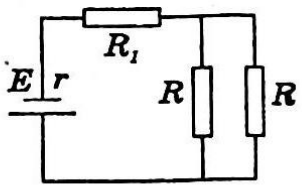


14. În circuitul din figura alăturată se cunosc E=24 V, r=1,4 Ω, R_1=3 Ω, R_2=8 Ω şi R_3=2 Ω. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor prin fiecare latură a circuitului
b. tensiunea electrică U_{AB}



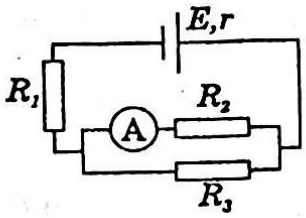
c. intensitatea curentului electric, care circulă prin sursă, dacă între punctele A şi B se leagă un fir metalic fără rezistenţă

15. Fie circuitul electric din figura alăturată care conţine o sursă de tensiune cu rezistenţa internă r=2 Ω, rezistenţele R=10 Ω şi R_1=15 Ω. Tensiunea măsurată la bornele sursei este U=20 V. Să se afle:



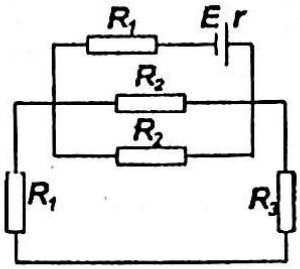
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior
b. tensiunea electromotoare a bateriei
c. căderile de tensiune pe rezistenţele R şi R_1
d. cu cât la sută se modifică tensiunea măsurată de un voltmetru ideal, conectat la bornele sursei, dacă se înlocuieşte rezistenţa R_1 cu o rezistenţă de trei ori mai mare?

16. În circuitul din figura alăturată, se cunosc r=1,2 Ω, R_1=2,7 Ω, R_2=3 Ω, R_3=7 Ω. Ampermetrul ideal indică I_2=1,4A. Să se afle:



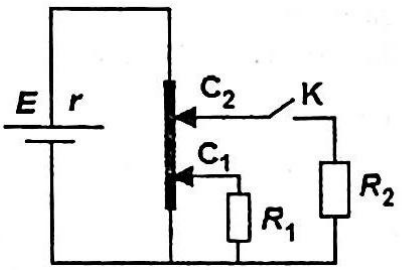
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior
b. intensităţile curenţilor prin fiecare rezistenţă
c. căderea interioară pe sursa de tensiune
d. tensiunea electromotoare a sursei

17. O baterie cu tensiunea electromotoare E=9 V şi cu rezistenţa internă r=1 Ω, alimentează circuitul din figura alăturată. Rezistenţa cicuitului exterior este R_e=9 Ω, iar rezistenţele electrice ale rezistoarelor sunt R_1=5 Ω şi R_3=15 Ω. Să se afle:



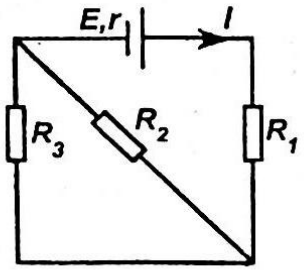
a. valoarea rezistenţei R_2
b. intensitatea curentului printr-o rezistenţă R_2
c. intensitatea curentului prin baterie dacă ambele rezistenţe R_2 se ard
d. intensitatea curentului prin baterie dacă în montajul iniţial se arde rezistenţa R_3

18. Un fir de cupru având rezistenţa electrică R=9 Ω este conectat la bornele unui generator electric având tensiunea electromotoare E=12 V şi rezistenţa electrică interioară r=0,5 Ω. Firul este împărţit în 3 părţi egale cu ajutorul unor cursoare fixe C_1, respectiv C_2, ca în figura alăturată. Rezistenţele electrice ale celor două rezistoare sunt R_1=3 Ω şi R_2=4,5 Ω. Să se afle:



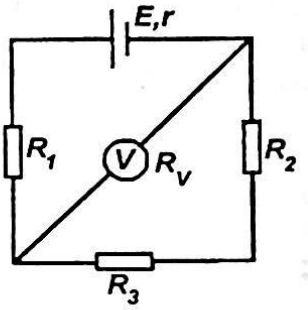
a. intensitatea curentului electric ce străbate generatorul în cazul în care întrerupătorul K este deschis
b. sarcina electrică ce străbate rezistorul R_1 într-un interval Δt=1 min în cazul în care K este deschis
c. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior sursei în cazul în care întrerupătorul K este închis

19. În circuitul din figura alăturată se cunosc E=60V, r=2Ω, I=5 A, R_3=10 Ω. Ştiind că tensiunea pe rezistenţa R_1 este U_1=20 V, să se afle:



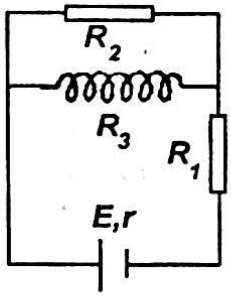
a. valoarea rezistenţei R_1
b. valoarea rezistenţei R_2

c. tensiunea la bornele bateriei
d. sarcina electrică transportată prin rezistorul R_2 în intervalul de timp Δt=5 s



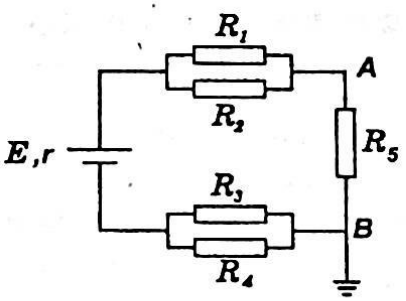
20. În montajul din figura alăturată voltmetrul indică U=90V. Se cunosc E=100 V, r=2 Ω, R_2=500 Ω, R_3=1,5 kΩ, şi R_V=3 kΩ. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin baterie
b. valoarea rezistenţei R_1
c. tensiunea la bornele rezistenţei R_3

21. Fie circuitul din figura alăturată, în care se cunosc E=60V şi rezistenţele R_1=15 Ω, R_2=16 Ω, R_3=4 Ω. Rezistenţa R_3 este o bobină obţinută prin înfăşurarea a N=100 spire pe un suport izolator care are diametrul d=10 cm. Secţiunea firului rezistenţei este S=1 mm². Intensitatea de scurtcircuit a sursei este I_{SC}=100/3 A. Să se afle:



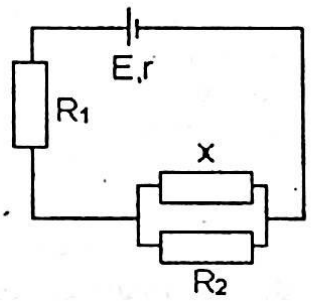
a. rezistenţa internă a sursei
b. rezistivitatea electrică a firului bobinei
c. tensiunea la bornele sursei
d. intensitatea prin baterie, dacă o spiră a bobinei se arde

22. În circuitul din figura alăturată, se cunosc E=8 V, r=1 Ω, R_1=6 Ω, R_2=12 Ω, R_3=4 Ω, R_4=4 Ω, R_5=1 Ω. Punctul B se leagă la Pământ. Să se afle:



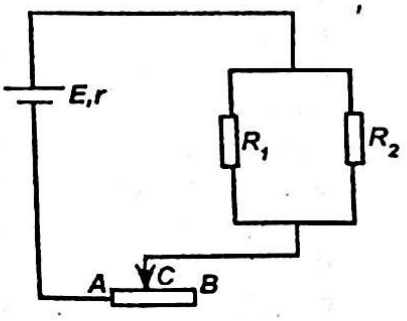
a. rezistenţa cicuitului exterior
b. intensitatea curentului prin sursă
c. potenţialul punctului A
d. intensitatea prin circuitul principal, dacă şi punctul A se leagă la Pământ

23. În circuitul din figura alăturată, se cunosc: E=120 V, r=1Ω, R_1=19 Ω, R_2=20 Ω şi intensitatea curentului electric ce trece prin rezistorul R_1, I=5 A. Să se afle:



a. tensiunea la bornele rezistorului R_2
b. rezistenţa electrică a rezistorului X
c. cu cât creşte tensiunea la bornele rezistorului R_2, dacă intensitatea curentului ce trece prin rezistorul R_1 devine I'=4 A în urma legării în serie a rezistorului X cu un rezistor Y
d. valoarea rezistenţei Y în condiţiile punctului **c**

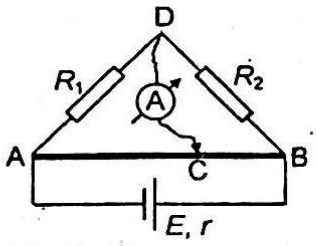
24. În circuitul din figura alăturată se cunosc E=20 V, r=1,6 Ω, R_1=4 Ω, R_2=6 Ω. Firul metalic AB are lungimea ℓ=60 cm şi rezistenţa R=3 Ω. Pe acest fir metalic se deplasează un cursor C. Să se afle:



a. rezistenţa echivalentă a rezistoarelor R_1 şi R_2
b. rezistivitatea firului metalic, dacă secţiunea acestuia este S=0,02 mm²
c. lungimea porţiunii de fir AC, dacă tensiunea între punctele C şi A este U_{CA}=4 V
d. domeniul în care poate lua valori, intensitatea curentului electric

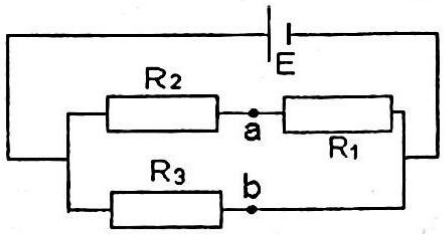
25. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=14 V şi rezistenţa internă r=1 Ω se leagă rezistenţele R_1=4 Ω, R_2=6 Ω, şi firul metalic AB cu rezistenţa electrică R_{AB}=15 Ω, ca în figura alăturată. Se consideră că firul metalic

are aceeaşi secţiune. Pe firul metalic se poate deplasa un cursor care leagă un ampermetru ideal între punctele *D* şi *C*. Poziţia cursorului este aleasă astfel ca ampermetrul să nu indice nimic. Să se afle:



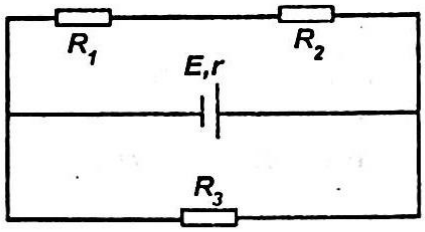
a. raportul lungimilor ℓ_{CB}/ℓ_{AC} în situaţia dată
b. rezistenţa circuitului exterior
c. intensitatea curentului prin circuitul principal
d. intensitatea curentului prin circuitul principal, dacă cursorul se deplasează din poziţia avută în punctul *B*

26. Circuitul din figură, în care R_1=4 Ω, R_2=2 Ω şi R_3=6 Ω, este alimentat la o baterie cu valoarea t.e.m. $\mathcal{E}$=24 V şi rezistenţa internă neglijabilă. Să se afle:



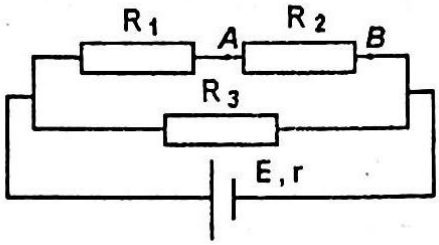
a. rezistenţa electrică echivalentă a circuitului
b. intensitatea curentului prin sursă
c. tensiunea electrică la bornele rezistorului R_2
d. noua valoare a intensităţii curentului electric prin sursă dacă bornele *a* şi *b* se leagă prin intermediul unui conductor de rezistenţă electrică neglijabilă

27. Fie circuitul din figura alăturată, în care se cunosc R_1=6 Ω, R_2=4 Ω, $\mathcal{E}$=24 V, r=1 Ω şi U_1=12 V. Să se afle:



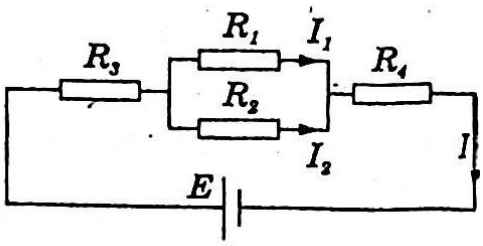
a. tensiunea electrică pe rezistenţa R_2
b. intensitatea curentului care circulă prin baterie
c. valoarea rezistenţei R_3
d. rezistenţa circuitului exterior

28. Un circuit electric conţine o sursă de tensiune $\mathcal{E}$=12 V şi cu rezistenţa internă r=1,2 Ω. Sursa de tensiune alimentează sistemul de rezistoare ca în figura alăturată. Se cunosc R_1=6 Ω, R_2=2 Ω, R_3=12Ω. Să se afle:



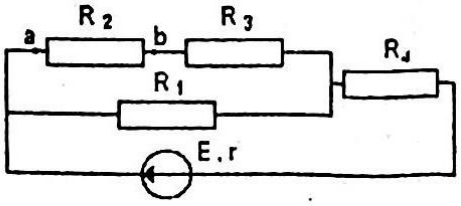
a. intensităţile curenţilor prin rezistenţe
b. tensiunea indicată de un voltmetru ideal legat la bornele sursei
c. tensiunea U_{AB}
d. noua valoare a rezistenţei R'_3, dacă intensitatea prin baterie devine I'=4 A

29. Fie circuitul din figura alăturată, în care se cunosc R_1=2 Ω, R_2=3 Ω, R_3=R_4=4Ω. Dacă prin rezistenţa R_1 circulă un curent cu intensitatea I_1=3 A şi considerând neglijabilă rezistenţa internă a sursei, să se afle:



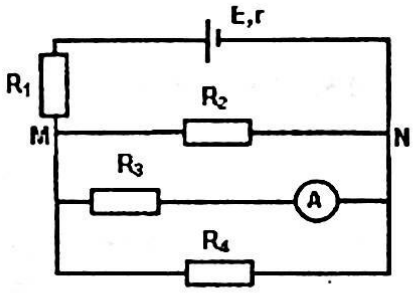
a. intensitatea prin rezistenţa R_2
b. intensitatea prin baterie
c. tensiunea electromotoare a bateriei
d. intensitatea indicată de un ampermetru real, cu rezistenţa r_A=1 Ω, conectat în serie cu rezistenţa R_2

30. Circuitul electric din figura alăturată este format dintr-o baterie cu tensiunea electromotoare E şi rezistenţa internă r=0,4 Ω la capetele căreia se leagă gruparea de rezistenţe. Se cunosc R_1=12 Ω,



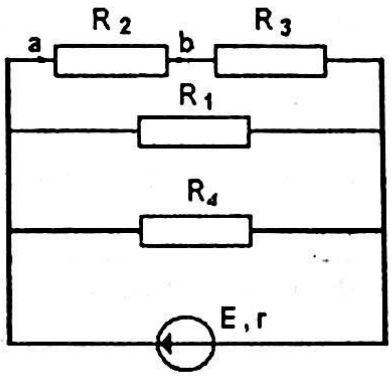
R_2=4 Ω, R_3=8 Ω şi R_4=5,6 Ω. Cunoscând valoarea intensităţii curentului care străbate rezistenţa R_1, I_1=1 A, să se afle:
a. rezistenţa electrică echivalentă a circuitului exterior
b. intensitatea curentului care circulă prin baterie
c. tensiunea U_{ab}
d. intensitatea de scurtcircuit, dacă din greşeală se leagă bornele sursei între ele

31. În schema electrică din figura alăturată se cunosc E=12 V, R_1=15 Ω, R_2=20 Ω, R_3=50 Ω, R_4=100 Ω şi valoarea intensităţii indicate de ampermetrul ideal I_3=0,1 A. Să se afle:



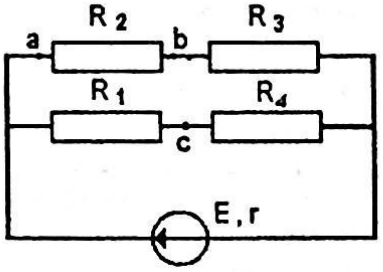
a. tensiunea electrică, la capetele rezistenţei R_3
b. intensitatea curentului, ce trece prin rezistenţa R_1
c. rezistenţa internă a bateriei
d. intensitatea curentului, care circulă prin baterie, dacă între punctele M şi N, se conectează un fir cu rezistenţă neglijabilă

32. Circuitul electric a cărui diagramă este ilustrată în figura alăturată conţine o baterie cu t.e.m. E=120 V şi rezistenţa internă r=2 Ω şi patru rezistoare având rezistenţele electrice R_1=6 Ω, R_2=2 Ω, R_3=4 Ω şi R_4=6 Ω. Neglijând rezistenţa electrică a firelor conductoare din circuit, să se afle:



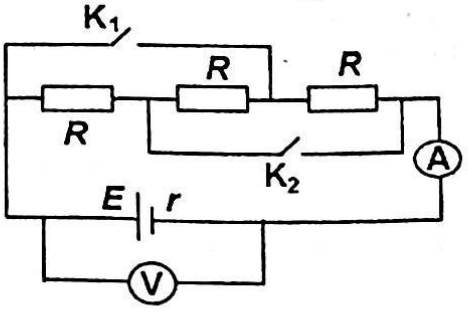
a. rezistenţa electrică a rezistorului echivalent cu ansamblul rezistoarelor R_1, R_2, R_3 şi R_4
b. intensitatea curentului electric din ramura ce conţine bateria
c. căderea de tensiune U_{ab} pe rezistorul cu rezistenţa electrică R_2
d. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa rezistorului R_4 pentru ca tensiunea electrică la bornele bateriei să fie U=40 V

33. Circuitul electric, a cărui schemă este ilustrată în figura alăturată, conţine o baterie cu t.e.m. E=120 V şi rezistenţa internă r=3 Ω şi patru rezistoare având rezistenţele electrice R_1=5 Ω, R_2=2 Ω, R_3=4 Ω şi R_4=1 Ω. Să se afle:



a. rezistenţa electrică a rezistorului echivalent cu ansamblul rezistoarelor R_1, R_2, R_3 şi R_4
b. intensitatea curentului electric din ramura ce conţine bateria
c. căderea de tensiune U_{ab} pe rezistorul cu rezistenţa electrică R_2
d. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa rezistorului R_4 pentru ca tensiunea electrică dintre punctele b şi c ale circuitului să fie nulă

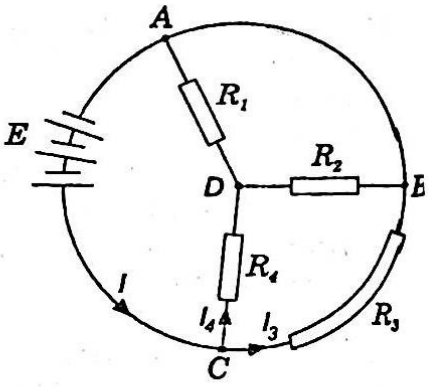
34. Pentru determinarea t.e.m. a unui generator se realizează circuitul a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată. Aparatele de măsură sunt ideale, rezistenţele electrice ale celor trei rezistori sunt egale, iar firele de legătură au rezistenţe electrice neglijabile. În tabelul de mai jos sunt trecute valorile indicate de cele două aparate de măsură corespunzătoare diferitelor poziţii ale celor două întrerupătoare. Să se afle:



	U(V)	I(mA)
K_1 şi K_2 deschise	18	100
K_1 închis şi K_2 deschis	x	250

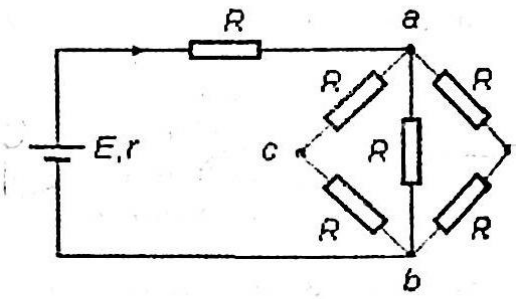
a. rezistența electrică R a unui rezistor
b. tensiunea electromotoare și rezistența internă a generatorului
c. valoarea x indicată de voltmetrul când întrerupătorul K_1 închis și întrerupătorul K_2 deschis
d. intensitateai I_1 indicată de ampermetru atunci când ambele întrerupătoare sunt închise

35. În circuitul din figura alăturată, se cunosc tensiunea totală E=6 V, R_1=2 Ω, R_2=6 Ω, R_3=3 Ω, R_4=1,5 Ω. Rezistența internă totală a sursei este r=0,5Ω. Să se afle:



a. rezistența echivalentă între punctele A și C
b. tensiunea electrică între punctele A și C
c. intensitatea curentului care circulă prin rezistența R_2
d. intensitatea curentului care circulă prin firul AB

36. În schema electrică, din figura alăturată, se cunosc E=3,2 V, r=1 Ω și R=10 Ω. Să se afle:

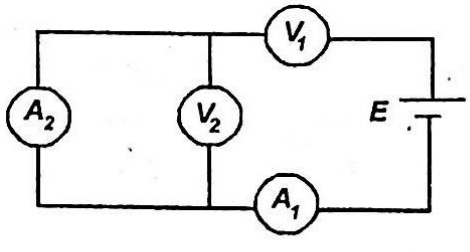


a. intensitatea curentului debitat de sursa de tensiune
b. tensiunea electrică între punctele c și d
c. indicația unui voltmetru ideal conectat la bornele sursei din figură
d. intensitatea curentului prin baterie, dacă se dezleagă dintre punctele a și b, conductorul metalic cu rezistența R, și apoi acesta se leagă între punctele c și d

37. Un fir de crom-nichel, cu lungimea ℓ=20 m și secțiunea S=1 mm², se leagă la bornele unei surse cu tensiunea E=12 V și rezistența internă r=1 Ω. Se cunoaște rezistivitatea electrică a firului $\rho=10^{-7}$ Ωm. Să se afle:
a. rezistența electrică a firului
b. tensiunea electrică la bornele firului
c. rezistențele circuitului exterior, dacă din fir se realizează un dreptunghi cu latura L=6 m, iar sursa de tensiune se leagă întâi la capetele laturii mici și apoi la capetele laturii mari a dreptunghiului
d. raportul intensităților curenților care circulă prin sursă în situațiile de la punctul **c**.

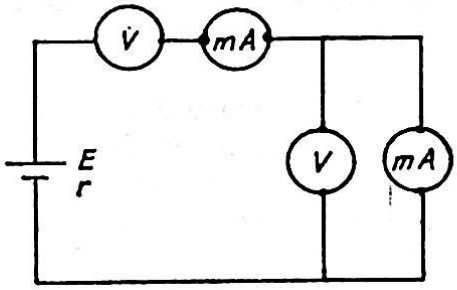
38. La bornele unei surse de tensiune se leagă în serie două voltmetre care vor indica valorile U_1=12 V și U_2=9 V. Dacă se leagă la bornele sursei numai primul voltmetru, acesta va indica o valoare U_1'=18 V. Să se afle:
a. valoarea tensiunii electromotoare a sursei
b. rezistența internă a sursei dacă rezistența primului voltmetru este R_1=1 Ω
c. rezistența voltmetrului al doilea R_2 în condițiile punctului **b.**
d. intensitatea curentului care circulă prin baterie în cazul legării în serie a celor două voltmetre la bornele sursei, dacă rezistența internă a sursei este cea de la punctul **b.**

39. Fie circuitul din figura alăturată. Se utilizează două ampermetre identice, două voltmetre identice și o sursă de tensiune cu



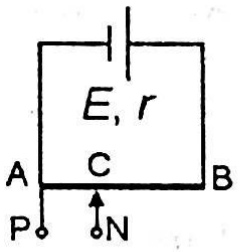
rezistența internă neglijabilă. Se cunosc indicațiile ampermetrelor A_1 și A_2, I_1=1,1 mA și respectiv I_2=0,9 mA, iar indicația voltmetrului V_2, U_2=0,25 V. Să se afle:
a. rezistențele aparatelor de măsură
b. indicația voltmetrului U_1
c. tensiunea electromotoare a sursei
d. indicațiile celor patru instrumente de măsură, dacă se scurtcircuitează voltmetrul V_1

40. Se realizează montajul din figura alăturată cu ajutorul unei surse de curent continuu, două voltmetre identice și două miliampermetre identice. Instrumentele de măsură legate în paralel indică U_1=0,25 V și I_1=0,75 mA. Al doilea ampermetru indică I=1mA. Să se afle:



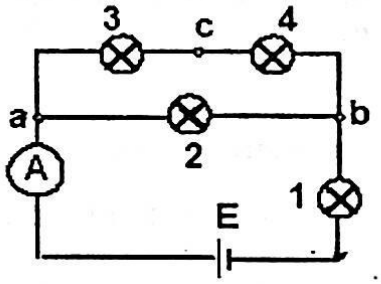
a. tensiunea indicată de voltmetrul legat în serie cu ampermetrul
b. tensiunea electromotoare E a sursei, dacă rezistența ei internă este r=66,67 Ω
c. intensitatea de scurtcircuit a sursei în condițiile punctului **b.**

41. O sursă cu tensiunea electromotoare E=80 V și rezistența internă r=8 Ω este conectată la un circuit ca în figura alăturată. Conductorul AB, omogen și cu secțiunea constantă este confecționat din aluminiu și are rezistența electrică R=32 Ω. Cursorul C împarte conductorul AB în raportul $|AC|/|CB|=1/3$. Să se afle:



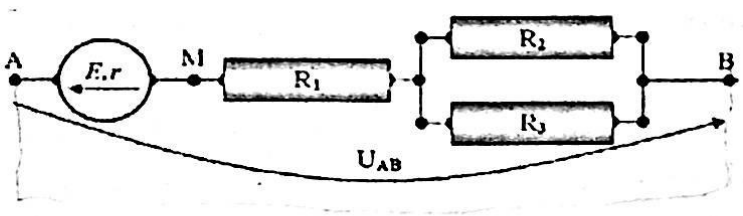
a. intensitatea curentului electric
b. tensiunea electrică între punctele P și N
c. căderea internă de tensiune pe sursă atunci când între punctele P și N se conectează un rezistor cu rezistența R_{PN}=8Ω
d. intensitatea curentului prin circuitul principal dacă după conectarea rezistenței R_{PN}=8 Ω cursorul C se deplasează la jumătatea conductorului AB

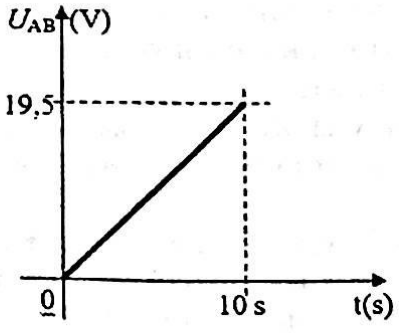
42. Patru becuri identice notate cu 1,2,3,4 sunt montate ca în circuitul din figură. Sursa de tensiune are rezistența internă neglijabilă și tensiunea electromotoare E=12 V. Ampermetrul ideal măsoară un curent cu intensitatea I=0,3 A. Să se afle:



a. rezistența echivalentă a circuitului
b. rezistența electrică a unui bec
c. intensitatea curentului prin becul 2
d. Între punctele b și c se leagă un fir conductor de rezistență electrică neglijabilă. Se consideră că niciun bec nu se va arde în urma modificării montajului. Stabiliți cum luminează fiecare bec (mai intens sau mai puțin intens) comparativ cu situația când lipsește conductorul și justificați răspunsul.

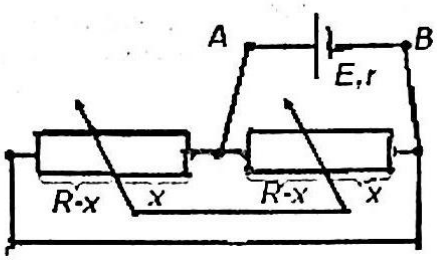
43. Porțiunii de circuit cuprinsă între A și B i se aplică o tensiune electrică variabilă. Dependența de timp a acestei tensiuni este redată în graficul



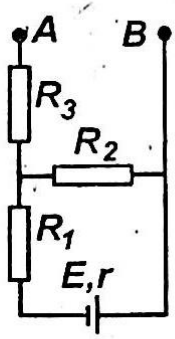


alăturat. Valorile mărimilor ce caracterizează elementele circuitului sunt: E=4,5 V, r=1 Ω, R_1=2 Ω, R_2=6 Ω, R_3=3 Ω. Să se afle:
a. rezistența echivalentă dintre punctele M și B
b. intensitatea curentului electric prin R_2 la momentul t=10 s
c. momentul de timp la care intensitatea curentului ce străbate rezistorul R_1 se anulează
d. intensitatea curentului prin sursă dacă între punctele A și B se conectează un fir cu rezistența neglijabilă

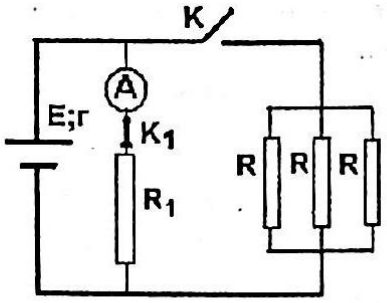
44. În figura alăturată cele două reostate identice au cursoarele C și C' cuplate rigid printr-o tijă de rezistență electrică neglijabilă, mișcându-se solidar, astfel că întotdeauna în dreapta se află rezistența x, iar în stânga restul R-x. Rezistența electrică totală a unui reostat este R=10 Ω, iar sursa are tensiunea electromotoare E=30 V și rezistența internă r=1 Ω. Să se afle:
a. expresia rezistenței echivalente a circuitului exterior conectat la bornele sursei, în funcție de x
b. valorile lui x pentru care sursa este scurtcircuitată
c. intensitatea curentului prin sursă când rezistența echivalentă a circuitului exterior R_{AB}=2 Ω și valorile lui x
d. căderea internă de tensiune pe sursă când rezistența externă este egală cu rezistența internă a sursei



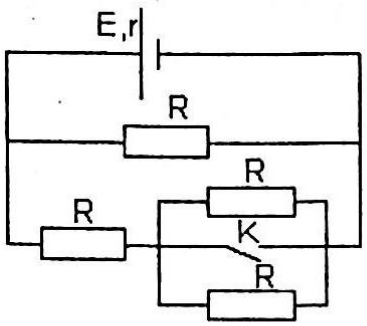
45. La bornele unei surse cu parametrii E=18 V și r=5,4 Ω se leagă trei rezistențe R_1=0,6 Ω, R_2=12 Ω și R_3=4 Ω, ca în figura alăturată. Între punctele A și B se leagă un instrument de măsură. Să se afle:
a. indicația voltmetrului ideal conectat între punctele A și B
b. indicația ampermetrului ideal conectat între punctele A și B
c. căderea internă de tensiune în condițiile punctului **b.**
d. de câte ori se modifică tensiunea la bornele sursei, dacă în locul voltmetrului ideal conectat între punctele A și B se conectează ampermetrul ideal?



46. Circuitul din figura alăturată conține o sursă cu tensiunea electromotoare E=24 V și rezistența internă r și rezistențele electrice R=30 Ω și R_1=15 Ω. Ampermetrul ideal indică un curent cu intensitatea I_1=1,5 A când comutatorul K este deschis și comutatorul K_1 este închis. Să se afle:
a. rezistența internă a sursei
b. rezistența echivalentă a circuitului exterior, dacă ambele comutatoare sunt închise
c. intensitatea indicată de ampermetru dacă ambele comutatoare sunt închise
d. intensitatea curentului prin sursă când comutatorul K este închis și comutatorul K_1 este deschis

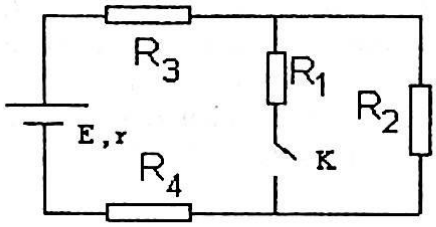


47. În circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată, R=5 Ω, iar intensitatea curentului electric prin generator are valoarea I_1=3 A când



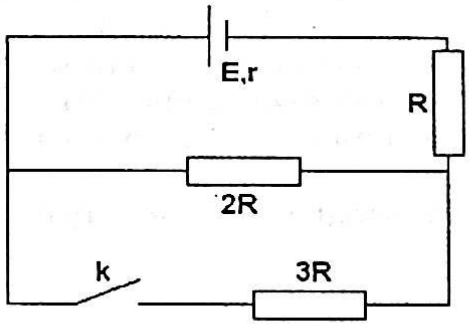
comutatorul K este deschis şi I_2=3,5 A când K este închis. Să se afle:
a. rezistenţa electrică a grupării de rezistoare conectată la bornele generatorului când comutatorul K este deschis
b. rezistenţa interioară a generatorului electric
c. tensiunea electromotoare a generatorului electric
d. tensiunea electrică la bornele generatorului când K este închis

48. Circuitul electric din figura alăturată conţine o sursă electrică cu t.e.m. E=24 V şi rezistenţă internă r=1 Ω şi rezistoarele R_1=8 Ω, R_2=12 Ω, R_3=2,2 Ω, R_4=4 Ω. Întrerupătorul K este închis. Să se afle:



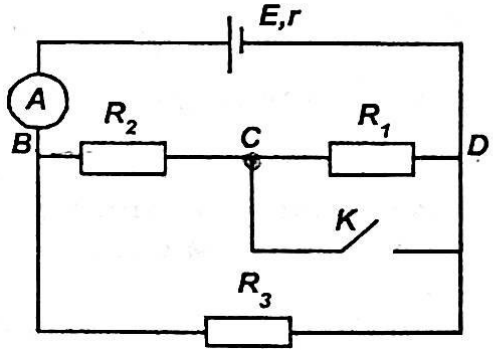
a. rezistenţa circuitului exterior
b. intensitatea curentului prin sursă
c. sarcina electrică ce străbate rezistorul R_1 în timp de 10 s
d. tensiunea electrică la bornele sursei, dacă întrerupătorul K ar fi deschis

49. În montajul alăturat între intensităţile curenţilor electrici ce trec prin sursa de tensiune când comutatorul k este deschis (I_1) şi respectiv închis (I_2) există relaţia I_1=0,75I_2. Cunoscând tensiunea electromotoare a sursei E=12 V, şi valoarea rezistenţei electrice R=5 Ω, să se afle:



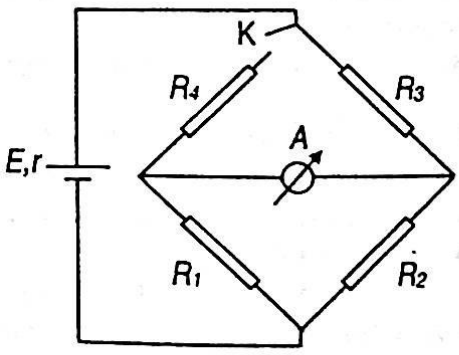
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior când comutatorul k este închis
b. rezistenţa internă a sursei
c. intensitatea curentului electric ce trece prin sursă atunci când comutatorul k este închis
d. tensiunea la bornele grupării rezistenţelor $2R$ şi $3R$ când comutatorul k este închis

50. Fie circuitul electric din figura alăturată, în care R_1=R_2=R_3=6 Ω. Când întrerupătorul este deschis ampermetrul ideal indică I=2,75 A, iar când este închis indică I'=3 A. Să se afle:



a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior când întrerupătorul este deschis
b. tensiunea electromotoare a sursei E şi rezistenţa ei internă r
c. raportul tensiunilor între punctele B şi D când întrerupătorul este iniţial deschis şi apoi închis
d. raportul tensiunilor între punctele B şi C când întrerupătorul este iniţial deschis şi apoi închis

51. În circuitul electric din figura alăturată întrerupătorul K este deschis. Se cunosc tensiunea electromotoare a sursei E=20 V, rezistenţa ei internă r=2 Ω, rezistenţele R_1=6 Ω, R_2=12 Ω, R_3=4 Ω şi R_4=1 Ω. Se consideră ampermetrul ideal. Să se afle:

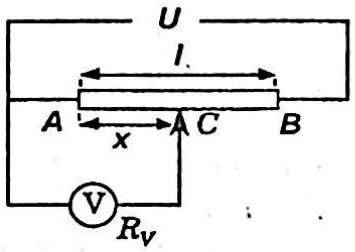


a. indicaţia ampermetrului în situaţia iniţială
b. intensitatea curentului electric care circulă prin baterie la închiderea întrerupătorului
c. intensitatea curentului electric indicat de

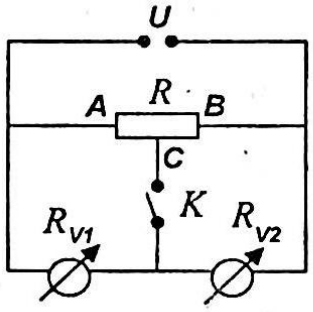
ampermetru la închiderea întrerupătorului
d. valoarea rezistenței R_3, dacă la închiderea întrerupătorului ampermetrul nu indică prezența curentului electric

52. O sursă cu tensiunea electromotoare E=29 V şi rezistența internă r=1,6Ω alimentează un circuit serie format din rezistențele R_1 şi R_2 şi se înregistrează un curent cu intensitatea I_1=2,5 A. Dacă cele două rezistențe se leagă în paralel valoarea intensității curentului care circulă prin sursă este I_2=7,25 A. Să se afle:
a. valorile tensiunii la bornele sursei în fiecare situație
b. valorile celor două rezistențe
c. raportul intensităților prin rezistențele R_1 şi R_2 când acestea sunt legate în paralel

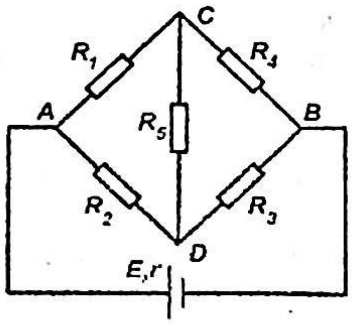
53. La capetele unui potențiometru cu rezistența R şi lungimea ℓ=AB se aplică o tensiune U. Între un capăt al potențiometrului şi cursor se conectează un voltmetru cu rezistența R_V ca în figura alăturată. Să se afle:
a. dependența indicației voltmetrului în funcție de poziția x=AC a cursorului
b. limitele între care este cuprinsă tensiunea indicată de voltmetru
c. rezistența R_x=R_{AC}, astfel ca U_V=U_{CB}



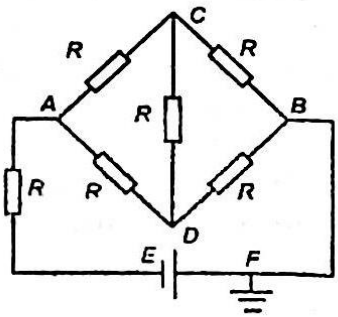
54. Două voltmetre cu rezistențele interioare R_{V1}=36 kΩ şi R_{V2}=9 kΩ sunt legate în serie. În paralel cu ele se leagă un rezistor cu rezistența electrică R=16 kΩ. La bornele acestui circuit se aplică tensiunea U=240 V, ca în figura alăturată. Să se afle:
a. indicația voltmetrelor când comutatorul K este deschis
b. intensitatea curentului prin circuitul principal când comutatorul K se închide pe cursorul aflat la $AB/4$ de capătul A
c. indicația voltmetrelor în condițiile punctului **b.**
d. raportul R_{AC}/R_{CB}, dacă indicațiile celor două voltmetre sunt egale când comutatorul K este închis



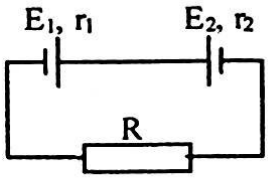
55. În circuitul din figura alăturată se cunosc tensiunea electromotoare a sursei E=47V, rezistența ei internă r=1Ω, rezistențele R_1=4 Ω, R_2=2 Ω, R_3=2 Ω, R_4=1 Ω, R_5=3 Ω. Să se afle:
a. rezistența echivalentă între punctele A şi B
b. intensitatea curentului prin circuitul principal
c. intensitățile curenților care circulă prin fiecare rezistență
d. tensiunea electrică pe rezistența R_5



56. În montajul din figura alăturată se cunosc E=20 V şi R=50 Ω. Punctul F este legat la Pământ. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin baterie
b. tensiunea U_{AF}
c. rezistența circuitului exterior, dacă rezistențele de pe două laturi opuse se triplează
d. tensiunea U_{AF}, în condițiile punctului **c.**



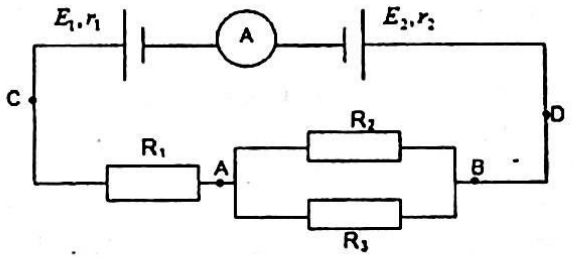
57. Se leagă în serie o sursa E_1=12 V, r_1=2 Ω cu o altă sursă E_2=2 V, r_2=3 Ω ca în figura alăturată. În circuit se introduce o rezistență de sarcină R=5 Ω. Să se afle:



a. intensitatea curentului prin circuit şi să se precizeze sensul în care circulă curentul electric
b. tensiunea electrică la bornele sursei E_2
c. intensitatea curentului prin circuit, dacă la bornele rezistenței R se leagă un fir metalic cu rezistența neglijabilă
d. valoarea tensiunii E'_1 pentru care tensiunea la bornele ei se anulează dacă se înlătură firul metalic. Să se interpreteze rezultatul obținut.

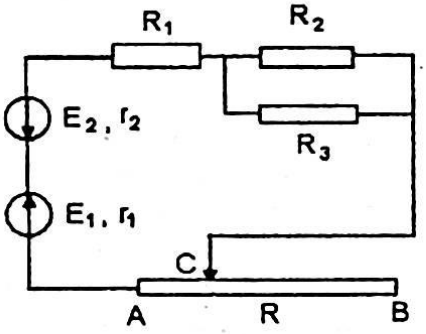
58. Se leagă în serie o sursă cu parametrii E_1=12 V, r_1=2 Ω cu o altă sursă cu parametrii E_2=24 V, r_2=3 Ω, polul pozitiv al unei surse fiind legat cu polul negativ al celeilalte surse. În circuit se introduce o rezistență R=5 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului prin circuit
b. tensiunea electrică la bornele sursei de E_1
c. căderea interioară de tensiune electrică la bornele sursei E_2
d. lungimea firului din care este confecționată rezistența. Dacă aceasta este confecționată dintr-un fir metalic cu rezistivitatea $\rho=10^{-8}$ Ωm şi secțiunea S=2 mm^2

59. Circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată este alcătuit din două generatoare cu tensiunile electromotoare E_1=8 V, respectiv E_2=2 V şi rezistențele interne $r_1=r_2$=1 Ω, trei rezistoare cu rezistențele R_1=1 Ω, R_2=3 Ω, R_3=6 Ω şi un ampermetru ideal. Să se afle:



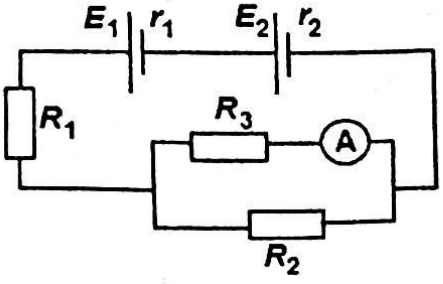
a. rezistența echivalentă a circuitului exterior
b. indicația ampermetrului
c. tensiunea electrică dintre punctele C şi D
d. indicația ampermetrului dacă acesta se montează între punctele A şi B

60. Fie circuitul electric din figura alăturată în care se cunosc valorile tensiunilor electromotoare ale surselor E_1=14 V şi E_2=6 V şi rezistențele lor interne $r_1=r_2$=0,5 Ω. Valorile rezistențelor din circuit sunt R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=3 Ω şi rezistența firului metalic AB este R=8 Ω. Cursorul se deplasează până în poziția C, astfel că AC este o fracțiune f=0,6 din lungimea firului AB. Să se afle:



a. rezistența echivalentă a circuitului exterior
b. intensitatea curentului prin cele două surse
c. lungimea firului metalic AB, dacă rezistivitatea firului este $\rho=5\cdot10^{-7}$ Ωm iar secțiunea firului este S=1 mm^2
d. Justificați ce se întâmplă cu tensiunea la bornele sursei E_1 dacă cursorul se deplasează spre punctul B

61. O baterie formată prin gruparea în serie a două surse cu tensiunile electromotoare E_1=4 V şi E_2=3,6V şi rezistențele interioare egale $r_1=r_2$=2 Ω, alimentează o grupare mixtă de rezistoare având rezistențele electrice $R_1=R_2$=10 Ω, respectiv R_3=9,5Ω. Circuitul este reprezentat schematic în figura



alăturată. Ampermetrul montat în circuit are rezistența internă R_A=0,5 Ω. Scala ampermetrului are 100 de diviziuni, iar indicația maximă a scalei este I_{max}=1 A. Să se afle:

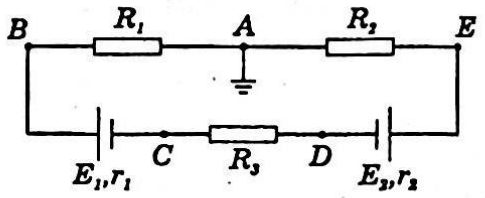
a. rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior bateriei

b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R_1

c. numărul diviziunii în dreptul căreia s-a oprit acul ampermetrului

d. intensitatea curentului prin rezistorul R_1, dacă, din greșeală sursa având E_2=3,6 V se conectează cu polaritate inversă

62. În circuitul din figura alăturată se cunosc R_1=3 Ω, R_2=6 Ω, R_3=5 Ω, r_1=r_2=1 Ω, E_1=16 V, E_2=48 V. Punctul A se leagă la Pământ. Să se afle:



a. intensitatea curentului electric prin circuit

b. potențialele punctelor B, C, D, E

c. tensiunea electrică U_{BD} între punctele B și D

d. tensiunea electrică între punctele C și D dacă punctul A nu se mai leagă la Pământ

63. Un circuit serie ocupă laturile unui pătrat. Pe latura AB se află o sursă cu tensiunea electromotoare E=14 V și rezistența r=1 Ω cu borna pozitivă legată la punctul A și o rezistență R=3 Ω. Latura BC conține un fir metalic fără rezistență, iar latura CD conține o sursă cu tensiunea electromotoare $4E$ și rezistența $2r$ cu borna pozitivă legată la punctul D și o rezistență $2R$. Pe latura DA se află o rezistență $3R$. Să se afle:

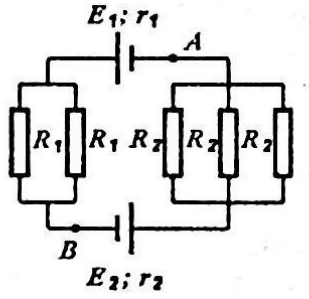
a. tensiunea la bornele sursei aflată pe latura AB

b. tensiunea la bornele sursei aflată pe latura CD

c. raportul intensităților prin laturile CD și AB, dacă punctele B și D se leagă la Pământ

d. prin ce punct intră electronii în circuit în cazul punctului **c.**?

64. Se realizează montajul din figura alăturată, utilizându-se două surse de tensiune E_1=15 V și E_2=3 V și rezistențele interne r_1=2 Ω și r_2=1 Ω. Rezistoarele introduse în circuit au valorile R_1=6 Ω și R_2=9 Ω. Să se afle:



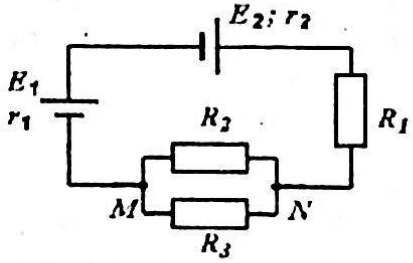
a. rezistența echivalentă a circuitului exterior

b. intensitatea curentului prin cele două surse

c. tensiunea electrică între punctele A și B

d. intensitatea curentului prin circuitul baterii dacă se scot din circuit câte o rezistență R_1 și R_2

65. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=4,5V, r_1=1,6 Ω, E_2=1,5 V, r_2=0,4 Ω, R_1=20 Ω, R_2=24 Ω și R_3=12 Ω. Să se afle:



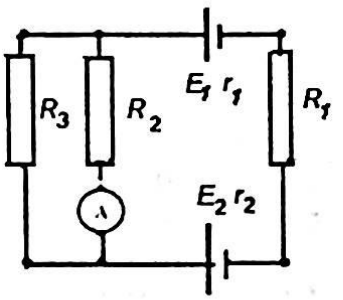
a. parametrii generatorului echivalent

b. rezistența echivalentă a circuitului exterior

c. tensiunea electrică între punctele M și N

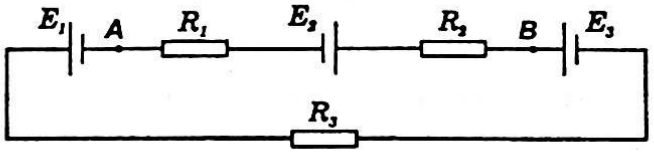
d. raportul intensităților prin rezistențele R_2 și R_3

66. Se consideră circuitul din figură în care se cunosc tensiunea electromotoare a sursei 1 E_1=4,5 V, rezistențele interne ale celor două surse r_1=r_2=1 Ω, rezistențele celor trei rezistori R_1=2 Ω, R_2=2,5 Ω, R_3=1,5 Ω. Ampermetrul montat în circuit este real având rezistența internă R_A=0,5 Ω. Scala ampermetrului are 100 de diviziuni, iar indicația maximă a scalei este de 1 A. Acul ampermetrului s-a oprit în dreptul diviziunii 20. Să se afle:



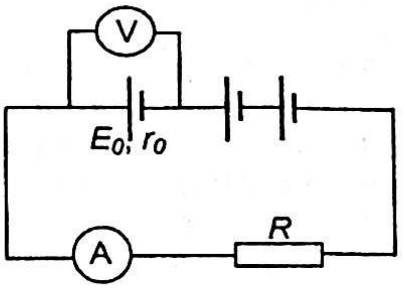
a. intensitatea curentului prin rezistorul R_1
b. rezistența echivalentă a circuitului exterior
c. tensiunea electromotoare E_2 a sursei 2. Discuție.
d. indicația unui voltmetru ideal ($R_V \to \infty$) conectat la bornele sursei 1

67. Circuitul electric din figura alăturată, conține trei surse de tensiune legate în serie cu parametrii E_1=6 V, E_2=15 V și E_3=4 V. În circuit sunt introduse rezistențele R_1=3 Ω, R_2=5 Ω și R_3=2 Ω. Să se afle:



a. intensitatea curentului prin circuit
b. tensiunea electrică între punctele A și B
c. tensiunea electrică pe rezistența R_3
d. intensitatea curentului prin rezistența R_3 dacă punctele A și B se leagă cu ajutorul unui fir metalic ideal

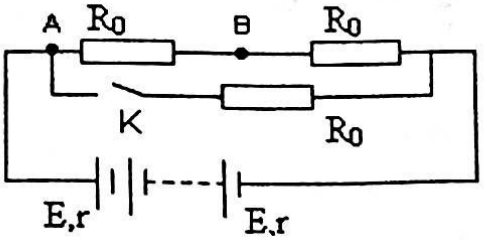
68. O baterie formată din trei surse identice legate în serie alimentează un consumator, ca în figura alăturată. Tensiunea electromotoare a unei surse este E_0=12 V, iar rezistența sa internă este r_0=0,5 Ω. Un voltmetru ideal, conectat la bornele unei surse, indică tensiunea U_0=10 V. Rezistența internă a ampermetrului este r_A=2,5 Ω. Să se afle:



a. intensitatea curentului indicată de ampermetru
b. rezistența consumatorului
c. tensiunea la bornele consumatorului dacă una din surse este montată, din greșeală, cu polaritate inversă
d. intensitatea unui ampermetrul ideal care se montează în locul voltmetrului din circuit

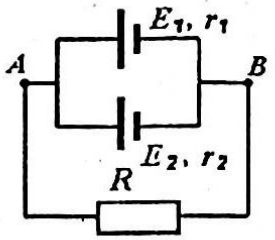
69. O baterie electrică este formată din n=6 elemente identice grupate în serie. Dacă se scurtcircuitează bornele bateriei, intensitatea curentului debitat de aceasta este I_{sc}=21 A. Conectând la bornele bateriei un fir metalic de lungime ℓ=16 m, secțiune S=1 mm² și rezistență electrică R=6,4 Ω, bateria debitează un curent electric de intensitate I=1,8 A. Să se afle:
a. tensiunea la bornele bateriei, când la bornele ei este conectat firul metalic de rezistență R
b. rezistivitatea metalului din care este alcătuit firul
c. rezistența interioară a unui singur element al bateriei
d. tensiunea electromotoare a bateriei

70. Un număr N=10 generatoare identice cu tensiunea electromotoare E=2,4 V și r=0,4 Ω se leagă în serie la bornele unui circuit, ca în figură. Rezistorul care are rezistența electrică R_0=6 Ω este confecționat dintr-un fir metalic cu lungimea ℓ=50 cm și aria secțiunii transversale S=0,1 mm². Să se



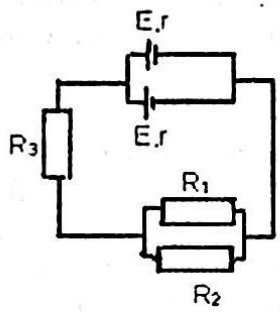
afle:
a. rezistivitatea electrică a materialului din care este confecționat rezistorul
b. rezistența echivalentă a grupării de rezistoare când comutatorul K este închis
c. intensitatea curentului electric prin circuit când comutatorul K este deschis
d. tensiunea electrică între punctele A și B când comutatorul K este închis

71. Se leagă în paralel două surse cu tensiunile E_1=20 V și E_2=40 V și cu rezistențele interne r_1=3 Ω și r_2=2 Ω ca în figura alăturată. Să se afle:
a. parametri sursei echivalente
b. intensitatea curentului printr-un rezistor R=8,8 Ω, dacă acesta se leagă la bornele celor două surse
c. tensiunea indicată de un voltmetru ideal legat la bornele suselor în condițiile punctului **b.**
d. intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente

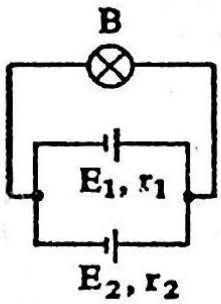


72. În circuitul din figura anterioară se cunosc E_1=8 V, E_2=48 V, r_1=3 Ω, r_2=2 Ω și R=2 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R
b. tensiunea electrică la bornele surselor la funcționarea în gol
c. intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente
d. intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R, dacă susele se leagă în serie

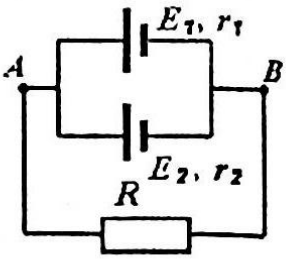
73. În figura alăturată se cunosc E=3 V, r=1 Ω, R_1=R_2=3 Ω și R_3=1 Ω. Să se afle:
a. rezistența echivalentă a circuitului exterior
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
c. tensiunea la capetele rezistorului R_1
d. tensiunea indicată de un voltmetru ideal legat în serie cu una dintre surse



74. La bornele becului din circuitul din figura alăturată sunt conectate două baterii. Bateriile au tensiunile electromotoare E_1=6 V, E_2=4,5 V și rezistențele interne r_1=1,5 Ω, r_2=0,75 Ω. Tensiunea asigurată de cele două baterii la bornele becului are valoarea U=4,5 V. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric care trece prin bec
b. rezistența electrică a becului
c. cu cât crește tensiunea la bornele becului față de situația inițială, dacă cele două baterii se grupează în serie (în fază) și se conectează la bornele becului?

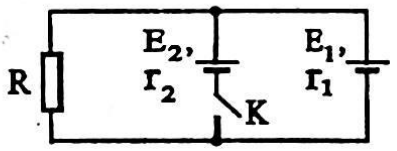


75. Două surse cu tensiunile E_1=30 V și E_2=10 V legate ca în figura alăturată și cu rezistențele interne r_1=3 Ω și r_2=1 Ω alimentează un rezistor cu rezistența R=3 Ω. Să se afle:
a. intensitățile curenților prin fiecare latură a circuitului
b. tensiunea electrică U_{AB}
c. valoarea tensiunii electromotoare a sursei E'_1, astfel încât intensitatea curentului prin sursa a doua să se anuleze, dacă r_1=3 Ω
d. valoarea tensiunii electromotoare a sursei E'_2, astfel ca I_1=I_2, dacă r_2=1 Ω



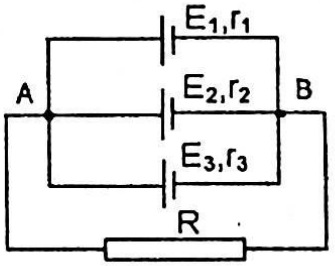
76. Se leagă în paralel două surse cu tensiunile electromotoare E_1=30 V şi E_2=5 V şi cu rezistenţele interne r_1=3 Ω şi r_2=1 Ω în opoziţie de fază. La bornele lor se leagă o grupare paralel de două rezistenţe R_1=4R_2=5 Ω. Să se afle:
a. parametrii sursei echivalente
b. tensiunea la bornele gupării de rezistoare
c. raportul intensităţilor prin cele două surse
d. valoarea intensităţii curentului electric prin circuitul principal, dacă sursele se leagă în faza

77. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Se cunosc parametrii celor două surse: E_1=12 V, r_1=3 Ω şi respectiv E_2=36 V, r_2=6 Ω. Rezistorul legat la bornele grupării celor două surse are rezistenţa electrică R=13 Ω. Să se afle:



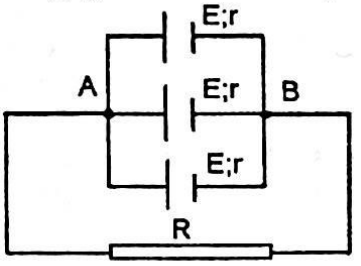
a. intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă întrerupătorul K este deschis
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă întrerupătorul K este închis
c. intensitătea curentului indicat de ampermetru, dacă se înlocuieşte rezistorul R cu un ampermetru ideal, iar comutatorul K rămâne închis
d. indicaţia voltmetrului ideal, dacă se înlocuieşte ampermetrul cu voltmetrul, iar comutatorul K rămâne închis

78. Trei surse legate în paralel ca în figura alăturată alimentează un rezistor cu rezistenţa R=2 Ω. Se cunosc E_1=12 V, E_2=6 V, E_3=8 V, r_1=2 Ω, r_2=1 Ω, r_3=1 Ω. Să se afle:



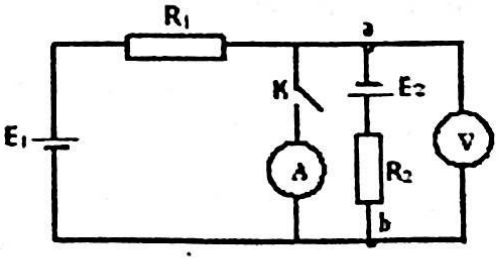
a. intensitatea curentului electric prin rezistorul R
b. intensitatea indicată de un ampermetru ideal conectat în serie cu sursa a doua
c. tensiunea la bornele surselor
d. parametrii sursei echivalente a celor trei surse legate în paralel

79. Circuitul electric reprezentat în figura alăturată conţine trei surse electrice identice cu t.e.m. E=24 V şi rezistenţă internă r=3 Ω care alimentează un rezistor având rezistenţa electrică R =9 Ω. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă se neglijează rezistenţa conductoarelor de legătură
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă se consideră că rezistenţa fiecărui conductor de legătură care uneşte punctele A şi B cu bornele rezistorului este R_{fir} =1 Ω



c. intensitatea curentului electric printr-o sursă în situaţia descrisă la punctul **b**
d. raportul dintre căderea de tensiune electrică pe rezistorul R şi căderea de tensiune pe firele de legătură în situaţia descrisă la punctul **b**

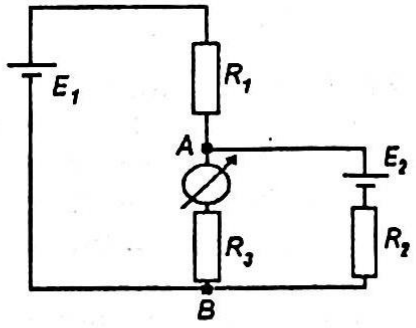
80. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=25 V, E_2=15 V, R_1=100 Ω şi R_2=75 Ω. Rezistenţele interne ale surselor sunt neglijabile şi aparatele de măsură sunt ideale. Să se afle:



a. tensiunea electrică indicată de voltmetru când întrerupătorul K este deschis
b. intensitatea curentului electric indicat de ampermetru, dacă întrerupătorul K

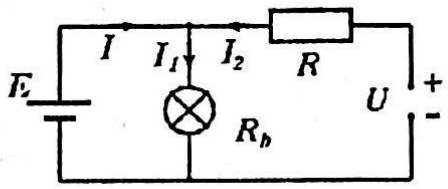
este închis
c. tensiunea indicată de voltmetru, dacă întrerupătorul K este închis
d. valoarea rezistenței R_2 pentru care voltmetrul indică o tensiune nulă, când întrerupătorul este deschis

81. Două surse fără rezistențe interne sunt conectate ca în figura alăturată. Se cunosc E_1=45 V, R_1=25 Ω și R_2=15 Ω. Valoarea indicată de ampermetrul ideal conectat între punctele A și B. este zero. Să se afle:



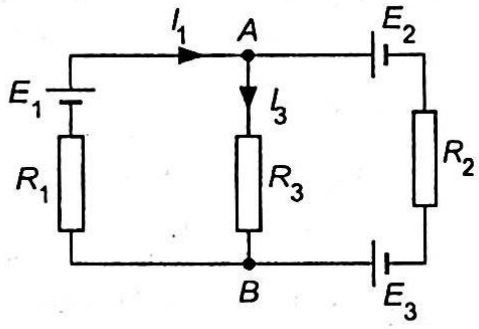
a. potențialul punctului A, dacă punctul B se leagă la Pământ
b. valoarea tensiunii electromotoare E_2
c. indicația ampermetrului, dacă E_2=10 V și R_3=10Ω
d. potențialul punctului A, dacă punctul B se leagă la Pământ în condițiile de la punctul **c.**

82. Se consideră montajul electric din figura alăturată în care tensiunea electrică U este variabilă. Rezistența electrică montată în circuit are valoarea R=6 Ω, iar bateria este ideală și are tensiunea electromotoare E constantă și rezistența internă nulă. Pentru o valoare a tensiunii U egală cu U_1=2 V, intensitatea curentului electric prin rezistența R este egală cu zero, iar intensitatea curentului prin bec este I_1=0,55 A. Să se afle:



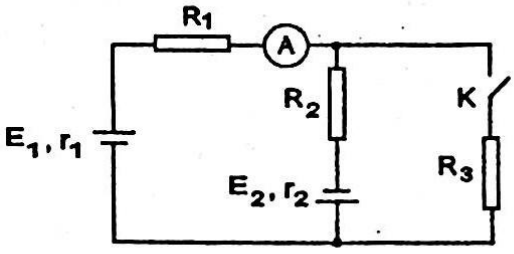
a. tensiunea electromotoare E a bateriei
b. rezistența electrică a becului
c. tensiunea U_2 pentru care intensitatea curentului prin baterie este nulă

83. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric pentru care se cunosc: E_1=5V, E_2=4 V, R_1=10 Ω, R_2=10 Ω, R_3=20 Ω, I_3=0,12 A. Rezistențele interne ale surselor sunt neglijabile. Să se afle:



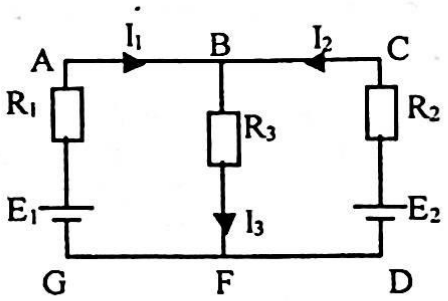
a. tensiunea electrică dintre nodurile A si B
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul de rezistență R_2
c. tensiunea electromotoare E_3
d. intensitatea curentului electric printr-un fir de rezistență neglijabilă care se conectează în locul rezistorului de rezistență R_3

84. Se realizează montajul a cărui schemă este redată în figura alăturată. Se cunosc: E_1=4,5 V și E_2=6 V, r_1=r_2=1 Ω, R_1=14 Ω si R_2=49 Ω. Întrerupătorul K este închis. În aceste condiții intensitatea curentului indicat de ampermetrul ideal este I_1=0,2 A. Să se afle:



a. tensiunea la bornele generatorului având t.e.m. E_1
b. tensiunea la bornele rezistorului R_2
c. rezistența electrică a rezistorului R_3
d. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistența electrică a ampermetrului, pentru ca intensitatea curentului măsurat de ampermetru, în aceste condiții, să fie egală cu I_A=0,15 A dacă se deschide întrerupătorul K

85. Fie reţeaua din figura alăturată în care se cunosc E_1=48 V, E_2=8 V, R_1=R_3=2 Ω, R_2=3 Ω. Să se afle:



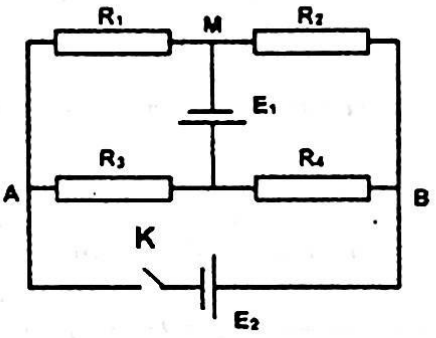
a. intensitatea curentului prin rezistenţa R_1

b. intensităţile curenţilor I_2 şi I_3 şi să se interpreteze rezultatul

c. tensiunea electrică între punctele F şi B

d. valoarea tensiunii E_2' astfel ca prin R_3 să nu circule curent

86. Fie circuitul din figura alăturată în care se cunosc R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=6 Ω, R_4=1 Ω şi E_1=15 V. Se consideră neglijabile rezistenţele interne ale celor două surse. Să se afle:

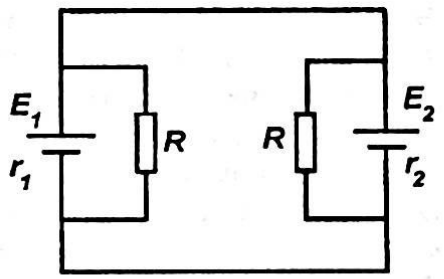


a. valoarea tensiunii indicate de un voltmetru ideal, dacă acesta se conectează între punctele A şi M când întrerupătorul K este pe poziţia deschis

b. valoarea tensiunii E_2, dacă la închiderea întrerupătorului prin această sursă nu trece curent electric

c. raportul intensităţilor care circulă prin R_3 şi prin R_4 în condiţiile punctului anterior

87. Fie montajul din figura alăturată în care se cunosc E_1=16 V, r_1=2 Ω, E_2=14 V. Să se afle:



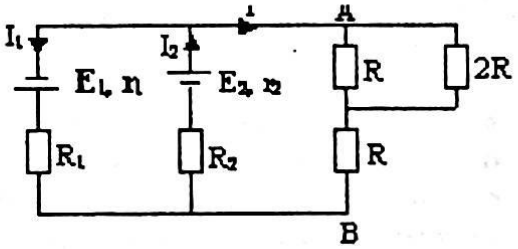
a. valoarea rezistenţei R, dacă prin bateria E_2 nu circulă curent electric

b. valorile intensităţii curentului prin cele două rezistenţe R

c. valoarea rezistenţei interne a sursei E_2, dacă cele două surse au aceeaşi valoare a intensităţii de scurtcircuit

d. intensitatea curentului prin rezistenţa R=14 Ω rămasă, dacă una din rezistenţele R se scoate din circuit iar sursele au rezistenţe interne de la **c.**

88. Fie circuitul electric din figura alăturată. Se cunoasc E_1=10 V, r_1=1 Ω, R_1=9 Ω, E_2=30 V, r_2=0,5 Ω, R_2=4,5 Ω şi R=3 Ω. Să se calculeze:



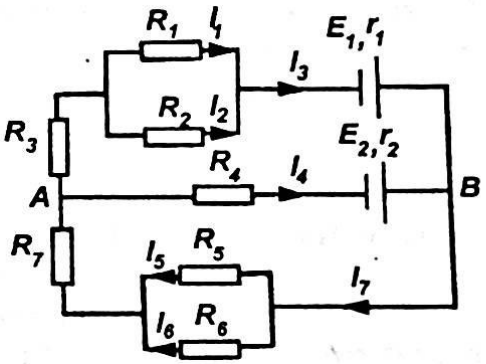
a. rezistenţa echivalentă între punctele A şi B

b. intensitatea curentului electric indicată de un ampermetru ideal conectat în serie cu rezistenţa R legată în paralel cu rezistenţa $2R$

c. valorile intensităţilor din laturile ce conţin sursele de tensiune

d. intensitatea de scurtcircuit a primei surse

89. Fie circuitul electric din figura alăturată în care se cunosc E_1=27 V, E_2=30 V, r_1=30 mΩ, r_2=50 mΩ, R_1=R_2=R_5=8 Ω, R_3=1,97 Ω, R_4=2,95Ω, R_6=12 Ω şi R_7=1,2 Ω. Să se afle:



a. rezistenţa echivalentă a laturii fără sursă de tensiune

b. intensităţile curenţilor din toate laturile circuitului

c. tensiunea electrică între punctele A şi B

90. Un număr n de baterii identice (E,r) legate în paralel alimentează un rezistor R. Inversarea polarităţii a două din baterii produce micşorarea intensităţii curentului prin rezistor de $k=2$ ori. Să se afle:
a. numărul n al bateriilor
b. relaţia dintre rezistenţa R şi rezistenţa internă r a unei baterii dacă intensitatea curentului prin rezistenţa R are aceeaşi valoare indiferent dacă cele n surse se leagă în serie sau în paralel
c. raportul dintre intensitatea prin rezistenţa R când cele n surse debitează acelaşi curent prin R indiferent dacă sunt legate în serie sau paralel şi intensitatea prin rezistenţa R când se leagă o singură sursă la capetele ei

91. Se consideră cinci surse de tensiune legate în paralel cu parametrii (E,r), $(2E,2r)$, $(3E,3r)$, $(4E,4r)$ şi $(5E,5r)$. Să se afle:
a. parametrii sursei echivalente
b. de câte ori este mai mare intensitatea curentului printr-un rezistor cu rezistenţa $R=2r$ când la capetele rezistorului se leagă sursa echivalentă faţă de situaţia în care se leagă numai prima sursă?
c. raportul dintre intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente şi intensitatea de scurtcircuit a unei surse

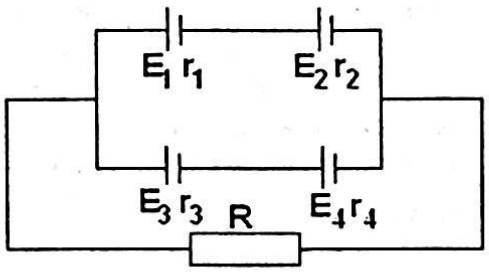
92. Se consideră $N=24$ surse identice având fiecare tensiunea electromotoare $E=2$ V şi rezistenţa internă $r=0,3$ Ω. Se leagă un număr de n surse în serie, formându-se un număr m de grupări care se leagă în paralel. La capetele grupării mixte se leagă o rezistenţă $R=0,2$ Ω. Să se afle:
a. parametrii sursei echivalente dacă $m=4$
b. intensitatea curentului prin rezistenţa R în condiţiile de la punctul **a.**
c. valoarea maximă a intensităţii curentului prin rezistenţa R
d. n şi m astfel ca intensitatea curentului prin rezistenţa R să fie maximă

93. Un număr de 10 generatoare electrice identice cu tensiunea electromotoare $E=10$ V şi rezistenţa electrică internă $r=2$ Ω se conectează în două moduri la bornele unui rezistor cu rezistenţa electrică $R=20$ Ω. În primul caz se leagă câte 5 generatoare în serie şi se formează 2 ramuri identice care se dispun în paralel, iar în al doilea caz se leagă câte 2 generatoare în serie şi se formează 5 ramuri identice dispuse în paralel. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric prin rezistor în cele două situaţii
b. căderea interioară de tensiune pe un generator electric în primul caz
c. sarcina electrică ce trece prin rezistor în timpul $\Delta t=10$ s, dacă este acesta este parcurs de un curent electric cu intensitatea I_1
d. rezistenţa electrică a rezistorului la temperatura $t=100^0$C dacă valoarea $R=20$ Ω corespunde temperaturii $t_0=0^0$C, iar coeficientul termic al rezistivităţii este $\alpha=4\cdot10^{-3}$ grad^{-1}

94. O baterie electrică este formată din 2 surse identice de curent continuu, legate în paralel, realizate fiecare din câte 4 elemente identice legate în serie. Fiecare element are tensiunea electromotoare E şi rezistenţe $r=1$ Ω. Circuitul exterior bateriei este format din trei grupe de consumatori: trei reşouri legate în paralel, unul cu rezistenţa $R_1=6$ Ω, iar celelalte două cu rezistenţele egale $R_2=R_3=3$ Ω, un reostat cu rezistenţa $R_4=1,2$ Ω, două becuri legate în paralel, unul având rezistenţa $R_5=8$ Ω, iar celălalt $R_6=2$ Ω. Cele trei grupe de consumatori sunt legate în serie. Intensitatea curentului prin reostat este $I_4=4$ A. Să se afle:

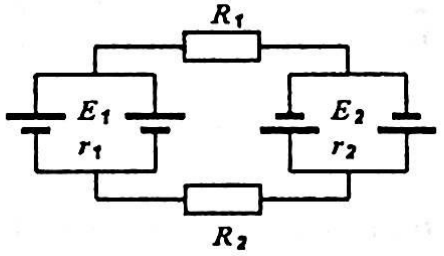
a. intensitățile curenților prin fiecare bec
b. tensiunea electrică aplicată grupării celor trei reşouri
c. tensiunea la bornele bateriei
d. tensiunea electromotoare a unei surse

95. În circuitul electric reprezentat în schema din figura alăturată se cunosc: E_1=3 V, E_2=2 V, E_3=1 V, E_4=5 V, r_1=1 Ω, r_2=3 Ω, r_3=2 Ω, r_4=2 Ω şi R=3,5 Ω. Să se afle:



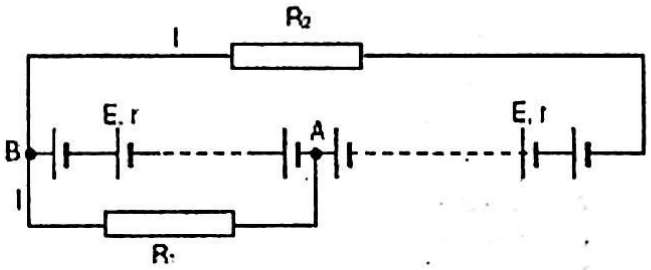
a. tensiunea electromotoare echivalentă a grupării de surse
b. intensitatea curentului electric ce parcurge sursa E_1, r_1
c. tensiunea electrică la bornele rezistorului R
d. valoarea t.e.m E_0 a unei surse, cu rezistența internă r_0=1 Ω , care legată în serie cu gruparea celor patru surse nu va produce modificarea valorii intensității curentului prin rezistor

96. Se consideră montajul din figura alăturată în care se cunosc E_1=12V, E_2=28 V, r_1=0,8 Ω, r_2=1,2 Ω, R_1=14 Ω şi R_2=5 Ω. Se înlocuieşte montajul cu un circuit electric simplu. Să se afle:



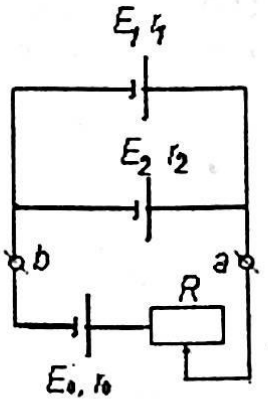
a. parametrii sursei echivalente din circuitul electric simplu
b. rezistența exterioară a circuitului electric simplu
c. tensiunea electrică la bornele rezistorului R_2
d. intensitatea prin firele ideale legate în paralel cu rezistoarele R_1 şi R_2

97. O sursă cu parametrii E şi r debitează pe un rezistor cu rezistența R=3,7 Ω un current cu intensitatea I_0=0,5 A. Dacă se leagă bornele sursei printr-un fir conductor cu ideal, intensitatea curentului măsurat este I_1=19 A. Se conectează n astfel de elemente în serie. La bateria astfel formată se conectează două rezistoare cu rezistențele R_1=3 Ω şi R_2=8,1 Ω ca în figură, astfel încât să fie parcurse de curenți electric cu intensitatea I=2 A fiecare. Să se afle:



a. rezistența internă a unui element
b. tensiunea electromotoare a unui element
c. numărul de elemente n
d. tensiunea între punctele A şi B

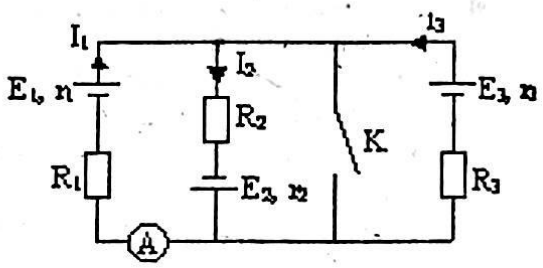
98. Pentru reîncărcarea unui acumulator cu tensiunea E_0=12 V şi rezistența r_0=2 Ω se utilizează o baterie formată din două generatoare cu tensiunile electromotoare E_1=24 V, E_2=32 V şi rezistențele interne r_1=r_2=4 Ω, precum şi un reostat cu cursor ca în figura alăturată. Să se afle:



a. parametrii generatorului echivalent
b.valorile intensității curenților electrici care se stabilesc prin generatoare, dacă între bornele a şi b se conectează un conductor cu rezistență neglijabilă
c. intensitatea curentului prin firul metalic în condițiile punctului **b.** şi în lipsa ramurii cu acumulator

d. valoarea rezistenței R a reostatului, astfel încât intensitatea curentului de încărcare a acumulatorului să fie I=1 A

99. Fie circuitul electric din figura alăturată în care se cunosc E_1=10 V, r_1=1 Ω, R_1=4 Ω, E_2=30 V, r_2=2 Ω, R_2=3 Ω, E_3=40 V, r_3=3 Ω, R_3=7Ω. Ampermetrul este ideal iar comutatorul K este deschis. Să se afle:



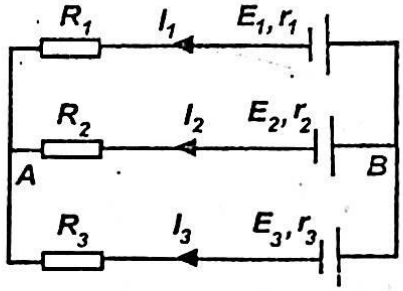
a. intensitatea curentului indicat de ampermetru

b. valoarea tensiunii E'_2 dacă r_2=2 Ω, astfel ca prin ramura 2 să nu circule curent electric şi interpretaţi rezultatul obţinut

c. indicaţia ampermetrului, dacă comutatorul K se închide

d. intensitatea curentului prin comutatorul K dacă acesta se închide

100. Fie circuitul din figura alăturată în care se cunosc E_1=10 V, E_2=5 V, E_3=6 V, r_1=1 Ω şi r_2=2 Ω, r_3=1 Ω, R_1=5 Ω, R_2=R_3=3 Ω. Să se afle:

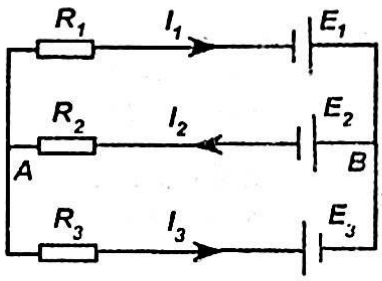


a. intensităţile curenţilor de pe fiecare latură

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. tensiunile la bornele surselor E_1 şi E_2 şi să se interpreteze rezultatul

101. Fie circuitul din figura alăturată în care se cunosc E_1=8 V, E_2=2 V, E_3=4 V, R_1=R_3=4 Ω şi R_2=8 Ω şi se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:

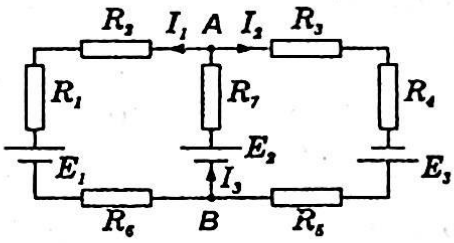


a. intensităţile curenţilor de pe fiecare latură

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. diferenţa de potenţial între polul negativ al sursei E_1 şi polul negativ al sursei E_2

102. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=10 V, E_2=20 V, E_3=30 V, R_1=1 Ω R_2=2 Ω, R_3=3 Ω, R_4=4 Ω, R_5=5 Ω, R_6=6 Ω şi R_7=7 Ω. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:

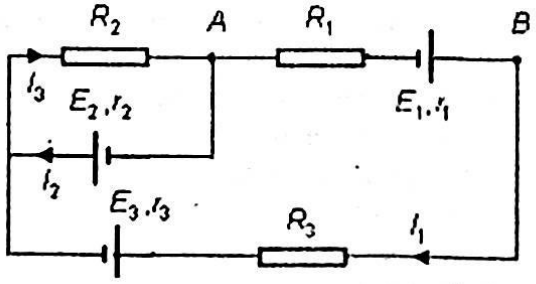


a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. raportul tensiunilor pe rezistenţele R_2 şi R_4

103. Pentru circuitul electric din figura alăturată se cunosc tensiunile electromotoare ale surselor E_1=6 V, E_2=4 V, E_3=2 V şi rezistenţele interne r_1=r_2=r_3=1 Ω precum şi rezistenţele rezistorilor din circuit R_1=R_2=R_3=2Ω. Să se afle:



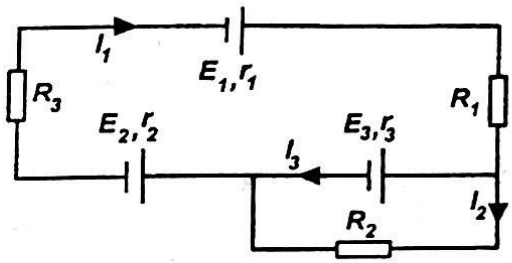
a. intensităţile curenţilor prin laturile circuitului

b. tensiunea electrică între punctele A şi B

c. tensiunea electrică la bornele sursei E_2

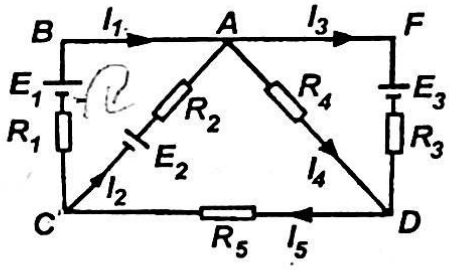
d. intensitatea curentului dacă sursa E_2 se scoate din circuit

104. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=10 V, E_2=6 V, E_3=18 V şi rezistenţele lor interne r_1=0,4 Ω, r_2=0,6 Ω, r_3=1 Ω. Valorile rezistenţelor din circuit sunt R_1=6 Ω, R_2=5 Ω, R_3=3 Ω. Să se afle:



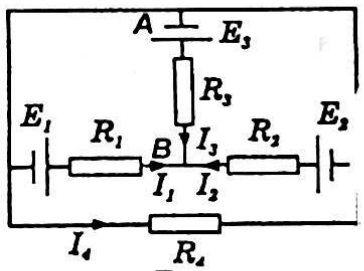
a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului
b. tensiunea electrică pe rezistenţa R_2
c. tensiunea electrică la bornele sursei E_1
d. valoarea E_3 pentru care prin ea nu circulă curent electric

105. Fie montajul din figura alăturată în care se cunosc E_1=205 V, E_2=136 V, E_3=10 V şi cu rezistenţele lor interne neglijabile. Valorile rezistenţelor din circuit sunt R_1=5 Ω, R_2=2 Ω, R_3=2 Ω, R_4=1 Ω, R_5=4 Ω. Să se afle:



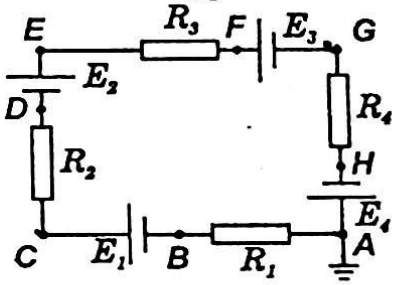
a. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului
b. tensiunea electrică pe rezistenţa R_2
c. tensiunea electrică U_{AC}

106. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=1 V, E_2=2 V, E_3=3 V, R_1=1 Ω R_2=2 Ω, R_3=3 Ω, R_4=4 Ω. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:



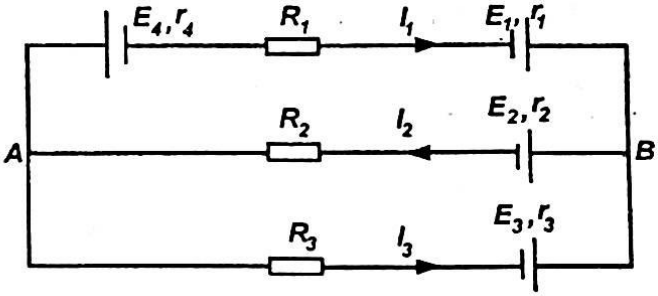
a. tensiunea electrică pe rezistorul R_4
b. intensităţile curenţilor electrici din laturile circuitului
c. tensiunea electrică între punctele A şi B

107. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=6 V, E_2=4 V, E_3=2 V, E_4=8 V, R_1=2 Ω R_2=1 Ω, R_3=1 Ω, R_4=4 Ω. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor, iar punctul A se leagă la Pământ. Să se afle:



a. intensitatea curentului electric în circuit
b. potenţialele punctelor A, B, C, D, E, F, G, H
c. cum se modifică tensiunea electrică între punctele B şi G, dacă punctul A nu mai este legat la Pământ?
d. potenţialele punctelor din circuit dacă punctul B şi nu punctul A se leagă la Pământ

108. În circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=55 V, E_2=10 V, E_3=30 V, E_4=15 V, r_1=0,3 Ω, r_2=0,4 Ω, r_3=0,1 Ω şi r_4=0,2 Ω. Rezistenţele au valorile R_1=9,5 Ω, R_2=19,6 Ω şi R_3=4,9 Ω. Să se afle:



a. intensităţile curenţilor prin laturile cicuitului
b. tensiunea între punctele A şi B
c. raportul tensiunilor la bornele surselor E_1 şi E_4

2.4. Energia şi puterea electrică

1. O sursă cu tensiunea electromotoare E=120 V şi rezistenţa internă r=10 Ω debitează în circuitul exterior curentul cu intensitatea I=2 A. Să se afle:
a. rezistenţa circuitului exterior
b. bilanţul puterilor pentru acest circuit simplu
c. rezistenţa circuitului exterior, astfel ca puterea debitată pe acesta să fie maximă
d. valoarea maximă a puterii de la punctul **c.**

2. Pe carcasa unui încălzitor electric sunt inscripţionate valorile nominale U=200 V şi P=1000 W. Până la atingerea valorilor nominale, intensitatea curentului electric de alimentare a încălzitorului variază după legea $i=2+t$ (A), unde t este timpul exprimat în secunde. Să se afle:
a. rezistenţa încălzitorului în condiţii de funcţionare nominale
b. temperatura încălzitorului electric, dacă la temperatura de 0°C rezistenţa electrică a acestuia este R_0=15 Ω, iar coeficientul termic al rezistivităţii este $\alpha=2\cdot10^{-3}$ grd^{-1}
c. timpul după care ajunge intensitatea curentului la valoarea la care încălzitorul funcţionează normal
d. sarcina electrică transportată prin circuit în timpul t de la punctul **c.**

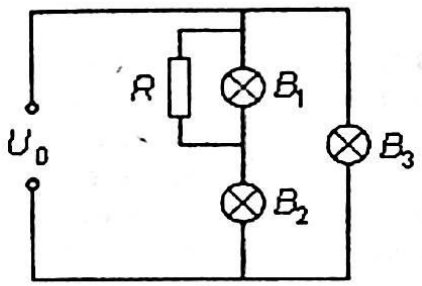
3. Un bec electric are înscrise pe soclul lui valorile U_b=120 V şi P=100 W. Să se afle:
a. rezistenţa becului în condiţii de funcţionare normală
b. energia consumată de bec în regim de funcţionare normală în timpul t=5 h
c. valoarea rezistenţei a unui rezistor care trebuie legat în serie cu becul, pentru ca acesta să funcţioneze în condiţii normale, dacă se alimentează ansamblul la tensiunea U=220 V

4. Pe un bec sunt însrise valorile parametrilor nominali U_n=220 V şi P_n=100 W. La t_0=0°C rezistenţa electrică a filamentului becului este R_0=397 Ω, iar în timpul funcţionării normale temperatura acestuia este t=2200°C. Să se afle:
a. rezistenţa R a becului în condiţii de funcţionare normală
b. coeficientul termic al rezistivităţii
c. energia totală consumată de trei becuri identice în timpul τ=5 min, dacă acestea au rezistenţa R constantă, astfel că două becuri sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu cel de-al treilea, alimentarea grupării realizându-se la sursa de tensiune U=220 V

5. Două becuri care funcţionează normal la tensiunea U=220 V consumă puterile P_1=110 W şi P_2=220 W. Să se afle:
a. rezistenţa becului al doilea
b. intensitatea curentului electric prin primul bec în condiţii normale de funcţionare
c. rezistenţa unui rezistor care trebuie legat în paralel cu unul din cele două becuri, astfel ca becurile să funcţioneze normal la o tensiune de alimentare U'=440 V şi să se precizeze care este becul cu care legăm rezistorul în paralel

6. Două becuri B_1 şi B_2 au fost construite pentru a funcţiona normal la o tensiune U_1=100 V, iar un al treilea bec B_3 pentru a funcţiona normal la o tensiune U_3=200 V. Puterile becurilor la tensiunile la care funcţionează normal sunt respectiv P_1=60 W, P_2=100 W şi P_3=200 W. Dacă se utilizează un rezistor

auxiliar de rezistenţă R, conectat aşa cum se vede în figura alăturată, se asigură funcţionarea normală a celor trei becuri la reţeaua cu tensiunea $U_0=U_3=200$ V. Neglijând rezistenţele firelor de legătură, să se afle:



a. rezistenţa electrică a becului B_3
b. intensităţile curenţilor care străbat becurile B_1 şi B_2
c. puterea consumată de rezistorul R
d. intensitatea curentului luat de la reţea de montajul astfel realizat

7. O instalaţie pentru pomul de iarnă este alcătuită din $n=3$ ghirlande de beculeţe legate în paralel, fiecare conţinând câte $k=20$ de beculeţe legate în serie. Beculeţele sunt identice şi au parametrii nominali $U_0=3,5$ V, respectiv $I_0=200$ mA. Pentru funcţionarea normală de la reţea cu $U=220$ V se foloseşte un consumator adiţional legat în mod convenabil cu instalaţia. Să se afle:
a. rezistenţa consumatorului folosit
b. energia consumată de instalaţia de iluminare în $t=1$ h de funcţionare
c. cât la sută din puterea absorbită de montaj reprezintă puterea absorbită de ghirlandă?
d. intensitatea curentului care ar circula printr-o ghirlandă rămasă dacă se arde accidental un beculeţ dintr-o ghirlandă

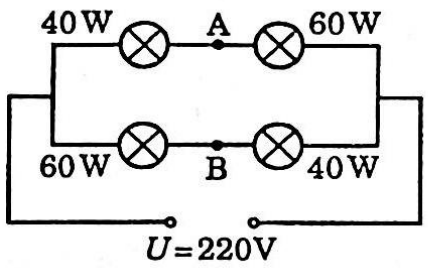
8. Două rezistoare au rezistenţele electrice $R_1=3\ \Omega$ şi respectiv $R_2=6\ \Omega$. Puterile electrice maxime admise pentru cele două rezistoare sunt $P_{m1}=27$ W şi respectiv $P_{m2}=96$ W. Considerând că valorile rezistenţelor electrice nu depind de temperatură, să se afle:
a. intensităţile maxime admise ale curenţilor care trec prin cele două rezistoare
b. tensiunea maximă care se poate aplica grupării serie a celor două rezistoare
c. tensiunea maximă care se poate aplica grupării paralel a celor două rezistoare
d. raportul puterilor totale în cazurile **b.** şi **c.**

9. Un calorifer electric se conectează la o priză cu tensiunea $U=220$ V. Caloriferul are puterea $P=4840$ W, iar priza utilizată pentru alimentarea caloriferului este protejată cu o siguranţă fuzibilă care suportă o intensitate $I_{max}=75$ A. Considerând că în cursul utilizării caloriferului, rezistenţa electrică a acestuia nu se modifică cu temperatura, să se afle:
a. energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcţionare
b. puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranţa fuzibilă
c. numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această priză

10. Pentru a realiza un circuit electric, un elev are la dispoziţie un bec şi patru baterii identice. Pe soclul unui bec sunt inscripţionate valorile nominale $U=12$ V şi $P=36$ W. Fiecare baterie are tensiunea electromotoare $E=4,5$ V şi rezistenţa internă $r=1/6\ \Omega$. Să se afle:
a. valoarea intensităţii curentului electric prin bec în cazul funcţionării la parametrii nominali
b. numărul minim de baterii pe care trebuie să le folosească elevul şi modul de legare al acestora, pentru ca becul să funcţioneze la parametrii nominali
c. valoarea unei rezistenţe electrice R care trebuie legată în serie cu becul pentru ca tensiunea la bornele becului să devină $U_1=U/2$ în condiţiile punctului **b.**

11. Fie trei consumatoare cu puterile P_1=40 W, P_2=60 W, P_3=100 W şi care suportă aceeaşi tensiune U=110 V. Să se afle:
a. prin care consumator trece curentul cu intensitatea cea mai mare în timpul funcţionării sale normale?
b. lungimea firului metalic din care este confecţionat cel de-al doilea consumator, dacă firul are la temperatura de funcţionare secţiunea S=0,3mm^2 şi rezistivitatea $\rho=36{,}3\cdot10^{-7}$ Ωm
c. modul în care trebuie grupate cei trei consumatoare, astfel încât ele să funcţioneze normal când la bornele grupării este aplicată tensiunea U'=220V şi să se justifice răspunsul.

12. La o sursă de tensiune U=220 V se conectează patru becuri, ca în figura alăturată, cu puterile înscise pe soclurile lor. Să se afle:
a. intensităţile curenţilor prin cele două ramuri
b. rezistenţele becurilor
c. tensiunea indicată de un voltmetru ideal conectat între punctelele A şi B
d. energia absorbită de becuri în t=4 min



13. Fie un montaj electric format din patru becuri două câte două identice. Becurile se leagă astfel: câte două becuri diferite se leagă în serie şi se obţin două ramuri care apoi se leagă în paralel. Pe soclurile becurilor din figură se pot citi valorile (300W, 150V) şi (100W, xV). La capetele montajului se aplică o sursă de tensiune. Să se afle:
a. schema electrică a circuitului realizat
b. temperatura filamentului primului bec la funcţionarea la parametrii nominali dacă rezistenţa electrică la 0°C este R_{01}=25 Ω şi coeficientul termic al filamentului $\alpha=10^{-3}$ grad^{-1}
c. valoarea x dacă becul al doilea funcţionează la parametrii nominali
d. rezistenţa electrică care trebuie legată în serie cu sursa de tensiune pentru a asigura o funcţionare normală a becurilor dacă E=400 V şi r=5 Ω

14. Două consumatoare funcţionează la parametrii nominali U_{n1}=100 V, P_1=500 W, U_{n2}=50 V şi P_2=100 W. Se alimentează ansamblul celor două consumatoare legate în serie la o tensiune U=250 V. Să se afle:
a. modul de legare a unor rezistenţe pentru ca ambele consumatoare să fucţioneze la parametrii nominali
b. valorile rezistenţelor de la punctul precedent
c. puterea totală consumată de rezistenţele introduse
d. energia totală absorbită de consumatoare şi de rezistenţele introduse în timpul t=2 min

15. O baterie este alcătuită din 5 elemente galvanice legate în serie fiecare având t.e.m e=10 V şi rezistenţa internă r=0,2 Ω. La bornele acesteia se conectează un rezistor, care este străbătut în timp de Δt=10 min de o sarcină electrică totală q=3 kC. Firul din care a fost confecţionat rezistorul are lungimea ℓ=18 m şi este confecţionat din alamă (ρ=80 nΩm). Să se afle:
a. intensitatea curentului prin circuit
b. aria secţiunii firului din care este confecţionat rezistorul
c. căldura degajată în rezistenţă într-o oră de funcţionare
d. randamentul circuitului electric

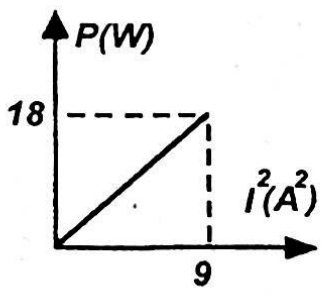
16. Două becuri cu puterile nominale P_1=100 W şi, respectiv P_2=60 W, legate în serie, sunt conectate la bornele unei surse cu t.e.m. $\mathcal{E}$=100 V. Puterea electrică furnizată de sursă are valoarea P=200 W. Ambele becuri funcţionează la parametrii nominali. Să se afle:
a. rezistenţa internă a sursei
b. tensiunea la bornele sursei
c. valorile rezistenţelor electrice ale filamentelor celor două becuri
d. randamentul circuitului

17. Un radiator electric este format din două rezistoare, cu rezistenţele R_1 şi respectiv R_2, legate în paralel şi alimentate de la o sursă de curent continuu sub tensiunea U=110 V. Căldura dezvoltată în cele două rezistoare în timpul t=1min40s este Q=44 kJ. Ştiind că 1/4 din această căldură se degajă în rezistorul R_1 şi restul din ea în rezistorul R_2, să se afle:
a. rezistenţele celor două rezistoare
b. intensităţile curenţilor electrici prin fiecare din cele două rezistoare şi prin circuitul principal
c. randamentul de transfer al energiei de la sursă la cele două rezistoare, dacă rezistenţa interioară a sursei de curent continuu este r=3 Ω
d. tensiunea electromotoare a sursei de curent continuu dacă r=3 Ω

18. Două consumatoare cu puterile nominale P_1=100 W şi P_2=400 W funcţionează fiecare nominal la tensiunea U_0=110 V. Se realizează două circuite legând cele două consumatoare mai întâi în serie, apoi în paralel, şi fiecare circuit se alimentează la tensiunea U=220 V. Pentru funcţionarea normală a consumatoarelor este necesar ca în fiecare caz să se folosească un rezistor suplimentar. Să se afle:
a. modul de legare al rezistoarelor suplimentare în fiecare caz
b. valorile rezistenţelor introduse în fiecare caz
c. puterea totală dezvoltată de sursă în întreg circuitul în prima situaţie
d. raportul dintre puterea disipată de consumatoare în cazul când consumatoarele sunt legate în paralel şi puterea totală disipată de toate rezistenţele din circuit

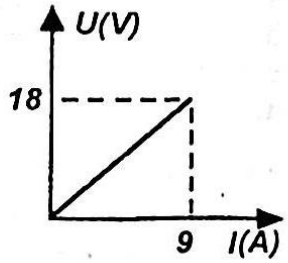
19. Pentru a asigura funcţionarea unui radiator la tensiunea nominală U=200 V şi puterea nominală P=400 W, se conectează la bornele sale două surse legate în serie. Puterile electrice furnizate de surse când asigură alimentarea radiatorului la parametrii nominali sunt: P_1=300 W şi respectiv P_2=120 W. Neglijând rezistenţa electrică a conductoarelor de legătură, să se afle:
a. t.e.m. a generatorului electric echivalent cu gruparea serie a celor două surse
b. rezistenţa electrică internă a generatorului echivalent cu gruparea serie a celor două surse
c. randamentul transferului energiei electrice de la surse la radiator
d. cu cât s-ar modifica puterea disipată de radiator faţă de puterea sa nominală, dacă conductoarele de legătură ar avea rezistenţa electrică totală R_C=7 Ω, iar rezistenţa electrică a radiatorului ar rămâne constantă?

20. În figura alăturată este reprezentată puterea electrică în funcţie de pătratul intensităţii curentului electric printr-o rezistenţă electrică R_1. Această rezistenţă se leagă apoi în paralel cu o rezistenţă R_2=8 Ω şi apoi gruparea rezistenţelor se alimentează la o sursă cu tensiunea electromotoare $\mathcal{E}$=12 V şi rezistenţa internă r=0,4 Ω. Să se afle:
a. rezistenţa R_1



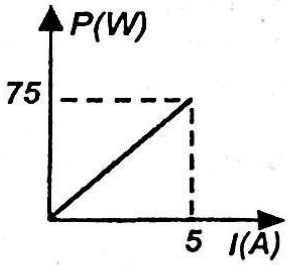
b. puterea grupării de rezistențe
c. puterea sursei la scurtcircuit

21. În figura alăturată este reprezentată tensiunea electrică pe un consumator în funcție de intensitatea curentului care îl străbate. Se presupune că rezistența rezistorului nu variază cu temperatura. Să se afle:



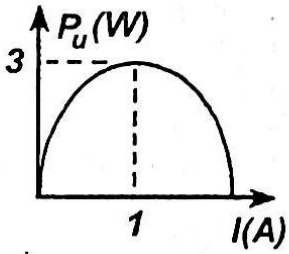
a. puterea dezvoltată de rezistor când intensitatea care circulă prin el este I_1=4 A
b. puterea medie dezvoltată de consumator pe durata variației tensiunii aplicate de la 0 la 18 V
c. căldura degajată de rezistor în timpul t=5 min, dacă tensiunea pe acesta este U=6 V

22. Graficul din figura alăturată a puterii totale a unei surse de curent continuu în funcție de intensitatea I care circulă prin ea, se obține în situația în care variază rezistența consumatorului R. Să se afle:



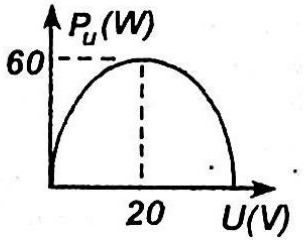
a. intensitatea de scurtcircuit
b. tensiunea electromotoare și rezistența internă a sursei
c. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistența circuitului exterior pentru ca această sursă să debiteze o putere maximă în circuitul exterior și valoarea acestei puteri

23. În figura alăturată este reprezentată grafic puterea utilă pe un consumator în funcție de intensitatea curentului prin acesta. Să se afle:



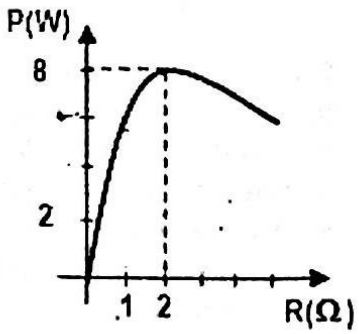
a. rezistența electrică internă a bateriei
b. tensiunea electromotoare a bateriei
c. intensitatea de scurtcircuit
d. puterea maximă debitată de o nouă baterie cu același E și o rezistență internă convenabil aleasă, pe un circuit exterior cu rezistență variabilă atunci când această rezistență este egală cu rezistența obținută la legarea în paralel a trei consumatoare identice R

24. O sursă cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r este legată la bornele unui rezistor cu rezistența variabilă R. În graficul din figura alăturată este reprezentată dependența puterii utile pe circuitul exterior în funcție de tensiunea de la bornele rezistorului. Să se afle:



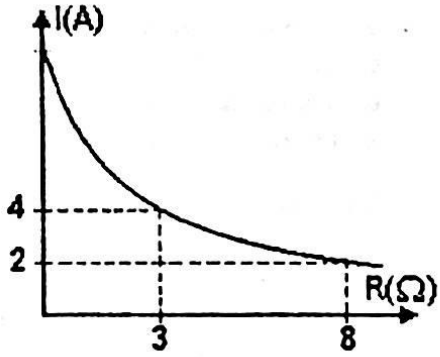
a. randamentul circuitului când puterea utilă pe circuitul exterior este maximă
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. puterea electrică totală debitată de sursă, când R=20 Ω
d. raportul dintre puterea debitată de sursă pe circuitul exterior și puterea totală a sursei când rezistența circuitului este R=8 Ω

25. Un rezistor de rezistență R este conectat la bornele unei surse de curent continuu cu parametrii E și r. În figura alăturată este reprezentată dependența puterii disipate pe rezistor în funcție de rezistența electrică a acestuia. Să se afle:



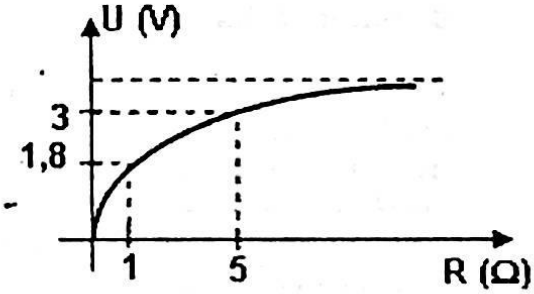
a. valoarea intensității curentului electric din circuit, atunci când $R=2\ \Omega$
b. rezistența internă a sursei
c. valorile rezistenței rezistorului pentru care puterea disipată de el este jumătate din puterea maximă
d. puterea disipată pe rezistor în cazul în care bornele sursei se leagă printr-un fir ideal

26. În figura alăturată este reprezentată dependența intensității curentului electric generat de o sursă printr-un rezistor, în funcție de rezistența electrică R a rezistorului. Să se afle:



a. tensiunea electromotoare a sursei
b. puterea disipată de sursă pe circuitul interior, atunci când rezistența cicuitului exterior este $R_1=3\Omega$
c. energia debitată de sursă în timpul $t=2$ min pe circuitul exterior, dacă la bornele sursei se leagă un rezistor cu rezistența $R=2\ \Omega$
d. puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior

27. O sursă de tensiune cu parametrii E şi r este conectată la un rezistor de rezistență electrică variabilă. Dependența tensiunii aplicate la bornele rezistorului de rezistența sa este reprezentată în graficul din figura alăturată. Să se afle:



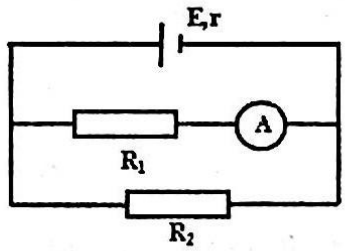
a. valoarea intensității curentului din circuit când rezistența este $R=1\ \Omega$
b. rezistența internă a sursei
c. tensiunea electromotoare a sursei
d. valoarea tensiunii la bornele rezistorului pentru care puterea transmisă circuitului exterior are valoarea maximă

28. La bornele unei surse de tensiune se leagă o rezistență $R_1=10\ \Omega$ şi un ampermetru ideal, care indică o intensitate $I_1=5$ A. Dacă se schimbă rezistența R_1 cu rezistența $R_2=20\ \Omega$, ampermetrul indică $I_2=3$ A. Să se afle:
a. rezistența internă şi tensiunea electromotoare a sursei
b. tensiunea la bornele sursei şi puterea disipată pe circuitul exterior când rezistența circuitului exterior este $R_3=25\ \Omega$
c. puterea disipată de circuitul exterior dacă la bornele sursei se leagă în serie rezistențele R_1 şi R_2
d. dacă la bornele unei surse de tensiune cu valoarea determinată la punctul **a** se conectează un rezistor variabil şi se contată că puterea disipată pe circuitul exterior este maximă atunci când valoarea rezistenței este egală cu rezistența paralel cele două rezistențe R_1 şi R_2, care trebuie să fie rezistența internă a sursei şi care este valoarea maximă a acestei puteri?

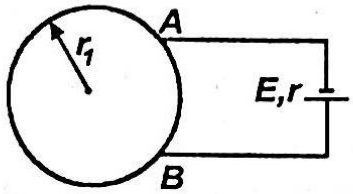
29. La bornele unei surse de tensiune $E=10$ V şi cu rezistența internă $r=1\ \Omega$ se leagă două rezistențe electrice întâi în serie, când se înregistrează un curent cu intensitatea $I_1=2{,}5$ A, iar apoi în paralel, când se înregistrează un curent cu intensitatea $I_2=6$ A. Să se afle:
a. valorile electrice ale celor două rezistențe
b. puterea electrică disipată pe circuitul exterior în cele două situații
c. raportul tensiunilor la bornele sursei în cele două situații
d. raportul energiilor disipate în interiorul sursei în cele două situații

30. O sursă cu tensiunea electromotoare E=30 V şi rezistenţa internă r=10 Ω alimentează două consumatoare R_1 şi R_2 legate în paralel. Să se afle:
a. raportul rezistenţelor R_1 şi R_2 astfel ca puterile consumate de acestea să fie egale
b. valorile rezistenţelor R_1 şi R_2, pentru ca puterea debitată de sursă pe circuitul exterior să fie maximă, în condiţiile de la punctul **a.**, precum şi valoarea maximă a acestei puteri
c. energia electrică disipată de cea de–a doua rezistenţă, într-un timp t=30min
d. puterea sursei, dacă cele două rezistenţe R_1 şi R_2 se leagă în serie, la bornele sursei

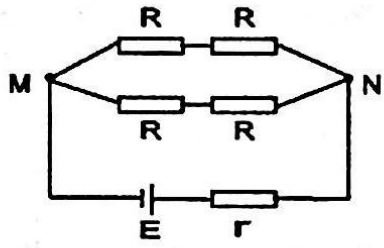
31. Se consideră circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată. Se cunosc: E=24 V, r=2 Ω, R_1=10 Ω şi valoarea intensităţii indicate de ampermetrul ideal, I_1=1,5 A. Conductoarele de legătură au rezistenţa electrică neglijabilă. Să se afle:
a. energia consumată de către rezistorul R_1 în intervalul de timp Δt=5 minute
b. rezistenţa electrică a rezistorului R_2
c. randamentul circuitului electric
d. puterea disipată în circuitul exterior



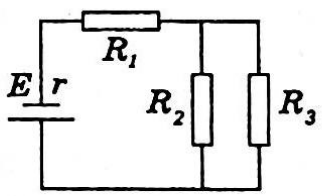
32. Fie un conductor circular cu raza r_1=10 cm şi secţiunea S=π·10^{-9} m^2, confecţionat dintr-un metal cu rezistivitatea ρ=3·10^{-8} Ωm. De conductor se leagă în punctele A şi B, care împart conductorul în două părţi aflate în raportul ½, două conductoare fără rezistenţă, ca în figura alăturată. Prin intermediul conductoarelor se leagă o sursă de tensiune cu E=6 V şi rezistenţa internă r=2/3 Ω. Să se afle:
a. rezistenţa echivalentă între punctele A şi B
b. intensitatea curentului prin circuitul principal
c. puterea disipată în baterie
d. energia debitată de baterie în timpul Δt=6 min



33. Sursa de tensiune din figura alăturată are t.e.m. E=14 V şi rezistenţa internă r=3 Ω. La bornele sursei se conectează o grupare de rezistoare identice, fiecare având rezistenţa electrică R=4 Ω. Să se afle:
a. căderea de tensiune U_{MN} între punctele M şi N
b. puterea consumată în circuitul exterior
c. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa R, a fiecăruia dintre cele patru rezistoare din grupare, dacă puterea dezvoltată în circuitul exterior este maximă
d. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa R_1, a fiecăruia dintre cele patru rezistoare din grupare, pentru ca randamentul circuitului să devină egal cu η=75%

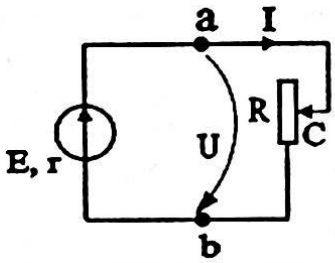


34. Fie circuitul electric din figura alăturată, care conţine o sursă cu tensiunea electromotoare E=14 V şi rezistenţa internă r=1 Ω, iar valorile rezistenţelor sunt R_1=4 Ω, R_2=6 Ω, R_3=3 Ω. Să se afle:
a. raportul puterilor pe rezistenţele R_2 şi R_3
b. puterea sursei
c. căldura degajată de rezistenţa R_1 în intervalul de timp t=20 min



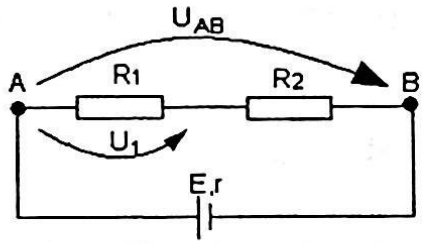
d. randamentul circuitului

35. Circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată este format dintr-un generator şi un reostat cu cursor având rezistenţa maximă R_{max}=30 Ω. Pentru o anumită poziţie C a cursorului intensitatea curentului electric care se stabileşte prin circuit este I_1=1,5 A, puterea electrică a reostatului este P_1=13,5 W, iar randamentul transferului de putere de la generator către reostat este η=75%. Să se afle:

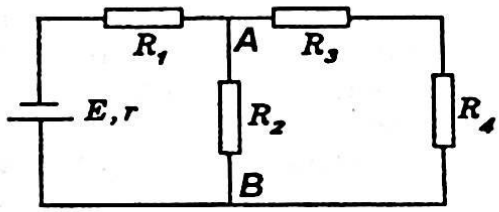


a. puterea dezvoltată de generator, P_{gen}, atunci când cursorul se află în poziţia C
b. t.e.m. E a generatorului
c. valoarea intensităţii curentului care ar trece printr-un conductor de rezistenţă neglijabilă conectat accidental între bornele a şi b
d. de câte ori scade puterea transferată de generator reostatului când cursorul acestuia este deplasat din poziţia C, până în poziţia în care rezistenţa reostatului este egală cu R_{max}, dacă se înlătură conductorul conectat între bornele a şi b?

36. În circuitul a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată, se cunosc: E=12 V, R_1=4 Ω, U_1=8 V şi U_{AB}=10 V. Să se afle:
a. puterea electrică totală furnizată de sursă
b. rezistenţa internă r a sursei
c. randamentul circuitului
d. energia consumată de rezistorul R_2 într-un interval de timp de 10 minute

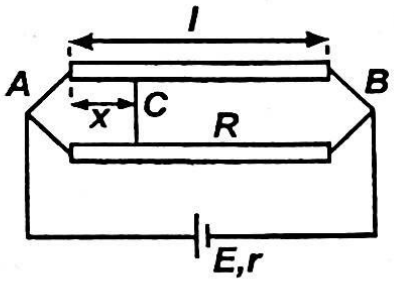


37. Se dă următorul circuit din figura alăturată, în care R_1=R_2=R_3=R_4=R=3 Ω, E=12 V şi r=1 Ω. Să se afle:



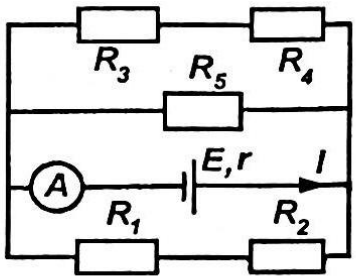
a. rezistenţa echivalentă între punctele A şi B şi intensitatea curentului prin circuitul principal
b. raportul intensităţilor care circulă prin R_2 şi prin rezistenţele R_3 şi R_4, precum şi al puterilor consumate în cele două laturi cuprinse între A şi B
c. valoarea pe care trebuie să o aibă rezistenţa interioară a bateriei, astfel ca puterea disipată prin circuitul exterior să fie maximă
d. valoarea maximă a acestei puteri, dacă E=12 V

38. Două fire metalice identice cu lungimea fiecăruia ℓ=40 m şi rezistivitatea ρ=1,75·10^{-8} Ωm au secţiunea S=0,1 mm^2. Cele două fire sunt legate în paralel la bornele unei surse cu E=12 V şi rezistenţa internă r=0,5 Ω ca în figura alăturată. Să se afle:



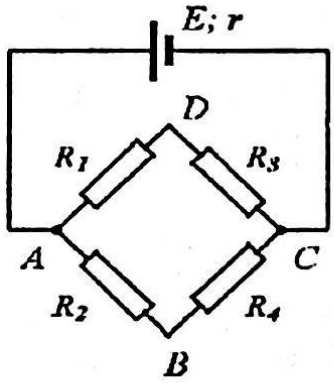
a. rezistenţa unui fir metalic
b. intensitătea curentului prin circuitul principal, dacă fiecare din cele două fire se leagă printr-un fir metalic, fără rezistenţă la aceeaşi distanţă x de capătul din stânga
c. energia disipată prin circuitul exterior, în cazul **b.**, într-un interval de timp t=2 min
d. puterea debitată de sursă pe circuitul exterior dacă un fir metalic ideal leagă capătul A cu capătul B

39. O sursă alimentează circuitul din figura alăturată. Se cunoaşte intensitatea indicată de ampermetrul ideal I=0,9 A, rezistenţa internă a bateriei r=0,4 Ω şi valorile rezistenţelor din circuit R_1=30 Ω, R_2=24 Ω, R_3=50 Ω, R_4=40 Ω şi R_5=60 Ω. Să se afle:



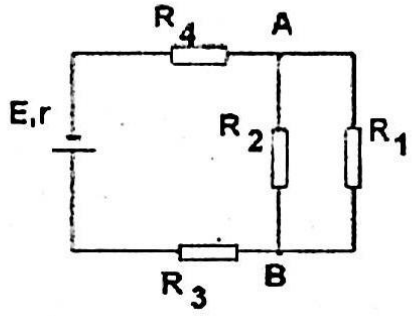
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior
b. tensiunea la bornele sursei
c. puterea sursei
d. bilanţul puterilor

40. Sursa de tensiune E=24 V şi rezistenţa internă r=5 Ω alimentează circuitul electric din figura alăturată. Rezistenţele electrice au valorile R_1=R_4=47 Ω şi R_2=R_3=23 Ω. Să se afle:



a. tensiunea electrică între punctele B şi D
b. energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp Δt=10 min
c. valoarea rezistenţei electrice a circuitului exterior, care trebuie conectată între punctele A şi C pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă
d. valoarea puterii maxime disipate pe circuitul exterior în condiţiile de la punctul **c.**

41. Fie circuitul din figură în care se cunosc R_1=2 Ω, R_2=6 Ω R_3=4 Ω şi R_4=1 Ω. Intensitatea curentului electric care se stabileşte prin circuit este I=2 A, puterea electrică debitată de sursă pe circuitul esterior este P=26 W, iar randamentul transferului de putere de la sursă către circuitul exterior este η=92,86%. Să se afle:



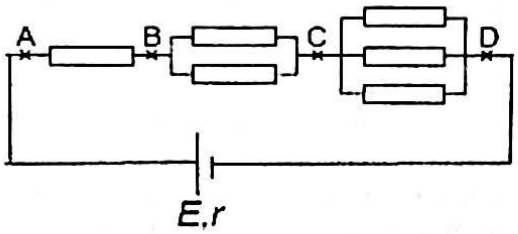
a. rezistenţa circuitului exterior
b. puterea dezvoltată de sursă P_s
c. t.e.m. E a sursei
d. valoarea intensităţii curentului de scurtcircuit al sursei

42. Trei rezistoare identice cu rezistenţa R=3 Ω, fiecare, sunt grupate în toate modurile posibile la bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E=10 V şi rezistenţa internă r=1 Ω. Să se afle:
a. modul de legare a rezistenţelor pentru care puterea debitată în circuitul exterior este cea mai mare
b. puterea de la punctul **a.**
c. tensiunea pe fiecare rezistor în cazul de la punctul **a.**
d. puterea sursei în regim de scurtcircuit

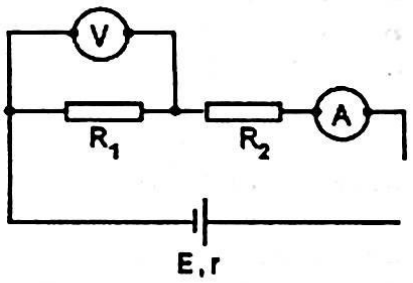
43. La bornele unei surse de tensiune cu t.e.m. E=60 V se conectează pe rând rezistenţele R_1=4 Ω şi R_2=9 Ω, astfel că acestea degajă aceeaşi cantitate de energie în acelaşi interval de timp. Să se afle:
a. rezistenţa internă a sursei
b. puterea sursei, dacă la bornele ei se leagă un rezistor cu R=14 Ω
c. randamentul circuitului în condiţiile punctului **b.**
d. energia disipată de baterie în interiorul ei, la scurtcircuit, în Δt=10 min

44. Un circuit electric conține un generator și un rezistor R_1, care are rezistența de 5 ori mai mare decât rezistența internă a generatorului. Tensiunea electrică la bornele generatorului este U=20 V, iar raportul E/r=24 A. Să se afle:
a. puterea totală furnizată de generator circuitului
b. căldura degajată în interiorul generatorului în timpul t=5 minute
c. rezistența R_2 a unui alt rezistor care, conectat la același generator, ar consuma aceeași putere ca și rezistorul R_1
d. randamentul electric al circuitului format, dacă în serie cu rezistorul R_1, se leagă un alt rezistor de rezistență R'_2 =4 Ω

45. Rezistoarele din porțiunea de circuit, redată în figura alăturată, au aceeași rezistență R=18 Ω. Rezistența internă a sursei este r=5 Ω. În porțiunea BC se dezvoltă puterea electrică P_{BC}=36 W. Să se afle:
a. tensiunea electrică dintre punctele C și D
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. căldura degajată în porțiunea AD în timp de 1 min
d. rezistența R_0 a unui alt rezistor care, conectat între punctele A și D, în locul grupării, consumă aceeași putere ca și gruparea de rezistoare



46. Un generator cu t.e.m. E=60 V alimentează montajul a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată, în care rezistoarele au rezistențele electrice R_1=30 Ω și respectiv R_2=70 Ω, iar ampermetrul și voltmetrul au rezistențele electrice R_A=4 Ω și R_V. Instrumentele de măsură indică I=0,6 A și respectiv U_V=15V. Să se afle:

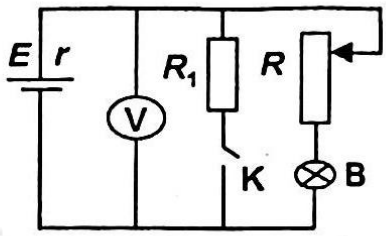


a. puterea electrică disipată pe ampermetru
b. energia electrică disipată de voltmetru în unitatea de timp
c. rezistența internă a sursei
d. raportul dintre puterea P_{12} disipată de rezistoarele R_1 și R_2 și puterea totală dezvoltată de sursă

47. La bornele unei surse de tensiune cu rezistența internă r=4 Ω se leagă un rezistor cu rezistență variabilă. Când intensitatea curentului din circuit are valorile I_1=4 A și respectiv I_2=36 A, puterea disipată prin efect Joule în cele două rezistențe are aceeași valoare P. Să se afle:
a. raportul rezistențelor R_1/R_2
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. valoarea puterii disipate P

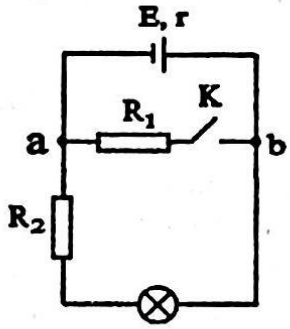
48. La bornele unei surse, cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r, se leagă un consumator cu rezistența variabilă. Când tensiunea pe reostat este U_1=40 V sau U_2=90 V puterea disipată pe reostat prin efect Joule are aceeași valoare P=100 W. Să se afle:
a. rezistența internă a sursei
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. tensiunea la bornele reostatului, pentru care puterea disipată în acesta este maximă
d. valoarea maximă a puterii în condițiile punctului **c.**

49. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Tensiunea electromotoare a generatorului este E=12 V şi rezistenţa interioară a acestuia este r=1,5Ω. Pe soclul becului sunt înscrise valorile (6 V; 9 W). Se închide întrerupătorul K şi se deplasează cursorul reostatului până când becul funcţionează la valorile nominale. În aceste condiţii voltmetrul ideal indică U=9 V. Să se afle:



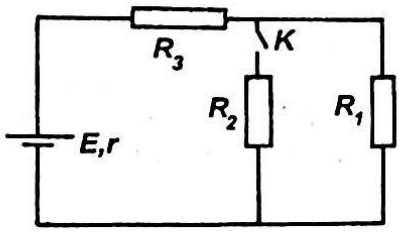
a. intensitatea curentului electric ce străbate becul
b. puterea disipată pe rezistenţa interioară a sursei
c. randamentul transferului de putere de la generator la bec
d. valoarea R' a rezistenţei reostatului astfel încât becul să funcţioneze normal şi după deschiderea întrerupătorului K

50. Sursa de tensiune reprezentată în figura alăturată are t.e.m. E=12 V şi rezistenţa internă r=1,5 Ω. Iniţial întrerupătorul K este închis, iar tensiunea la bornele becului este egală cu tensiunea sa nominală U_{bec}=6 V. Tensiunea dintre punctele a şi b ale circuitului este egală cu U_{ba}=9 V. Cunoscând că R_2=2 Ω, să se afle:



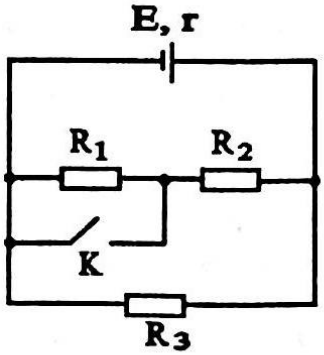
a. puterea electrică consumată de bec
b. rezistenţa electrică a rezistorului R_1
c. randamentul transferului de putere de la sursă la bec
d. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa electrică a rezistorului R_{2x} pentru ca becul să funcţioneze la parametrii nominali dacă se deschide întrerupătorul K

51. O sursă de curent continuu alimentează circuitul din figura alăturată în care R_1=4 Ω, R_2=6 Ω şi R_3=1,6 Ω. Intensitatea curentului prin rezistorul R_3 atunci când comutatorul K este închis este I=2 A, iar când comutatorul K este deschis este I'=1,5 A. Să se afle:



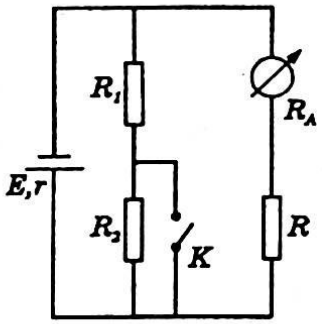
a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior când comutatorul K este închis
b. tensiunea electromotoare a sursei
c. puterea debitată în circuitul exterior de sursă când comutatorul K este deschis
d. puterea prin rezistenţa R_2, când comutatorul K este închis

52. În montajul din figura alăturată intensitatea curentului electric debitat de generatorul cu t.e.m. E şi rezistenţa internă r are valoarea I_1=5/3 A când întrerupătorul K este deschis şi I_2=2 A când întrerupătorul K este închis. Rezistenţele electrice ale rezistoarelor din circuit au valorile R_1=5 Ω, R_2=10 Ω şi R_3=15 Ω. Să se afle:



a. tensiunea la bornele rezistorului R_1 când întrerupătorul este închis. Comentaţi rezultatul obţinut.
b. rezistenţa internă şi tensiunea electromotoare a generatorului
c. variaţia intensităţii curentului electric prin rezistorul R_3 ca urmare a închiderii întrerupătorului
d. raportul puterilor disipate de rezistorului R_2 în urma închiderii întrerupătorului

53. În circuitul din figura alăturată se cunosc R_1=2,5 Ω, R_2=7,5 Ω, rezistența ampermetrului R_A=1 Ω, iar rezistorul R este confecționat dintr-un fir de nichelină cu diametrul d=1 mm și rezistivitatea $\rho=0{,}42\cdot10^{-6}$ Ωm. Ampermetrul indică o valoare I_1=1 A, când comutatorul K este deschis și o valoare I_1'=0,8 A, când comutatorul este închis. Puterea disipată în firului de nichelină când comutatorul K este deschis este P=9 W. Să se afle:



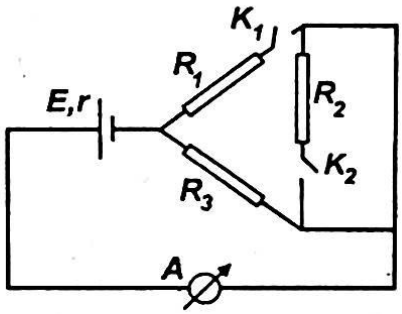
a. lungimea firului de nichelină din care este confecționat rezistorul R

b. rezistența exterioară a circuitului când comutatorul K este închis

c. tensiunea electromotoare E și rezistența internă r a bateriei

d. randamentul circuitului electric când comutatorul K este deschis

54. În circuitul electric din figura alăturată, întrerupătoarele K_1 și K_2 sunt deschise. Se cunosc tensiunea electromotoare a sursei E=20 V, rezistența internă a sursei r=2 Ω, rezistența ampermetrului r_A=1 Ω și rezistențele R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=2 Ω. Să se afle:

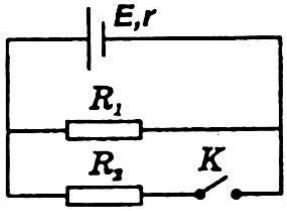


a. puterea degajată pe rezistența R_3

b. variația relativă a puterii disipate pe rezistența R_3 la închiderea întrerupătorului K_1

c. puterea sursei după închiderea și a întrerupătorului K_2

55. În circuitul prezentat în figura alăturată, puterea debitată de sursă în circuitul exterior are aceeași valoare atunci când întrerupătorul K este deschis sau închis. Cunoscând $R_1=3R_2$ și R_2=2 Ω, să se afle:

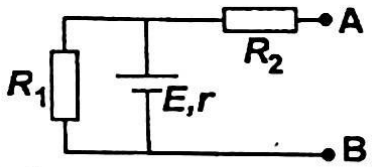


a. rezistența internă a sursei r, în aceste condiții

b. de câte ori se mărește puterea disipată în interiorul sursei prin închiderea întrerupătorului K

c. valoarea r' pe care ar trebui să o aibă rezistența internă a unei surse, astfel încât aceasta să debiteze o putere maximă într-un circuit exterior variabil, dacă această putere se obține când rezistența exterioară este egală cu rezistența circuitului când întrerupătorul K este închis

56. Pentru elementele de circuit din figura alăturată se cunosc: E=16 V; r=2 Ω; $R1$=6 Ω; $R2$=2 Ω. Să se afle:



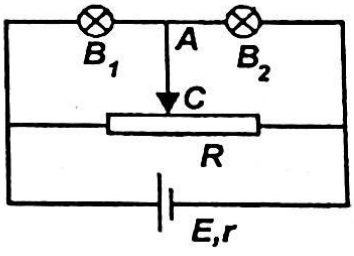
a. indicația unui voltmetru considerat ideal conectat între bornele A și B

b. rezistența R_3 a unui rezistor care trebuie conectat între bornele A și B astfel încât puterea disipată pe circuitul exterior sursei să fie maximă

c. puterea maximă disipată pe circuitul exterior sursei

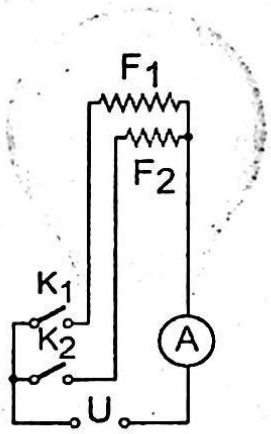
d. energia totală dezvoltată de sursă în timpul Δt=7 min dacă între bornele A și B este conectat un fir de rezistență electrică neglijabilă

57. În circuitul din figura alăturată, becurile luminează normal la puterile nominale P_1=10 W și respectiv P_2=24 W, când sunt parcurse de curenții electrici cu intensitățile I_1=0,5 A și respectiv I_2=0,6 A. Utilizându-se o sursă cu tensiunea electromotoare E=63 V și



rezistența internă r=3 Ω și un potențiometru se asigură alimentarea becurilor la parametrii nominali. Să se afle:
a. rezistența potențiometrului R
b. intensitatea curentului electric din conductorul AC și să se precizeze sensul acestui curent
c. puterea disipată în interiorul altei surse, dacă rezistența internă a acesteia este egală cu rezistența circuitului exterior, iar E'=3,6 kV
d. energia totală a sursei de la punctul **c.** furnizată circuitului în intervalul de timp Δt=5 min

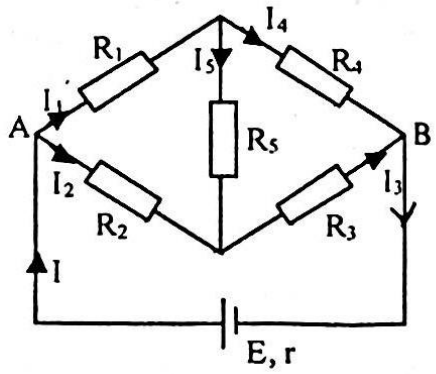
58. Un bec are două filamente F_1 și F_2, ca în schema din figura alăturată. Becul este conectat la bornele unei surse cu tensiunea constantă U=12V. Puterea disipată de bec când ambele întrerupătoare sunt închise este P=72W. Când întrerupătorul K_1 este închis și întrerupătorul K_2 deschis, becul consumă energia W în intervalul de timp Δt_1=3 min. Aceeași energie W este consumată de bec în intervalul de timp Δt_2=6 min dacă întrerupătorul K_1 este deschis și întrerupătorul K_2 închis. Cosiderând ampermetrul ideal, să se afle:



a. raportul rezistențelor electrice R_1/R_2 al celor două filamente
b. intensitatea curentului indicat de ampermetru când întrerupătorul K_1 este deschis și întrerupătorul K_2 închis
c. puterea minimă disipată de becul conectat la tensiunea U, când cel puțin unul dintre întrerupătoare este închis. Justificați răspunsul
d. intervalul de timp Δt în care becul consumă energia W când ambele întrerupătoare sunt închise

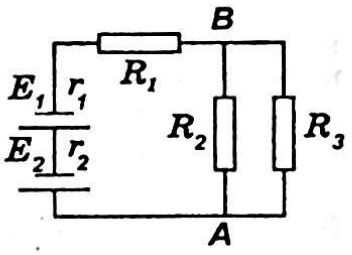
59. Un circuit electric simplu este format dintr-un generator, cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r, și un consumator, care este un reostat cu cursor. Dacă tensiunea la bornele reostatului este U_1=9 V sau U_2=15 V, puterea disipată prin efect Joule în reostat, are aceeași valoare P. Rezistența reostatului, când la bornele acestuia tensiunea este U_1, este R_1=0,54 Ω. Să se afle:
a. raportul lungimilor reostatului în cele două situații
b. rezistența internă r a generatorului
c. tensiunea electromotoare E a generatorului
d. tensiunea la bornele reostatului când lungimea porțiunii din circuit a reostatului reprezintă 2/3 din valoarea lungimii reostatului când tensiunea la bornele acestuia este U_2

60. În montajul din figura alăturată, se cunosc R_1=6Ω, I_1=1 A, R_5=10 Ω, I_5=0,4 A, R_3=4 Ω, I_3=0,5 A și E=13,1 V. Să se afle:



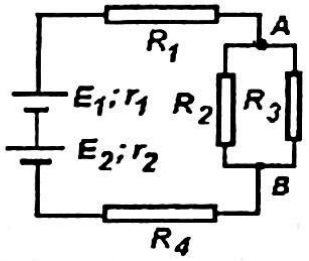
a. rezistențele R_4 și R_2
b. rezistența R'_2, astfel ca prin R_5 să nu circule curent
c. rezistența circuitului exterior variabil, care trebuie legat între punctele A și B, astfel încât puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă, precum și această valoare a puterii maxime disipate
d. puterea sursei, dacă firul care conține rezistența R_2 se scoate din circuit

61. În montajul din figura alăturată, se cunosc E_1=4 V, E_2=6 V, r_1=0,25 Ω, r_2=1,5 Ω, R_1=2,5 Ω, R_2=1 Ω şi R_3=3 Ω. Să se afle:



a. rezistenţa echivalentă a circuitului exterior
b. puterea electrică totală, debitată de sursele de tensiune
c. căldura degajată de circuitul exterior într-o oră
d. rezistenţa circuitului exterior pentru ca puterea disipată în acesta să fie maximă şi valoarea acestei puteri

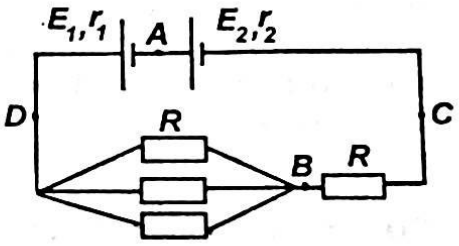
62. Pentru circuitul reprezentat în schema din figura alăturată se cunosc E_1=20 V, E_2=12 V, R_1=8 Ω, R_2=3 Ω, R_3=6 Ω, R_4=5 Ω, r_1=0,25 Ω, r_2=0,75 Ω. Să se afle:



a. căldura degajată în rezistorul R_1 în timpul t=5 min
b. puterea disipată în rezistorul R_2
c. randamentul circuitului
d. energia disipată în interiorulul surselor într-un interval de timp Δt=2 min

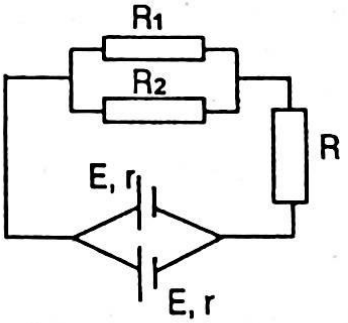
63. Se utilizează două surse cu tensiunile electromotoare E_1=6 V şi E_2=24 V şi rezistenţele interne egale r=2 Ω. Sursele se leagă în serie în antifază şi la bornele lor se leagă un bec pe care sunt înscrise valorile P=4 W şi U=4 V. Să se afle:
a. rezistenţa becului
b. dacă becul va funcţiona
c. puterea şi tensiunea care trebuie să fie scrise pe bec, dacă rezistenţa acestuia este aceeaşi ca la punctul **a.**, pentru ca acesta să funcţioneze la parametrii nominali când se leagă la bornele grupării surselor
d. rezistenţa introdusă în serie cu becul iniţial dacă sursele se leagă în paralel şi în fază astfel ca becul să funcţioneze la parametrii nominali

64. Fie circuitul electric din figura alăturată, în care sursele sunt au tensiunile electromotoare E_1=6 V şi E_2=24 V şi rezistenţele interne r_1=0,2 Ω şi r_2=0,8 Ω. Se leagă la bornele celor două surse o rezistenţă R=3 Ω şi o grupare de trei rezistenţe identice R. Să se afle:



a. tensiunea U_{BA}
b. raportul dintre energia disipată în circuitul exterior şi energia totală dezvoltată de cele două surse în acelaşi interval de timp
c. căldura degajată în gruparea paralel a celor trei rezistoare într-un interval de timp t=5 min

65. La bornele unor surse identice legate în paralel fiecare cu tensiunea electromotoare E=60 V şi rezistenţa internă r=2 Ω se leagă rezistenţele ca în figura alăturată. Se cunosc R_1=5 Ω şi R_2=20 Ω. Rezistenţa R_1 degajă în timpul t=10 min, o cantitate de căldură Q_1=12kJ. Să se afle:

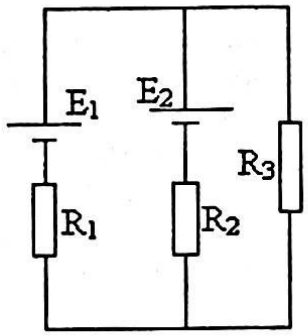


a. intensitatea curentului care circulă prin rezistenţa R
b. căldura degajată de rezistenţa R în acelaşi timp t
c. puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune

66. Două surse de tensiune continuă conectate în paralel alimentează un rezistor cu rezistenţa electrică R=3 Ω. Se cunosc: tensiunile electromotoare ale celor două surse E_1=10 V respectiv E_2=5 V şi rezistenţele lor interne r_1=0,5 Ω şi r_2=1 Ω. Să se afle:

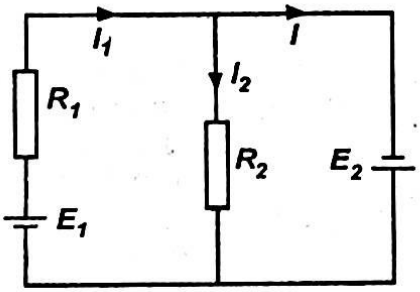
a. energia electrică consumată de rezistorul R în timp de un minut
b. intensităţile curenţilor care străbat cele două surse
c. puterea electrică debitată de sursa cu tensiunea electromotoare E_2
d. randamentul circuitului

67. În circuitul electric a cărui schemă este reprezentată în figura alăturată se cunosc: E_1=100 V, R_1=R_3=20 Ω, R_2=40 Ω. Intensitatea curentului electric, ce trece prin rezistorul R_3, are valoarea I_3=2,8 A. Sursele de tensiune sunt ideale. Să se afle:



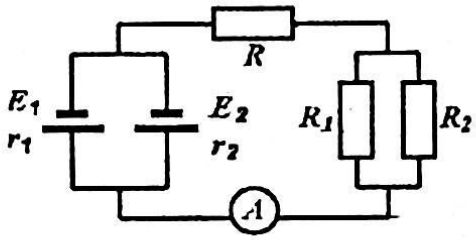
a. energia electrică pe care o consumă rezistorul R_3 în timpul Δt=1 min
b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R_1
c. valoarea tensiunii electromotoare E_2
d. puterea maximă disipată de gruparea paralel a surselor pe o rezistenţă R'_3 convenabil aleasă, dacă R_1 şi R_2 se consideră rezistenţele interne ale surselor

68. Fie circuitul electric din figura alăturată, în care se cunosc E_1=6 V, E_2=4 V, R_1=2 Ω şi R_2=4 Ω. Se neglijează rezistenţele interne ale surselor. Să se afle:



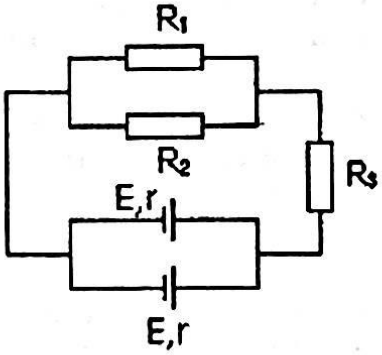
a. puterea dezvoltată de rezistorul R_2
b. căldura degajată prin efect Joule de cele două rezistenţe într-un timp t=5 min
c. puterea electrică totală, debitată de sursele de tensiune

69. Se consideră circuitul electric din figura alăturată în care se cunosc R=8,8 Ω, R_1=4 Ω, R_2=6 Ω, rezistenţa ampermetrului R_A=2 Ω, E_1=6 V, r_1=2 Ω, E_2=9 V şi r_2=3 Ω. Să se afle:



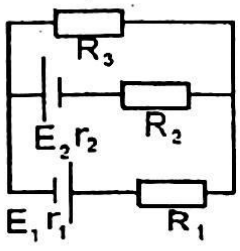
a. energia disipată prin efect Joule de rezistorul R în timpul Δt=10 min
b. tensiunea electromotoare a primei surse, dacă curentul electric prin această sursă se anulează
c. puterea electrică dezvoltată de porţiunea de circuit alcătuită de cele două rezistoare R_1 şi R_2, dacă sursa de tensiune E_2 este scoasă din circuit

70. Circuitul electric din figura alăturată conţine două surse identice având fiecare tensiunea electromotoare E=36 V şi rezistenţa internă r=1,8 Ω şi trei rezistori având rezistenţele electrice R_1=7 Ω, R_2=3 Ω şi R_3=6 Ω. Să se afle:



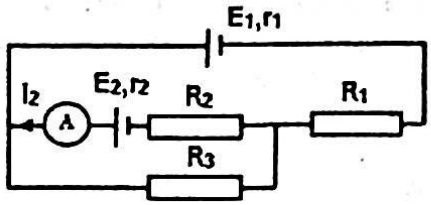
a. căldura disipată prin rezistorul R_3 în timpul Δt=5min
b. puterea electrică consumată în circuitul exterior
c. randamentul circuitului electric

71. Pentru circuitul din figura alăturată se cunosc E_1=6 V, r_1=1 Ω, E_2=8 V, r_2=1 Ω, R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=6 Ω. Să se afle:



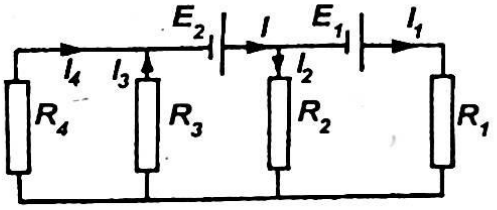
a. valoarea intensităţii curentului electric prin rezistorul R_3
b. energia electrică disipată pe rezistorul R_1 în timpul Δt=5 min
c. puterea electrică disipată pe sursa E_2

72. Fie circuitul electric din figura alăturată. Se cunosc r_1=2 Ω, E_2=36 V, r_2=4 Ω, R_1=8 Ω, R_2=36 Ω, R_3=80 Ω şi valoarea intensităţii indicate de ampermetrul ideal I_2=0,5 A. Să se afle:



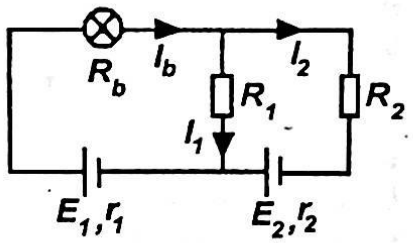
a. puterea electrică disipată de rezistorul R_2
b.intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3
c. energia electrică consumată de rezistorului R_1 în timpul Δt=20 min
d. valoarea tensiunii electromotoare E_1

73. Fie circuitul din figura alăturată, în care tensiunea electromotoare a sursei E_1=2V, iar rezistoarele au rezistenţele R_1=R_3=1Ω şi R_2=R_4=2 Ω. Puterea disipată pe rezistenţa R_4, este P_4=2W. Dacă se consideră neglijabile rezistenţele interne ale surselor, să se afle:



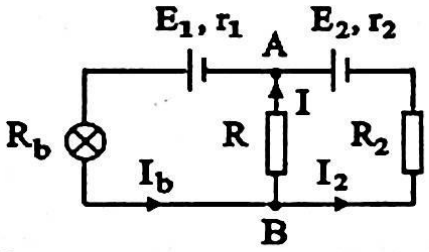
a. intensitatea curentului prin fiecare rezistor
b. tensiunea electromotoare a sursei E_2
c. puterea sursei E_1

74. Fie circuitul din figura alăturată, în care se cunosc E_1=10 V, r_1=r_2=1 Ω, R_1=4 Ω, R_2=2,5 Ω şi R_b=2Ω. Puterea electrică a becului este P=8 W. Să se afle:



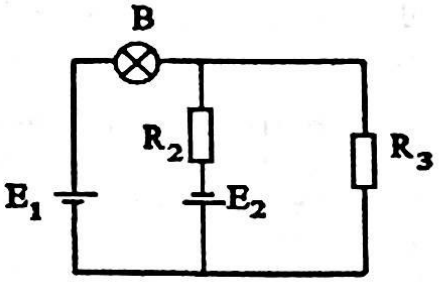
a. intensitatea curentului electric care trece prin bec
b. valoarea tensiunii electromotoare E_2
c. puterea electrică disipată pe R_1
d. intensitatea curentului prin bec dacă se scoate din circuit ramura cu rezistenţa R_1

75. Becul din circuitul reprezentat în figura alăturată funcţionează la puterea sa nominală P_b=40 W, rezistenţa electrică a becului fiind R_b=10 Ω. Puterea electrică debitată de sursa de tensiune E_1, are valoarea P_1=72 W. Cunoscând rezistenţele interne ale celor două surse, r_1=2 Ω, r_2=3 Ω şi rezistenţele electrice R=8 Ω şi R_2=45Ω, să se afle:



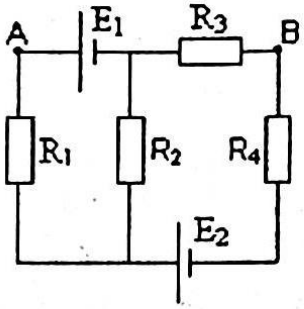
a. t.e.m. a sursei E_1
b. tensiunea U_{AB}
c. puterea electrică debitată de sursa E_2
d. valoarea pe care ar trebui să o aibă rezistenţa rezistorului R_{2x} pentru ca la deconectarea rezistorului R montat între bornele A şi B, becul să funcţioneze la puterea sa nominală P_b=40 W

76. Becul din circuitul reprezentat în figura alăturată are puterea P=40 W, iar tensiunea la bornele lui are valoarea U=10 V. Cele două surse din circuit au rezistenţele interne neglijabile, tensiunea electromotoare a primei surse este egală cu E_1=18 V, iar rezistenţele electrice ale rezistoarelor au valorile R_2=6 Ω, respectiv R_3=8 Ω. Să se afle:



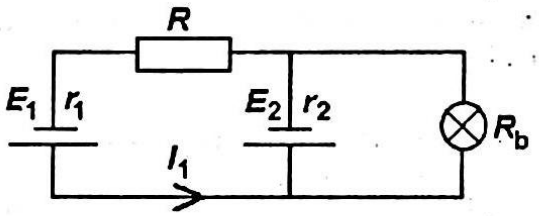
a. intensitatea curentului electric ce trece prin R_3
b. tensiunea electromotoare E_2 a celei de-a doua surse
c. energia disipată prin efect termic de rezistorul R_3 în timp de 1 minut
d. puterea furnizată circuitului de sursa electromotoare E_1

77. În circuitul electric a cărui schemă este redată în figura alăturată se cunosc $R_1=R_2=R_3=R_4=4\ \Omega$, $E_1=12$ V şi $E_2=8$ V. Neglijând rezistenţele interne ale surselor, să se afle:



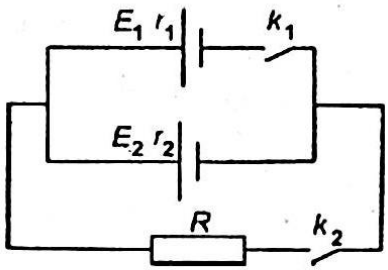
a. intensităţile curenţilor electrici din ramurile circuitului
b. tensiunea electrică între punctele A şi B
c. puterea electrică disipată pe rezistorul R_4
d. căldura degajată prin efect Joule de rezistorul R_1 în timpul $\Delta t=10$ min

78. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Rezistenţele interioare ale bateriilor sunt $r_1=1\ \Omega$, respectiv $r_2=1{,}5\ \Omega$. Rezistenţa electrică a rezistorului este $R=5\ \Omega$. Pe soclul becului sunt inscripţionate valorile 1,5 A, 9 Ω. Se constată că becul funcţionează la parametri nominali, iar intensitatea curentului electric ce străbate bateria cu tensiunea electromotoare E_1 are valoarea $I_1=0{,}5$ A. Să se afle:



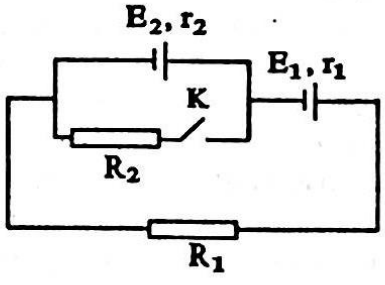
a. rezistenţa electrică a becului în regim normal de funcţionare
b. tensiunea electromotoare E_2
c. puterea electrică totală dezvoltată de bateria cu t.e.m. E_1
d. randamentul circuitului, dacă se deconectează ramura ce conţine bateria cu t.e.m. E_2 şi se înlocuieşte rezistorul R cu un alt rezistor R_1, astfel că în aceste condiţii becul funcţionează la parametri nominali

79. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric pentru care se cunosc: $E_1=9$ V, $E_2=5$ V, $R=4\ \Omega$, $r_1=r_2=1\ \Omega$. De la momentul $t_0=0$ până la momentul $t_1=10$ min, comutatorul k_1 este deschis, iar comutatorul k_2 este închis. De la momentul $t_1=10$ min până la momentul $t_2=30$ min, ambele comutatoare sunt închise. La momentul $t_2=30$ min, comutatorul k_2 se deschide. Să se afle:



a. energia electrică consumată de rezistor în intervalul de timp $t\in(t_0, t_1)$
b. randamentul circuitului în intervalul de timp $t\in(t_0, t_1)$
c. reprezentarea grafică a dependenţei intensităţii curentului electric care străbate rezistorul R în funcţie de timp pe intervalul $[0,35]$ min
b. energia electrică consumată de rezistor în intervalul de timp $t\in(t_0, t_2)$
d. valoarea puterii maxime pe care o poate furniza sursa cu tensiunea electromotoare E_2 unui consumator cu rezistenţa convenabil aleasă

80. Pentru circuitul reprezentat în figura alăturată, se cunosc tensiunile electromotoare ale generatoarelor, $E_1=60$ V şi $E_2=45$ V, rezistenţele interne ale lor, $r_1=r_2=5\ \Omega$ şi rezistenţa electrică $R_2=30\ \Omega$. Când comutatorul K este deschis, randamentul de transfer al energiei electrice de la cele două surse la rezistorul R_1, este egal cu $\eta=80\%$. Să se afle:

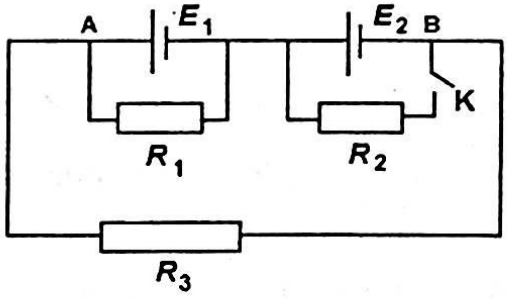


a. rezistenţa electrică a rezistorului R_1
b. intensitatea curentului, care trece prin circuit atunci când comutatorul K este deschis

c. puterea electrică disipată de rezistorul R_1, atunci când comutatorul K este închis

d. tensiunea la bornele rezistorului R_2, când comutatorul K este închis

81. În figura alăturată este reprezentată schema unui circuit electric. Bateriile au tensiunile electromotoare E_1=6 V şi E_2=12 V şi rezistenţele interioare neglijabile. Valorile rezistenţelor electrice ale rezistoarelor din circuit sunt: R_1=2 Ω, R_2=3 Ω şi R_3=4 Ω. Iniţial comutatorul K este deschis. Să se afle:



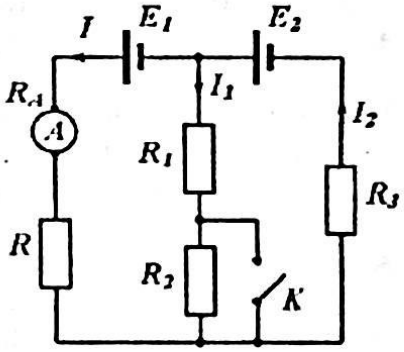
a. energia electrică disipată în rezistorul R_1 în intervalul de timp Δt=30 min

b. puterea totală dezvoltată de bateria cu tensiunea electromotoare E_2=12 V când comutatorul K este deschis

c. indicaţia unui voltmetru ideal conectat între punctele A şi B când comutatorul K este deschis

d. puterea totală dezvoltată de bateria cu tensiunea electromotoare E_2 când comutatorul K este închis

82. Montajul electric din figura alăturată conţine rezistorul cu rezistenţa R, ampermetrul cu rezistenţa R_A=1 Ω, rezistenţele R_1=2,5 Ω, R_2=7,5 Ω şi R_3=3 Ω. Sursele electrice sunt ideale şi au tensiunea electromotoare E_1=2 V şi rezistenţele interne neglijabile. Când comutatorul K este deschis, ampermetrul indică valoarea I=1 A, iar energia dezvoltată în rezistorul R în timpul t=10 min este W=1,5 Wh. Să se afle:



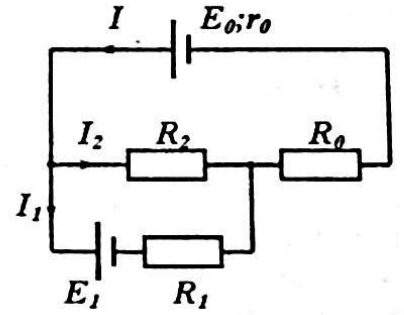
a. tensiunea electromotoare E_2

b. puterea electrică dezvoltată în rezistorul R_1 când comutatorul este deschis

c. intensitatea indicată de ampermetru când comutatorul K este închis

d. variaţia tensiunii pe ampermetru la închiderea comutatorului K

83. Circuitul electric a cărui diagramă este ilustrată în figura alăturată conţine sursa cu t.e.m E_0=4,5 V şi rezistenţa internă r_0=1 Ω şi sursa cu t.e.m E_1=1,5 V şi rezistenţa internă neglijabilă. Rezistenţele electrice R_0=49 Ω şi R_1=50 Ω sunt constante, iar rezistenţa electrică R_2 este variabilă. Să se afle:



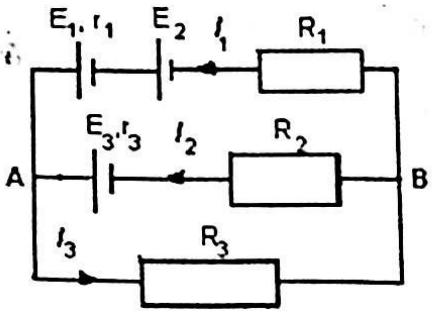
a. exprimarea intensităţii I_1, a curentului electric care străbate sursa E_1 în funcţie de valoarea rezistenţei R_2

b. valoarea rezistenţei R_2 pentru care curentul prin sursa E_1 este nul

c. energia electrică dezvoltată în timpul t=10 min pe rezistorul R_2 în condiţiile punctului **b.**

d. puterea electrică disipată pe rezistenţa R_0 în condiţiile punctului **b.**

84. În figura alăturată se cunosc r_1=r_3=1 Ω, r_2=0, E_1=6V, E_3=30 V, R_1=R_3=8 Ω şi R_2=5 Ω. Intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3 are valoarea I_3=3 A. Să se afle:

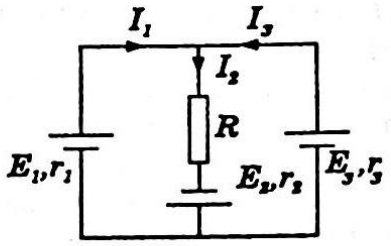


a. energia electrică consumată de rezistorul R_3 în intervalul de timp Δt=5 min

b. intensităţile curenţilor prin celelalte ramuri

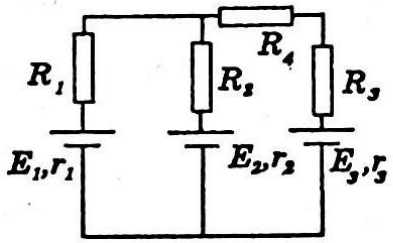
c. valoarea tensiunii electromotoare E_2
d. puterea totală disipată pe rezistoarele R_1, R_2 şi R_3

85. Se consideră montajul electric din figura alăturată, în care sursele $E_1=E_3=9$ V, $E_2=3$ V au rezistenţele interne $r_1=r_3=2\ \Omega$ şi $r_2=1\ \Omega$, iar $R=4\Omega$. Să se afle:



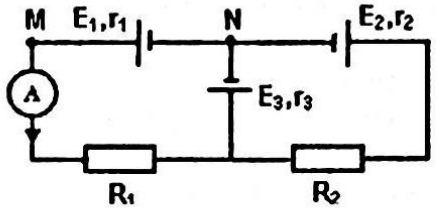
a. intensităţile curenţilor prin cele trei laturi ale circuitului
b. puterea disipată pe toate rezistenţele din circuit
c. puterea totală a surselor şi să se interpreteze rezultatul obţinut
d. randamentul circuitului

86. Cu ajutorul a trei surse de tensiune cu t.e.m. $E_1=6$ V, $E_2=10$ V şi $E_3=20$ V şi cu rezistenţele interne $r_1=0{,}2\ \Omega$, $r_2=0{,}2\ \Omega$ şi $r_3=0{,}4\ \Omega$, se alimentează rezistenţele din figura alăturată. Se cunosc $R_1=19{,}8\ \Omega$, $R_2=5{,}8\ \Omega$, $R_3=10\ \Omega$ şi $R_4=9{,}6\ \Omega$. Să se afle:



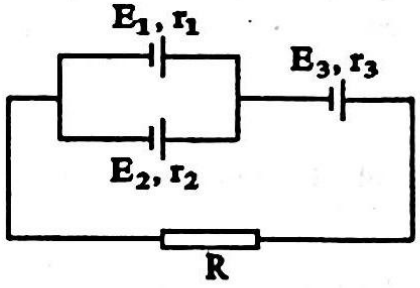
a. intensităţile curenţilor prin cele trei laturi ale circuitului
b. puterea disipată pe toate rezistenţele din circuit
c. bilanţul puterilor
d. intensitatea curentului prin circuit dacă se deconectează ramura cu sursa E_2

87. Fie circuitul electric din figura alăturată. Se cunosc $E_1=12$ V, $E_3=3$ V, $r_1=2\ \Omega$, $r_2=1\ \Omega$, $r_3=3\ \Omega$, $R_1=16\ \Omega$, $R_2=9\ \Omega$ şi valoarea intensităţii indicate de ampermetrul ideal $I_1=0{,}25$ A. Sensul curentului electric I_1 este indicat în figură. Să se afle:

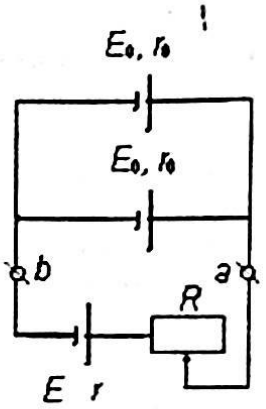


a. puterea electrică furnizată de sursa E_3
b. valoarea tensiunii electromotoare E_2
c. energia consumată împreună de rezistoarele R_1 şi R_2 în timpul $\Delta t=20$min
d. indicaţia ampermetrului ideal dacă un fir metalic ideal se leagă la bornele sursei E_3

88. Generatoarele electrice din circuitul reprezentat în figura alăturată au rezistenţele interne $r_1=r_2=r_3=2\ \Omega$. Eie alimentează un încălzitor electric, de rezistenţă electrică R, a cărui putere este egală cu $P=18$ W când tensiunea la bornele sale are valoarea $U=9$ V. Să se afle:
a. tensiunea electromotoare a generatorului echivalent cu gruparea generatoarelor din circuit
b. randamentul circuitului
c. intervalul de timp în care încălzitorul poate aduce la fierbere apa dintr-un vas, dacă 80% din energia furnizată de încălzitor este preluată de apă, iar căldura pe care apa din vas trebuie să o absoarbă pentru a ajunge la fierbere este egală cu $Q=37{,}8$ kJ
d. tensiunea E_3, dacă $E_1=2$ V şi $E_2=8$ V



89. O sursă electrică cu tensiunea electromotoare E=24 V şi rezistenţa internă r=0,5 Ω, legată în serie cu un reostat, încarcă două acumulatoare legate în paralel la bornele a şi b ca în figura alăturată. Fiecare acumulator are tensiunea electromotoare E_0=12 V şi rezistenţa internă r_0=2 Ω, iar intensitatea curentului electric printr-un acumulator este I_0=2 A. Să se afle:



a. rezistenţa electrică R a reostatului
b. puterea dezvoltată de sursă
c. puterea disipată prin efect Joule în întregul circuit
d. bilanţul puterilor

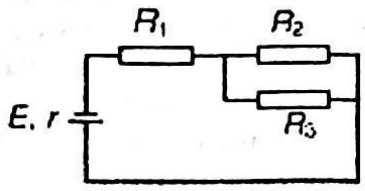
90. Cinci baterii identice având t.e.m. E şi rezistenţa internă r se leagă succesiv în serie şi apoi în paralel la bornele aceluiaşi consumator, constatându-se că puterea disipată de consumator în ambele situaţii are aceeaşi valoare P=250 W. Să se afle:
a. relaţia dintre rezistenţa internă r a unei baterii şi rezistenţa electrică R a consumatorului
b. puterea disipată de consumator, dacă la bornele sale este conectată o singură baterie
c. numărul de baterii identice care, legate în serie la bornele consumatorului, determină ca puterea disipată de acesta să fie egală cu P_n=160 W
d. t.e.m. a unei baterii considerând că rezistenţa electrică a consumatorului are valoarea R=10 Ω

91. O sursă cu tensiunea electromotoare E=10 V şi rezistenţa internă r=5 Ω debitează un curent electric pe o rezistenţă R. Să se afle:
a. valoarea energiei electrice printr-un rezistor R=15 Ω, într-un interval de timp de t=3 h
b. valoarea lui R pentru care tensiunea la bornele sursei este $E/5$
c. valoarea randamentului transferului de putere în circuitul exterior în condiţiile punctului **b.**
d. valorile lui R în funcţie de r, pentru care puterea debitată în circuit reprezintă o pătrime din valoarea corespunzătoare a puterii maxime pe care o poate debita sursa pe circuitul exterior

92. La bornele unei surse electrice se leagă în serie rezistoarele cu rezistenţele R_1 şi R_2=15 Ω. Diferenţa de potenţial la bornele rezistorului R_1 este U_1=12 V. În cele două rezistoare se dezvoltă puterea P=36 W. Să se afle:
a. rezistenţa R_1
b. parametrii sursei electrice, dacă puterea debitată în circuitul exterior reprezintă k=0,8 din puterea debitată de sursa electrică
c. puterea disipată de sursa de tensiune
d. indicaţia unui voltmetru cu rezistenţa R_V=10 Ω legat în circuitul dat pentru a măsura tensiunea la bornele rezistorului R_1

93. La bornele unei baterii formate din n=20 surse electrice legate în serie, fiecare având t.e.m. E=6 V şi rezistenţa internă r=0,5 Ω, se conectează un rezistor. Puterea disipată în rezistor este P=360 W. Să se afle:
a. t.e.m. şi rezistenţa internă a sursei echivalente cu bateria dată
b. rezistenţa rezistorului
c. randamentul circuitului electric
d. valoarea puterii totale furnizate de baterie dacă în paralel cu rezistorul existent în circuit se conectează unul identic

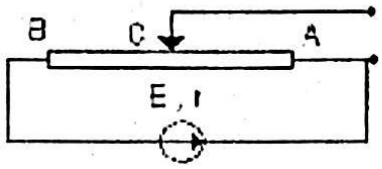
94. Pentru circuitul electric din figura alăturată se cunosc R_1=2 Ω, R_2=4 Ω, R_3=6 Ω, r=0,6 Ω şi intensitatea curentului electric prin rezistorul R_2, I_2=3A. Să se afle:



a. intensităţile curenţilor prin celelalte rezistenţe
b. intensitatea curentului de scurtcircuit al sursei
c. puterea disipată de sursă în circuitul exterior
d. rezistenţele rezistorului care, conectat în locul celor trei rezistoare, face ca puterea debitată în circuitul exterior să fie k=0,75 din puterea maximă pe care o poate furniza sursa electrică dată circuitului exterior

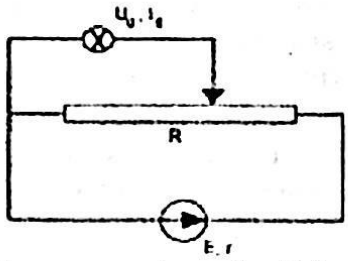
95. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare E=24 V şi rezistenţa internă r=0,5 Ω se leagă un rezistor cu rezistenţa R=1,9 Ω, în serie cu un montaj paralel de două becuri. Primul bec consumă o putere P_1=24 W, iar al doilea consumă o putere P_2=36 W. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric prin baterie
b. rezistenţa echivalentă a grupării de becuri
c. raportul dintre puterea circuitului exterior şi puterea totală a bateriei

96. La bornele unui generator cu tensiunea electromotoare E=30 V şi rezistenţa internă r=1 Ω se leagă un reostat cu cursor a cărui rezistenţă totală este R=5 Ω. Să se afle:



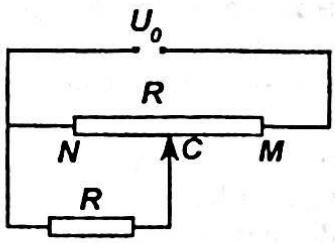
a. tensiunea măsurată de un voltmetru ideal legat între punctele A şi C atunci când AC=AB/5
b. valorile extreme ale tensiunii măsurate de un voltmetru ideal între A şi C atunci când cursorul C se deplasează de la un capăt la celălalt al reostatului
c. valoarea rezistenţei R_{AC} dacă în locul voltmetrului legat între A şi C se leagă o rezistenţă R_1=6 Ω iar cursorul se deplasează astfel ca pe această rezistenţă să se disipe puterea P_1=24 W
d. puterea absorbită de circuitul exterior în condiţiile de la punctul **c.**

97. Se consideră un circuit electric simplu format dintr-un generator cu cu tensiunea electromotoare E=8 V şi rezistenţa internă r=1,5 Ω la bornele căruia este legat un reostat cu rezistenţe R=50 Ω. Să se afle:
a. valorile rezistenţei reostatului pentru care puterea disipată de generator pe circuitul exterior are aceeaşi valoare P=2,5 W
b. raportul intensităţilor curenţilor electrici prin reostate în condiţiile punctului **a.**



c. Se utilizează un generator cu tensiunea electromotoare E=8 V şi rezistenţa internă r=2,5 Ω şi reostatul în montajul de alimentare a unui bec ca în figura alăturată. Becul funcţionează normal la tensiunea U_0=3,5 V. Să se afle intensitatea I a intensităţii curentului electric debitat de generator dacă la bornele becului se află o fracţiune f=75% din rezistenţa R
d. puterea absorbită de bec în condiţiile punctului **c.**

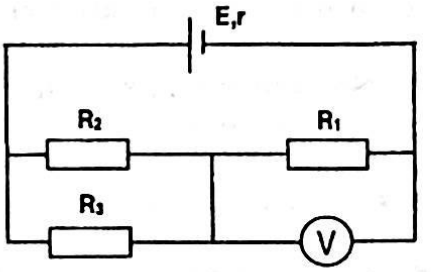
98. Pentru reglarea tensiunii pe o sarcină R se utilizează montajul din figura alăturată, în care sarcina şi potenţiometru au aceeaşi rezistenţă electrică R, iar tensiunea de la intrarea în circuit este U_0. Să se afle:



a. intensitatea curentului prin porţiunea MC a rezistorului potenţiometrului când cursorul C se află la mijlocul acestuia

b. raportul dintre puterea dezvoltată în sarcină şi puterea dezvoltată în circuitul exterior când cursorul rămâne la jumătatea rezistorului potenţiometrului
c. fracţiunea $f=R_{MC}/R_{NC}$ în care cursorul C trebuie să împartă rezistenţa potenţiometrului astfel încât tensiunea pe sarcină să fie $U_0/2$

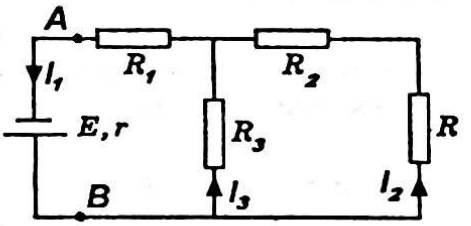
99. Fie circuitul din figura alăturată, în care se cunosc $R_2=40\ \Omega$, $R_3=120\ \Omega$, rezistenţa internă a sursei $r=5\ \Omega$, iar voltmetrul ideal indică $U_1=90$ V. Puterea consumată pe circuitul extern este $P=300$ W. Să se afle:



a. intensitatea curentului electric care străbate sursa
b. puterea sursei
c. energia consumată de circuitul exterior în timpul $t=5$ min
d. randamentul circuitului

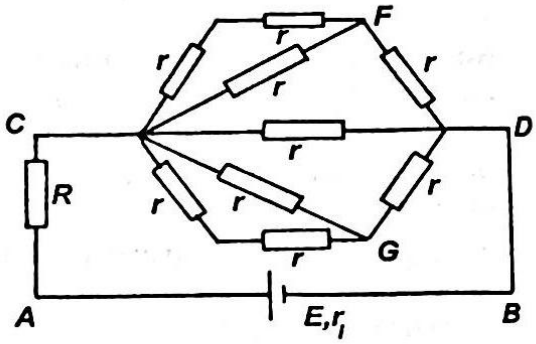
100. Se conectează la aceeaşi sursă de tensiune U pe rând o rezistenţă R_1 şi apoi o rezistenţă R_2. Rezistenţa R_1 degajă o cantitate de căldură Q într-un interval de timp $t_1=20$ min, iar rezistenţa R_2 degajă aceeaşi cantitate de căldură Q într-un interval de timp $t_2=30$ min. Să se afle:
a. timpul în care cele două rezistenţe legate în serie şi conectate la aceeaşi sursă de tensiune U degajă împreună aceeaşi cantitate de căldură Q
b. timpul în care cele două rezistenţe legate în paralel şi conectate la aceeaşi sursă de tensiune U degajă împreună aceeaşi cantitate de căldură Q
c. rezistenţa R_1, este obţinută dintr-un fir metalic de aluminiu cu lungimea $\ell=1$ m, secţiunea $S=1$ mm^2, densitatea $d=2700$ kg/m^3, căldura specifică $c=1100$ J/kgK, rezistivitatea la $t_0=0^0$C, $\rho_0=3\cdot10^{-8}\ \Omega$m, coeficientul termic al rezistivităţii $\alpha=4\cdot10^{-3}$ K^{-1} şi temperatura de topire $t_t=650^0$C. Cunoscând temperatura mediului în care se lucrează, $t_1=20^0$C şi pierderile de căldură $f=10\%$, firul poate suporta un curent cu intensitatea $I=10$ A, timp $\tau=3$ min, fără să se topească, dacă se neglijează dilatarea firului?

101. La bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=22$ V şi rezistenţa internă $r=1,1\ \Omega$ se leagă ca în figura alăturată, ansamblul de rezistoare ce rezistenţele R_1, R_2, R_3 şi R. Rezistenţa circuitului conectat la bornele A şi B ale sursei este egală cu R. Puterea în rezistorul R din circuit este $P=27,5$ W. Să se afle:



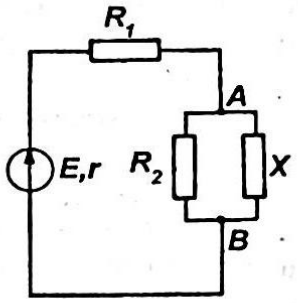
a. valoarea rezistenţei R, ştiind că puterea furnizată de baterie în circuitul exterior este maximă
b. valorile intensităţilor curenţilor prin fiecare rezistor
c. valorile rezistenţelor R_1 şi R_2 în funcţie de valoarea rezistenţei R_3 şi domeniul în care poate lua valori rezistenţa R_3
d. lungimea ℓ şi secţiunea S a conductorului rezistorului R, ştiind că în intervalul de timp $\tau=10$ s, rezistenţa creşte cu $f=0,5\%$, în condiţiile în care puterea P nu se modifică şi se neglijează pierderile de căldură spre exterior, iar iniţial temperatura rezistenţei R a fost $t_0=0^0$C. Se cunosc rezistivitatea materialului din care a fost realizată rezistenţa R, $\rho=2\cdot10^{-8}\ \Omega$m, coeficientul termic al rezistivităţii $\alpha=4\cdot10^{-3}$ K^{-1}, densitatea $d=8900$ kg/m^3 şi căldura specifică $c=400$ J/kgK

102. Un circuit este alcătuit din nouă rezistențe egale r, care formează laturile unui hexagon și diagonalele care pleacă din același vârf, conform figurii alăturate. Circuitul este alimentat de o sursă cu tensiunea electromotoare E=110 V și cu rezistența internă r_i=2 Ω, printr-o rezistență R=7 Ω. Se știe că circuitul exterior absoarbe de la sursă o putere P=968 W. Să se afle:



a. intensitatea curentului care străbate sursa
b. puterea consumată în laturile hexagonului
c. tensiunea U_{CD} și valoarea unei rezistențe r
d. intensitățile curenților, care trec prin toate laturile hexagonului

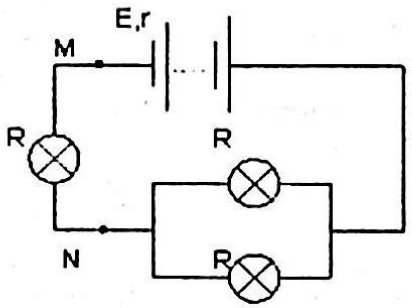
103. Fie circuitul din figura alăturată, în care se cunosc E=120V, r=1 Ω, R_1=19 Ω, R_2=20 Ω. Să se afle:



a. valorile rezistenței X, pentru ca puterea disipată pe aceasta să fie P=80 W
b. tensiunea între punctele A și B, în cele două situații
c. raportul puterilor sursei, în cele două situații
d. randamentele montajului, în cele două situații

104. Un receptor de energie electrică cu puterea P=100 W este conectat prin intermediul a două conductoare la o rețea de curent continuu, cu tensiunea U=220 V. Receptorul este un rezistor cu rezistența R, a cărei mărime poate fi variată. Pentru o valoare unică a rezistenței electrice a receptorului se obține o singură valoare P a puterii receptorului. Să se afle:
a. rezistența electrică a conductoarelor de legătură
b. intensitatea curentului electric prin receptor în condițiile punctului **a.**
c. intensitatea curentului electric prin receptor, dacă conductoarele de legătură au rezistența de trei ori mai mare decât cea determinată la punctul **a.**

105. O baterie formată din 5 acumulatoare grupate în serie are tensiunea electromotoarea unei baterii E=1,8 V. La bornele acesteia este conectată o grupare de becuri identice de rezistențe R=5 Ω fiecare, ca în figura alăturată. Tensiunea la bornele bateriei este U=7,5 V. Să se afle:

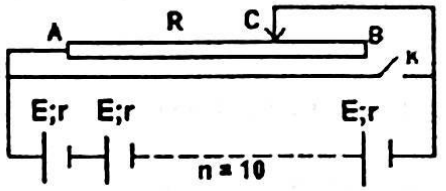


a. intensitatea curentului prin circuitul principal
b. rezistența internă a unui singur acumulator
c. cum luminează becurile rămase dacă unul din becurile legate în paralel se arde
d. variația puterii consumate de becuri după arderea becului de la punctul **c.**

106. Un număr n=6 surse de tensiune identice, având fiecare t.e.m E și rezistența interioară r=600 mΩ, sunt grupate în paralel formând o baterie ce alimentează o grupare de trei rezistoare. Rezistoarele sunt conectate astfel: rezistorul R_2 legat în paralel cu rezistorul R_3, iar gruparea celor două înseriată cu rezistorul R_1. Rezistențele rezistoarelor au valorile: R_1=5 Ω, R_2=6 Ω, R_3=4 Ω. Energia electrică disipată în rezistorul R_2 în timpul Δt=1min este W_2=12,96 kJ. Să se afle:
a. intensitatea curentului electric prin rezistorul de rezistență R_2
b. intensitatea curentului electric care parcurge rezistorul R_1
c. intensitatea curentului electric ce străbate una dintre sursele de tensiune

d. puterea electrică totală furnizată de o sursă circuitului electric

107. O baterie formată din n=10 elemente identice legate în serie, fiecare element având cu tensiunea electromotoare E=1,5 V şi rezistenţa internă r=0,2 Ω este conectată la un reostat cu rezistenţa electrică variabilă cuprinsă între 0 şi R=15 Ω şi lungimea ℓ=15 cm. Să se afle:



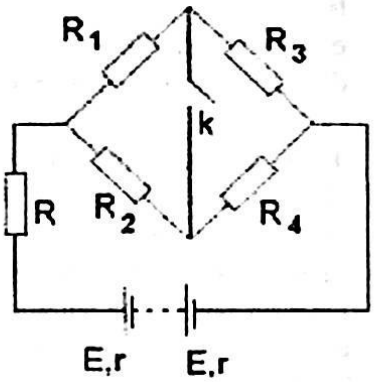
a. intensitatea curentului electric prin circuit dacă întrerupătorul K este deschis şi distanţa AC este x=13 cm

b. Justificaţi ce se întâmplă cu puterea electrică disipată pe circuitului exterior când cursorul se deplasează din punctul A spre punctul B

c. valorile între care variază puterea disipată pe circuitul exterior la deplasarea cursorului de la punctul A spre punctul B

d. intensitatea curentului electric care se stabileşte prin baterie la închiderea întrerupătorului

108. Fie un circuit electric a cărui diagramă este redată grafic în figura alăturată. Se cunosc R_1=5 Ω, R_2=7 Ω, R_3=15 Ω, R_4=13 Ω. Generatorul electric este format din n=10 elemente legate în serie, fiecare având tensiunea electromotoare E=3 V şi rezistenţa internă r=0,1 Ω. Să se afle:



a. rezistenţa R din circuit pentru care intensitatea curentului electric din ramura cu generatorul electric este I=2 A, când comutatorul este deschis

b. puterea electrică disipată în rezistorul R când comutatorul este deschis

c. puterea electrică disipată în circuitul exterior în situaţia în care comutatorul se închide şi rezistenţa R are valoarea de la punctul **a.**

d. valoarea rezistenţei R_1 dacă la închiderea comutatorului prin acesta nu circulă curent electric

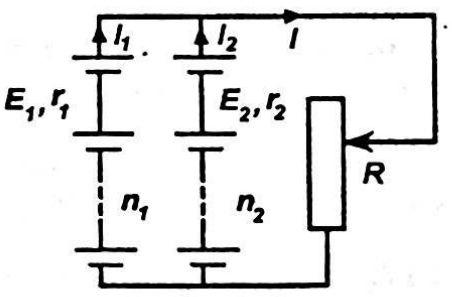
109. Cu ajutorul a opt surse identice cu tensiunea electromotoare E=4 V şi rezistenţa internă r=8/15 Ω se formează următorul montaj: trei surse se leagă în serie, restul de surse se leagă tot în serie şi cele două grupări astfel formate se leagă în paralel. Cu ansamblul astfel format se alimentează un reostat cu cursor. Să se afle:

a. valorile tensiunii şi a rezistenţei interne ale sursei echivalente, care ar înlocui cele opt surse

b. valoarea rezistenţei reostatului, astfel încât prin ramura cu trei surse să nu circule curent electric

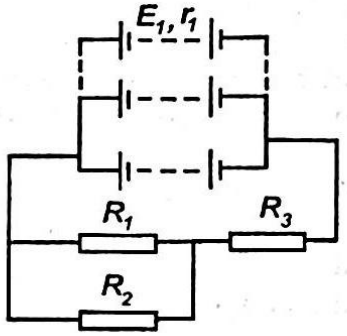
c. în ce domeniu trebuie să fie cuprinsă rezistenţa reostatului, dacă reostatul este alimentat de o singură sursă cu parametrii E şi r, astfel încât puterea disipată de reostat să fie mai mare decât $E^2/8r$?

110. Fie circuitul electric din figura alăturată, în care rezistenţa R=4 Ω se leagă în paralel cu două baterii de acumulatoare. Prima baterie este formată din n_1=8 elemente legate în serie, iar a doua din n_2=5 elemente legate tot în serie. Elementele celor două baterii sunt identice, fiecare având tensiunea electromotoare E=2V şi rezistenţa r=0,2 Ω. Să se afle:



a. intensităţile curenţilor prin fiecare latură
b. rezistenţa R, dacă intensitatea curentului prin ramura cu n_2 acumulatoare se anulează
c. rezistenţa R, astfel încât puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă
d. puterea maximă disipată pe rezistenţa R

111. Se utilizează un număr N=20 surse identice cu care se realizează o baterie prin gruparea lor în n=5 ramuri identice ca în figura alăturată. Fiecare sursă are tensiunea electromotoare E_1=3V şi rezistenţa internă r_1=0,1Ω. Circuitul exterior este format din rezistoarele cu rezistenţa R_1=2 Ω, R_2=3 Ω, R_3=4,72 Ω. Să se afle:



a. intensităţile curenţilor electrici prin rezistoare şi în ramurile bateriei
b. puterea degajată de rezistenţa R_2
c. randamentul transferului de putere
d. energia electrică furnizată în Δt=5 min de rzistorul R_1

112. O baterie este formată din N=300 generatoare identice, fiecare cu tensiunea electromotoare E=1 V şi rezistenţa internă r=0,3 Ω. Generatoarele sunt legate în n grupări paralel, fiecare grupare având m generatoare legate în serie. Bateria alimentează un rezistor cu rezistenţa electrică R=10 Ω, astfel ca puterea disipată pe rezistorul R să fie maximă. Să se afle:
a. numărul de generatoare legate în serie
b. parametrii generatorului echivalent
c. puterea maximă disipată pe rezistorul R
d. tensiunea la bornele rezistorului

113. O sursă cu parametrii E si r disipă pe un rezistor o putere P. Legând în serie cu sursa dată o sursă identică cu prima, puterea disipată pe rezistor creşte cu f=44%. Conectând în serie cu primele două surse încă o sursă identică cu ele, de câte ori va creşte puterea disipată pe rezistor comparativ cu puterea disipată de prima sursă P?

114. Se constată că la legarea serie sau paralel a n=4 surse identice pe acelaşi rezistor se disipă aceeaşi putere P=160 W. Ce putere va disipa o singură sursă pe acelaşi rezistor?

115. Se transmite de la o sursă de tensiune U_0=220 V pe două linii de transport fiecare cu lungimea ℓ=100 m o putere P=60 W la un consumator. Pierderile de tensiune pe linii sunt f=0,1. Cunoscând rezistivitate $\rho=10^{-7}$ Ωm a metalului din care este confecţionată linia, să se afle diametrul secţiunii minime a conductoarelor de linie.

116. Se transportă energie electrică pe două linii de transport fiecare cu lungimea ℓ=100 m, confecţionate dintr-un conductor cu rezistivitatea $\rho=10^{-7}$ Ωm. Intensitatea curentului care revine unităţii de secţiune a conductoarelor este $j=10^6$ A/m^2, iar pierderea de tensiune pe linii este f=0,1. Să se afle tensiunea sub care este transmisă energia electrică.

117. Două acumulatoare au tensiunile electromotoare identice. Primul acumulator poate furniza unui circuit exterior o putere maximă P_1=30 W, iar cel

de-al doilea P_2=10 W. Să se afle puterea maximă pe care gruparea acumulatoarelor o furnizează circuitului exterior, dacă acumulatoarele sunt legate în:
a. serie
b. paralel

118. Un acumulator legat la un rezistor exterior are randamentul de utilizare η_1=40%, alt acumulator, legat la bornele aceluiaşi rezistor, are randamentul de utilizare η_2=60%. Să se afle randamentul de utilizare a grupării, dacă se conectează acumulatorii la bornele aceluiaşi rezistor în:
a. serie
b. paralel

1.1. Noţiuni termodinamice de bază

1. a. Din definiţie masa molară este numeric egală cu suma maselor molecurare relative, astfel că $\mu_{NO} = m_{rN} + m_{rO} = 30$ g/mol

b. Pentru a afla numărul de molecule conţinute în masa m, calculăm numărul de moli. Ştiind că în fiecare mol de substanţă numărul de molecule este $N_A \approx 6{,}023 \cdot 10^{23}$ molecule, atunci: $N = N_A \cdot \nu = N_A \cdot \frac{m}{\mu} \approx 4 \cdot 10^{25}$ molecule.

c. Cunoscând masa molară şi ştiind că într-un mol se află N_A molecule, atunci: $\mu = N_A \cdot m_0 \Rightarrow$ masa unei molecule este: $m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 5 \cdot 10^{-26}$ kg.

d. Presupunem că moleculele sunt distribuite uniform în incintă şi ocupă fiecare câte o "cămăruţă" cubică identică. Latura acestui cub reprezintă distanţa medie dintre cele două molecule din incintă.
Considerăm un mol de gaz în condiţii normale. Volumul ocupat de acest mol este volumul molar $V_{\mu_0} \approx 22{,}41$ L. Cum într-un mol se află N_A molecule, atunci volumul unei cămăruţe cubice aferente unei molecule este:

$$v = \frac{V_{\mu_0}}{N_A} = \ell^3 \Rightarrow \ell = \sqrt[3]{\frac{V_{\mu_0}}{N_A}} \approx 3{,}33 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

2.a. Cum masa molară este numeric egală cu masa moleculară relativă atunci $\mu_{H2} = m_{rH2} \Rightarrow m_{rH} = \frac{m_{rH2}}{2} = 1$ şi analog $m_{rO} = \frac{m_{rO2}}{2}$. Astfel masa molară a apei este numeric egală cu masa moleculară relativă formată din masele atomice relative: $m_{rH2O} = 2m_{rH} + m_{rO} = 18$.

Din $\mu = N_A m_0 \Rightarrow m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ kg

b. Din $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{\mu\nu}{\rho} = \frac{\mu N}{\rho N_A} \Rightarrow$ volumul care revine unei molecule este

$$v_{molecula} = \frac{V}{N} = \frac{\mu}{\rho N_A} \approx 2{,}99 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$$

c. Numărul de molecule care se găsesc în apă este $N = N_A \nu = \frac{N_A m}{\mu} \approx 3{,}34 \cdot 10^{20}$ molecule

d. Din ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT \Rightarrow V = \frac{\nu RT}{p} = \frac{mRT}{\mu p} \approx 15{,}38$ L

3. a. Aplicăm ecuaţia termică de stare: $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT} = 0{,}645$ moli

b. Din $\mu = N_A m_0 \Rightarrow m_0 = \frac{\mu}{N_A} \approx 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ kg. Exprimăm masa moleculei de apă cu ajutorul unităţii atomice de masă, adică calculăm masa moleculară relativă

$m_{r_{gaz}} = \frac{m_0}{u} \approx 18$. Observăm că masa moleculară relativă este numeric egală cu masa molară.

c. Din definiție $\rho = \frac{m}{V} = \frac{mp}{\nu RT} = \frac{\mu p}{RT} \approx 1{,}16$ kg/m³

d. Aplicăm ecuația termică de stare în starea finală:

$p'V = \nu RT' \Rightarrow p' = \frac{3\nu RT}{V} = 3p = 6 \cdot 10^5$ N/m².

4. a. Din definiția $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu}$, obținem $m = \frac{\mu N}{N_A} = 140$ g

b. Din definiția concentrației volumice obținem

$n = \frac{N}{V} = \frac{Np}{\nu RT} = \frac{N_A p}{RT} \approx 3{,}6 \cdot 10^{25}$ molecule/m³

c. Numărul de molecule rămase în vas este $N_r = N - N_{scoasa} = N - fN \Rightarrow$

$N_r = N(1-f) \approx 1{,}81 \cdot 10^{24}$ molecule

d. Noua presiune din vas este $p' = \frac{\nu' RT}{V}$, unde $\nu' = \frac{N_r}{N_A} = \frac{N(1-f)}{N_A} = \nu(1-f)$,

astfel că $p' = \frac{\nu(1-f)RT}{V} = p(1-f) = 90$ kPa

5. a. Numărul de molecule este $N = N_A \nu = N_A \frac{pV}{RT} \approx 7{,}22 \cdot 10^{24}$ molecule

b. Masa de H_2 rămasă în butelie este $m_r = m - m_{scoasă} = m - fm = m(1-f)$. Cum

$m = \mu\nu = \mu \frac{pV}{RT} \Rightarrow m_r = \mu \frac{pV}{RT}(1-f) = 16{,}8$ g

c. Numărul de molecule care au părăsit incinta este

$N' = N_A \nu_s = N_A \frac{fm}{\mu} = N_A f\nu = N_A f \frac{pV}{RT} \approx 2{,}16 \cdot 10^{24}$ molecule

d. În final $p' = \frac{\nu_r RT}{V} = \frac{m_r RT}{\mu V} = \frac{\nu(1-f)RT}{V} = p(1-f) = 8{,}4 \cdot 10^5$ Pa

6. a. Din ecuația de stare $p_1 V = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{\mu p_1 V}{mR} = 800$ K

b. Densitatea gazului este $\rho = \frac{m}{V} \approx 0{,}32$ kg/m³

c. Deoarece întreaga cantitate de oxigen a disociat, cum oxigenul este biatomic, numărul de atomi obținuți este dublu decât numărul inițial de molecule de oxigen. Astfel $N_a = 2N \Rightarrow \nu_f = 2\nu = \frac{2m}{\mu} = 0{,}08$ moli

d. Din ecuația de stare $p_2 V = \nu_f RT_2 = 2\nu RT_2 \Rightarrow p_2 = \frac{2\nu RT_2}{V} = \frac{2pT_2}{T_1} = 3{,}32 \cdot 10^5$ Pa

7.a. Cantitatea de oxigen din butelie în starea inițială este $\nu = \frac{pV}{RT} \approx 12$ moli

b. Din $\rho = \frac{m}{V}$ și $pV = \nu RT$ obținem $\rho = \frac{mp}{\nu RT} = \frac{\mu \cdot p}{RT} \approx 7{,}7$ kg/m³

c. Masa de gaz care părăsește butelia este $\Delta m = m - m' = \mu(\nu - \nu') \Rightarrow$

$$\Delta m = \mu\left(\frac{pV}{RT} - \frac{p'V}{RT}\right) = \frac{\mu \cdot pV}{2RT} \Rightarrow t = \frac{\Delta m}{D_m} = \frac{\mu \cdot pV}{2RTD_m} \approx 48{,}13 \text{ min}$$

d. Masa comsumată este $m_1 = D_m \Delta t$ =40 g, astfel că masa rămasă în butelie va fi $m_r = m - \Delta m = \mu\nu - \Delta m$ =344 g, astfel că $p_f = \frac{m_r RT}{\mu V} \approx 5{,}18 \cdot 10^5$ Pa

8. a. Numărul inițial de molecule de gaz din butelie este $N = N_A \nu$. Din ecuația termică de stare: $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT}$, astfel ca $N = \frac{N_A pV}{RT} \approx 3 \cdot 10^{23}$ molecule

b. Din $V = \frac{\nu RT}{p} = \frac{mRT}{p\mu}$ și cum $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} \approx 3{,}21$ kg/m³

c. Deoarece presiunea în butelie este mai mare decât cea atmosferică, când butelia se deschide iese gaz din aceasta până când presiunea din butelie devine egală cu cea atmosferică. Astfel: $m_{iesita} = m_i - m_f = \mu\nu_i - \mu\nu_f = \mu(\nu_i - \nu_f) \Rightarrow$

$m_{iesita} = \mu\left(\frac{pV}{RT} - \frac{p_0 V}{RT}\right) = \frac{\mu(p - p_0)V}{RT}$. Raportul cerut este $f = \frac{m_{ramasă}}{m_{iesita}}$

și cum $m_f = m_{rmasă} = \mu\nu_f = \frac{\mu \cdot p_0 V}{RT} \Rightarrow f = \frac{p_0}{p - p_0} \approx 0{,}667$

d. Cantitatea de gaz care rămâne în butelie este $\nu_f = \frac{p_0 V}{RT} \approx 0{,}2$ moli

9. a. Din definiție $\rho = \frac{m}{V}$ și din ecuația termică de stare $p_i V = \nu RT \Rightarrow$

$$p_i V = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p_i \mu} \Rightarrow \rho = \frac{p_i \mu}{RT} \approx 1{,}85 \text{ kg/m}^3$$

b. Utilizăm ecuația termică de stare pentru gazul care a pătruns în corpul de pompă: $p_0 V_1 = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{p_0 V_1 \mu}{RT} \approx 0{,}116$ g

c. Numărul de moli finali din vas este $\nu_f = \frac{p_f V}{RT} \approx 0{,}72$ moli

d. Numărul de moli inițial din vas este $\nu_i = \frac{p_i V}{RT}$ și numărul de moli din corpul de pompă este $\nu_0 = \frac{p_0 V}{RT}$. Utilizăm legea de conservare a numărului de moli:

$$\nu_f = \nu_i + N\nu_0 \Rightarrow \frac{p_f V}{RT} = \frac{p_i V}{RT} + \frac{N p_0 V_1}{RT} \Rightarrow N = \frac{(p_f - p_i) \cdot V}{p_0 V_1} = 20$$

10. a. Numărul de molecule introduse la o singură pompare este $N = N_A\nu = \frac{N_A p_0 V_0}{RT} \approx 2{,}4\cdot 10^{25}$ molecule

b. Densitatea aerului din balon în situaţia iniţială este $\rho = \frac{m}{V} = \frac{mp_0}{\nu RT} = \frac{\mu p_0}{RT} \approx 1{,}16$ kg/mol

c. După N pompări masa introdusă este:

$$m = Nm_{pompare} = N\mu\nu_{pompare} = N\mu\frac{p_0V_0}{RT} \approx 11{,}6 \text{ g}$$

d. Presiunea finală în balonul de sticlă este $p_f = p_0 + \Delta p$, astfel că masa totală introdusă în balon fără să se spargă balonul este:

$$\Delta m = \mu(\nu_f - \nu_i) = \mu\left(\frac{p_f V}{RT} - \frac{p_0 V}{RT}\right) = \frac{\mu V \Delta p}{RT}.$$

Cum $\Delta m = N\mu\frac{p_0V_0}{RT}$, din cele două relaţii rezultă $N = \frac{\Delta pV}{p_0V_0}$ =40 pompări

11. a. Numărul de molecule din butelie în starea iniţială este $N = N_A\nu = \frac{N_A p_0 V}{RT} \approx 2{,}41\cdot 10^{23}$ molecule

b. Numărul de molecule din butelie după vidare este $N = N_A\nu' = \frac{N_A pV}{RT} \Rightarrow$

$N \approx 2{,}41\cdot 10^{20}$ molecule

c. Aflăm presiunea care se obţine în vas după prima cursă a pompei de vidare. Iniţial gazul se află numai în vas şi apoi pătrunde în corpul de pompă la aceeaşi temperatură mărindu-şi volumul, astfel presiunea gazului scade. Utilizăm ecuaţia transformării izoterme şi aflăm presiunea p_1 la sfârşitul primei curse:

$$p_0V = p_1(V + V_1) \Rightarrow p_1 = \frac{p_0V}{V + V_1}.$$

Se închide supapa care leagă vasul cu pompa şi se evacuează gazul care a pătruns în corpul de pompă. La începutul cursei a doua a pompei în vas presiunea este p_1 şi după deschiderea supapei care leagă vasul cu pompa presiunea în vas devine p_2 calculabilă cu ajutorul legii izotermei rezultă că:

$$p_1V = p_2(V + V_1) \Rightarrow p_2 = p_1\frac{V}{V + V_1} = p_0\left(\frac{V}{V + V_1}\right)^2.$$

Apoi după închiderea supapei gazul care a pătruns în corpul de pompă este din nou evacuat. Pe baza acestui raţionament, după n curse presiunea în vas devine:

$$p_n = p_0\left(\frac{V}{V+V_1}\right)^n \Rightarrow \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V}{V+V_1}\right)^n \Rightarrow \lg\left(\frac{p}{p_0}\right) = n\lg\left(\frac{V}{V+V_1}\right) \Rightarrow n = \frac{\lg\left(\frac{p_0}{p}\right)}{\lg\left(\frac{V+V_1}{V}\right)} \approx 349$$

d. Iniţial în corpul de pompă pătrunde gaz la presiunea p_0, apoi la p_1, p_2 şi aşa mai departe. Cum $p_2<p_1<p_0 \Rightarrow \nu_2<\nu_1<\nu_0$ pe măsură ce pompa videază numărul de molecule care pătrund în corpul de pompă este din ce în ce mai mic

12. a. Masa inițială de oxigen din butelie este $m_i = \mu\nu_1 = \frac{\mu \cdot p_1 V}{RT_1} \approx 2{,}77$ g

b. Din $\Delta m = m_i - m_f = \mu(\nu_i - \nu_f) = \mu\left(\frac{p_1 V}{RT_1} - \frac{p_2 V}{RT_2}\right) = \frac{\mu V}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) \approx 1{,}61$ g

c. $N_2 = N_A \nu_f = N_A \frac{p_2 V}{RT_2} \approx 2{,}17 \cdot 10^{25}$ molecule

d. Masa de aer introdusă este:

$$\Delta m' = \mu_{aer}(\nu' - \nu_f) = \mu_{aer}\left(\frac{p_1 V}{RT_2} - \frac{p_2 V}{RT_2}\right) = \frac{\mu_{aer} V}{RT_2}(p_1 - p_2) \approx 0{,}155 \text{ g}$$

13. a. Densitatea inițială a aerului din rezervor este:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V} = \frac{\mu\nu_1}{V} = \frac{\mu p}{RT_1} \approx 2{,}9 \text{ kg/m}^3$$

b. Numărul de moli care au părăsit rezervorul este $\Delta\nu = \Delta m / \mu \approx 207$ moli

c. Din $\Delta m = m_f - m_i = \mu(\nu_f - \nu_i) = \mu\left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2}\right) = \frac{\mu p V(T_2 - T_1)}{RT_1 T_2} \Rightarrow$

$$V = \frac{\Delta m R T_1 T_2}{\mu \cdot p(T_2 - T_1)} \approx 63{,}96 \text{ m}^3$$

d. Masa de aer rămasă în rezervor este $m_2 = \mu\nu_2 = \mu\frac{pV}{RT_1} = \frac{\Delta m T_2}{T_2 - T_1} = 182$ kg

14. a. Numărul de moli din recipient este $\nu = m/\mu = 25$ moli

b. Numărul de molecule din unitatea de volum este $n = N/V_1 = N_A\nu/V_1$, unde volumul gazului este $V_1 = \nu RT / p \Rightarrow n = N_A p / RT \approx 4{,}83 \cdot 10^{25}$ molecule/m^3

c. Din conservarea numărului de moli pentru sistem obținem: $\nu_f = \nu_1 + \nu_2$.

Cum $\nu_f = \frac{p_f(V_1 + V_2)}{RT}$, $\nu_1 = \frac{p V_1}{RT}$ și $\nu_2 = \frac{p_2 V_2}{RT}$ obținem $p_f(V_1 + V_2) = pV_1 + p_2 V_2$

$\Rightarrow p_f = (p + 3p_2)/4 = 1{,}25 \cdot 10^5$ N/m^2

d. Cum $p_f(V_1 + V_2) = \nu_f RT$ și $p'(V_1 + V_2) = \nu_f RT'$ prin împărțirea relațiilor obținem

$\frac{p'}{p_f} = \frac{T'}{T} = 2 \Rightarrow p' = 2p_f = 2{,}5 \cdot 10^5$ N/m^2

15. a. Din ecuația de stare $pV = (\nu_1 + \nu_2)RT = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)RT \Rightarrow p = 3 \cdot 10^5$ Pa

b. Numărul de molecule de azot din butelie este $N = N_A\nu_2 = N_A\frac{m_2}{\mu_2} \Rightarrow$

$N = 4{,}515 \cdot 10^{23}$ molecule

c. $\mu = \frac{m}{\nu} = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2} = 29$ g/mol, deoarece $(\nu_1 + \nu_2) = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)$

d. Din ecuația de stare în stare finală obținem

$$p_{max}V=(\nu_1+\nu_2)RT_{max}=\left(\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}\right)RT_{max}\Rightarrow T_{max}=600\text{ K}$$

16. a. Aplicăm ecuația termică de stare: $pV=\nu_1RT\Rightarrow p=\frac{\nu RT}{V}=1{,}2\cdot10^6$ Pa

b. $m=\mu\cdot\nu_1=112$ g.

c. Utilizăm pentru amestecul format ecuația termică de stare în starea finală:

$$p_fV=\nu_fR(T+\Delta T)=(\nu_1+\nu_2+\nu_3)R(T+\Delta T)\Rightarrow p_f=\frac{(\nu_1+\nu_2+\nu_3)R(T+\Delta T)}{V}\Rightarrow$$

$p_f=4{,}8\cdot10^6$ Pa

d. Masa molară a amestecului este $\mu=\frac{m}{\nu}=\frac{m_1+m_2+m_3}{\nu}=\frac{\mu_1\nu_1+\mu_2\nu_2+\mu_3\nu_3}{\nu_1+\nu_2+\nu_3}$

$\Rightarrow\mu=15$ g/mol

17. a. Cum $\nu_{O2}=N/N_A=3$ moli, atunci masa oxigenului din balon este $m=\mu\nu_{O2}=96$ g, iar densitatea acestuia este $\rho=m/V=1{,}155$ kg/m^3

b. Pe baza ecuației termice de stare, obținem $p=\frac{\nu RT}{V}=9{,}6\cdot10^4$ Pa

c. Concentrația volumică a moleculelor din butelie, după introducerea unei mase de heliu m_{He} este $n=N_t/V$, unde N_t reprezintă numărul total de molecule. Astfel că $N_t=N+N_{He}$, cu $N_{He}=m_{He}N_A/\mu_{He}\approx42{,}161\cdot10^{23}$ molecule de heliu. Obținem $n\approx7{,}248\cdot10^{25}$ molecule/m^3

d. Masa molară a amestecului de gaze este $\mu_m=\frac{m_t}{\nu_t}=\frac{m_{He}+m_{O2}}{\nu_{He}+\nu_{O2}}$, unde

$\nu_{He}=m_{He}/\mu_{He}=7$ moli. Obținem $\mu_m=12{,}4$ g/mol

18. a. Numărul total de molecule din amestec este:

$$N=N_1+N_2=(\nu_1+\nu_2)N_A=\left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}}+\frac{m_{Ne}}{\mu_{Ne}}\right)N_A=6{,}02\cdot10^{26}\text{ molecule}$$

b. Cum masa unei molecule de neon este $m_{0Ne}=\mu_{Ne}/N_A$ şi a unei molecule de heliu $m_{0He}=\mu_{He}/N_A$, raportul celor două mase ale moleculelor este $m_{0Ne}/m_{0He}=\mu_{Ne}/\mu_{He}=5$

c. Aplicăm ecuația termică de stare: $p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT\Rightarrow$

$$p=\left(\frac{m_{He}}{\mu_{He}}+\frac{m_{Ne}}{\mu_{Ne}}\right)RT/(V_1+V_2)=2{,}493\cdot10^5\text{ Pa}$$

d. $\mu_m=\frac{m_t}{\nu_t}=\frac{m_{He}+m_{Ne}}{\nu_{He}+\nu_{Ne}}=\frac{m_{He}+m_{Ne}}{m_{He}/\mu_{He}+m_{Ne}/\mu_{Ne}}=7{,}2$ g/mol

19.a. Masa azotului din vas este $m_{N2}=\mu_1\nu_1=\frac{\mu_1N_1}{N_A}=56$ g

b. Cum masa molară a amestecului este $\mu=\frac{m}{\nu}=\frac{m_1+m_2}{\nu}=\frac{\mu_1\nu_1+\mu_2\nu_2}{\nu_1+\nu_2}\Rightarrow$

$$\nu_2=\frac{\nu_1(\mu-\mu_1)}{\mu_2-\mu}\Rightarrow\frac{N_2}{N_A}=\frac{N_1}{N_A}\frac{(\mu-\mu_1)}{\mu_2-\mu}\Rightarrow N_2=\frac{N_1(\mu-\mu_1)}{\mu_2-\mu}\approx4\cdot10^{23}\text{ molecule}$$

c. $n=\frac{N}{V}=\frac{(N_1+N_2)p_0}{(\nu_1+\nu_2)RT}=\frac{N_A(\nu_1+\nu_2)p_0}{(\nu_1+\nu_2)RT_0}=\frac{N_Ap_0}{RT_0}\approx 2{,}64\cdot 10^{25}$ molecule/m³

d. Densitatea amestecului este $\rho=\frac{m}{V}=\frac{\mu\nu\cdot p_0}{\nu RT}=\frac{\mu\cdot p_0}{RT_0}\approx 1{,}278$ kg/m³

20.a. Din ecuația de stare $p_2V_2=\nu_2RT$ obținem $\nu_2=\frac{p_2V_2}{RT}$=2,5 moli

b. Din $\mu_m=\frac{m}{\nu}=\frac{m_1+m_2}{\nu_1+\nu_2}=\frac{\mu_1\nu_1+\mu_2\nu_2}{\nu_1+\nu_2}\Rightarrow\mu_2=\frac{\mu_m(\nu_1+\nu_2)-\mu_1\nu_1}{\nu_2}$=16 g/mol

c. $p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT\Rightarrow p=\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{V_1+V_2}$=5,05·10⁵ Pa

d. $\Delta m_2=m_{2i}-m_{2f}=\mu_2\frac{p_2V_2}{RT}-\mu_m\frac{pV_2}{RT}=\frac{V_2}{RT}(\mu_2p_2-\mu_mp)\approx 19{,}95$ g

21. Numărul de molecule din aerul aflat în prima butelie este: $N=N_A\,\nu=N_A\frac{p_1V_1}{RT}\approx 5\cdot 10^{23}$ molecule

b. Masa unei molecule de azot este $m_0=\frac{\mu_2}{N_A}\approx 4{,}6\cdot 10^{26}$ kg

c. Pentru a se sparge membrana primei butelii trebuie ca presiunea în butelia a doua să devină $p_2'=p_1+\Delta p$. Astfel masa minimă de azot care trebuie introdusă suplimentar în butelia a doua pentru a sparge membrana primei butelii este $\Delta m=m_f-m_i=\mu_2\left(\frac{p_2'V_2}{RT}-\frac{p_2V_2}{RT}\right)\approx 6$ g

d. Masa molară a amestecului obținut după spargerea membranei, ca urmare a introducerii azotului suplimentar este $\mu_{am}=\frac{m_1+m_2}{\nu_1+\nu_2}=\frac{\mu_1\nu_1+\nu_2\mu_2}{\nu_1+\nu_2}$, unde $\nu_1=\frac{p_1V_1}{RT}$ și $\nu_2=\frac{(p_1+\Delta p)V_2}{RT}$ reprezintă numărul de moli din fiecare butelie. Obținem: $\mu\approx 28{,}5$ g/mol

22. a. Masa amestecului este $\mu=\frac{m_i}{\nu_i}=\frac{m_1+m_2}{\nu_1+\nu_2}=\frac{4m_2}{\frac{3m_2}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}}\Rightarrow\mu_2$=2 g/mol

b. Densitatea amestecului este $\rho=\frac{m_i}{V}=\frac{\mu p}{RT}\approx 0{,}275$ kg/mol

c. Din ecuația de stare $pV=(\nu_1+\nu_2)RT$ și cum $\frac{m_1}{m_2}=\frac{\mu_1\nu_1}{\mu_2\nu_2}\Rightarrow\nu_2=\frac{2\nu_1}{3}$, astfel că $V\approx 11{,}6$L

d. Fracțiunea din masa de gaz conținută inițial în balon care a ieșit este $f=\frac{m_i-m_f}{m_i}=\frac{\nu_i-\nu_f}{\nu_i}$.

Numărul final de moli este: $\nu_f = \frac{p_f V}{RT_f} = \frac{0{,}75 p_i V}{0{,}8 RT_i} = 0{,}9375\nu_i$ astfel că f=6,25%.

23.a. $\frac{m_{O2}}{m_{N2}} = \frac{\mu_{O2}\nu_{O2}}{\mu_{N2}\nu_{N2}} = \frac{\mu_{O2} f\nu}{\mu_{N2}(1-f)\nu}$=8/21, deoarece $\nu_{O2} = f\nu$ şi $\nu_{N2} = (1-f)\nu$

b. Din ecuaţia de stare pentru amestec $pV = \nu RT$ şi din cea pentru oxigen $p_{O2}V = \nu_{O2}RT = f\nu RT$ obţinem $\frac{p}{p_{O2}} = \frac{1}{f} \Rightarrow p_{O2} = fp$=1,25p$_O$

c. $\mu = \frac{m}{\nu} = \frac{m_{O2} + m_{N2}}{\nu_{O2} + \nu_{N2}} = \frac{f\nu\mu_{O2} + (1-f)\nu\nu_{N2}}{\nu} = f\mu_{O2} + (1-f)\mu_{N2}$=29 g/mol

d. Dacă se înlocuieşte o parte din azot cu argon, astfel că numărul de moli de azot în final este $\nu'_{N2} = (1-f)\nu(1-f_1) = 7\nu/10$ şi numărul de moli de argon este $\nu_{Ar} = f_1\nu_{N2} = f_1(1-f)\nu = \nu/20$, unde f_1=1/15 atunci

$$\mu' = \frac{m'}{\nu'} = \frac{m_{O2} + m'_{N2} + m_{Ar}}{\nu_{O2} + \nu_{N2} + \nu_{Ar}} = \frac{f\nu\mu_{O2} + \nu'_{N2}\mu_{N2} + \nu_{Ar}\mu_{Ar}}{\nu} = 29{,}6 \text{ g/mol}$$

Astfel masa molară se modifică cu $\Delta\mu = \mu' - \mu$=0,6 g/mol

24. a. Masa molară a dioxidului de carbon este numeric egală cu suma maselor moleculare relative, astfel că $\mu_1 = m_{rC} + 2m_{rO}$=44 g/mol. Masa m_{01} a moleculei de dioxid de carbon este $m_{01} = \frac{\mu_1}{N_A} \approx 7{,}3 \cdot 10^{-26}$ kg

b. În probă sunt $\nu_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \approx 436{,}36$ mmoli CO_2, $\nu_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \approx 17{,}85$ mmoli de N_2 şi $\nu_3 = \frac{m_3}{\mu_3} \approx 7{,}5$ mmol de Ar. Cum $p_{Ar}V = \nu_3 RT$ şi $p_1 V = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)RT$ atunci

$$\frac{p_{Ar}}{p_1} = \frac{\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \approx 1{,}62\%$$

c. $\mu = \frac{m}{\nu} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} = \frac{\mu_1\nu_1 + \mu_2\nu_2 + \mu_3\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \approx 43{,}31$ g/mol

d. $\rho = \frac{m}{V} = \frac{mp_1}{\nu RT} = \frac{\mu \cdot p_1}{RT} \Rightarrow T = \frac{\mu \cdot p_1}{\rho R} \approx 280{,}63$ K

25.a. Numărul de moli de azot din compartimentul *A* este $\nu_{N_2} = m/\mu_{N_2} = \rho V/\mu_{N_2}$=0,1 mol

b. Numărul de molecule de aer din compartimentul *B* este $N = N_A m/\mu_{aer} \approx 2{,}077 \cdot 10^{22}$ molecule

c. Masa de oxigen din compartimentul *C* este $m_C = N\mu_{O2}/N_A \approx 2{,}125$ g

d. Dacă se înlătură pereţii despărţitori gazele se amestecă astfel că masa molară a amestecului este $\mu_m = \frac{m_t}{\nu_t} = \frac{\mu_{N_2}\nu_{N_2} + m + \mu_{O_2}\nu_{O_2}}{\nu_{N_2} + m/\mu_{aer} + \nu_{O_2}}$, unde $\nu_{O2} = N_3/N_A \approx 0{,}066$ moli.

Obţinem $\mu_m \approx 29{,}625$ g/mol

26. a. Prin definiție $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$.

Cum $p_1V_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu \cdot p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1\mu}{RT_1} \approx 1{,}28$ kg/m³.

b. Aplicăm legea transformării izocore între starea inițială și starea finală

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2T_1}{p_1} = (1+f)T_1$, deoarece $p_2 = p_1(1+f)$.

Aflăm cu cât la sută se modifică temperatura absolută a gazului:

$f_1 = \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$ =40%, deci temperatura absolută crește cu 40 %.

c. Prin definiție concentrația volumică de molecule reprezintă raportul dintre numărul de molecule N dintr-un volum V și mărimea acestui volum: $n = \frac{N}{V}$ și $N = N_A \cdot \nu = N_A \frac{p_1V}{RT_1}$,

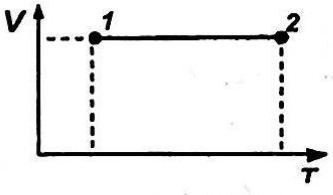


Fig. R 1.1.1

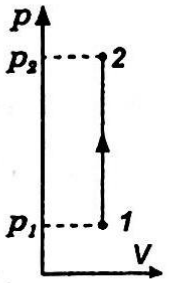


Fig. R 1.1.2

deoarece $\nu = \frac{p_1V}{RT_1} \Rightarrow n = \frac{N_Ap_1}{RT_1} \Rightarrow$

$n \approx 2{,}41 \cdot 10^{25}$ molecule/m³

d. Reprezentăm transformarea în (V, T) și (p, V) (fig R 1.1.1 și R 1.1.2).

27.a. Deoarece cu creșterea temperaturii densitatea rămâne constantă și $\rho = \frac{m}{V}$ înseamnă că V=ct, deoarece masa hidrogenului nu se modifică. Transformarea gazului este izocoră. În coordonate (p, T) transformarea izocoră este o dreaptă care trece prin originea axelor de coordonate, deoarece presiunea gazului și temperatura lui absolută depind direct proporțional una de cealaltă. (fig R 1.1.3).

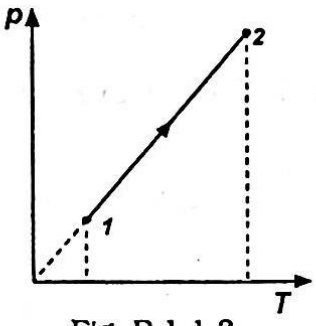


Fig. R 1.1.3

b. $\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu\nu}{V_1}$. Cum $p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \nu = \frac{p_1V_1}{RT_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1\mu}{RT_1} \approx 0{,}66$ kg/m³.

c. În starea finală: $V_2 = V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1}$ =3 L și $T_2 = 3T_1 = 900$ K.

Din legea transformării izocore: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 3p_1 \Rightarrow p_2 = 24{,}93 \cdot 10^5$ Pa.

28. a. Masa inițială a aerului din balon este $m = \mu\nu = \mu\frac{p_0V}{RT} \approx 12$ g

b. Numărul maxim de moli din balon este $\nu_f = \frac{pV}{RT}$, iar cel inițial $\nu_i = \frac{p_0V}{RT}$. Pe baza conservării numărului de moli $\nu_{max} = \nu_i + N\nu_{int\ rodusi}$, iar numărul de moli introduși la o singură pompare este $\nu_{int\ rodusi} = \frac{p_0V_0}{RT}$, atunci $N = \frac{(p-p_0)V}{p_0V_0}$ =5 curse

c. Densitatea aerului din balon la presiunea p este $\rho = \frac{m}{V} = \frac{mp}{\nu RT} = \frac{\mu p}{RT} \approx 1{,}8$ kg/m³

d. Transformarea gazului din balon este izocoră, astfel că $\frac{p}{T} = \frac{p_{max}}{T_{max}} \Rightarrow T_{max} = \frac{p_{max} T}{p} \approx 328{,}66\text{K}$

29. a. Calculăm presiunea din butelie utilizând ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{mRT}{\mu V} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

b. Transformarea gazului de butelie este izocoră, astfel că $\frac{p}{T} = \frac{p_e}{T_e} \Rightarrow T_e = \frac{p_e T}{p}$.

Cum diferența dintre presiunea la care explodează pereții buteliei și cea exterioară este Δp, aflăm presiunea la care explodează butelia:

$$\Delta p = p_e - p_0 \Rightarrow p_e = \Delta p + p_0 \Rightarrow T_e = \frac{(\Delta p + p_0)T}{p} = 1200 \text{ K}$$

c. Prin disocierea unei molecule biatomice apar doi atomi de oxigen rezultă că prin disocierea a N molecule se vor obține: $N_{atomi} = 2N$.

Cum $N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu} \Rightarrow N_{atomi} = 2N_A \frac{m}{\mu} \approx 24{,}08 \cdot 10^{23}$

30. a. Conform definiției $\rho = \frac{m}{V}$ și utilizând ecuația termică de stare obținem

$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p\mu}{RT_1} \approx 2{,}326 \text{ kg/m}^3$$

b. Prin încălzirea vasului, aerul iese din acesta, astfel că masa care părăsește vasul se calculează scăzînd din masa inițială a gazului din vas masa finală a gazului din vas:

$$m_c = m_1 - m_2 = \mu\nu_1 - \mu\nu_2 = \mu\left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2}\right) \Rightarrow m_c = \frac{\mu pV}{RT_1T_2}(T_2 - T_1) \approx 2{,}326 \text{ g}$$

c. După ce din vas a ieșit gaz la temperatura t_2 și acesta se închide în el presiunea gazului este p. După depozitarea într-o încăpere gazul suferă o transformare izocoră, astfel că utilizând legea izocorei obținem:

$$\frac{p}{T_2} = \frac{p'}{T_1} \Rightarrow p' = \frac{pT_1}{T_2} \approx 1{,}67 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

31. a. Calculăm numărul de molecule din butelie: $N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu} \approx 1{,}8 \cdot 10^{25}$

b. Deoarece pereții buteliei nu suportă presiunii mai mari decât Δp și în exterior este presiunea p_0, înseamnă că în butelie presiunea maximă este $p_1 = \Delta p + p_0$. Deoarece transformarea gazului din butelie este izocoră, utilizăm ecuația acestei transformări: $\frac{p}{T} = \frac{p_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{p_1 T}{p} = \frac{(p_0 + \Delta p)T}{p} = 600 \text{ K} \Rightarrow$ temperatura în grade Celsius este $t_1 = 327^0\text{C}$

c. Oxigenul iese din butelie până ce presiunea în aceasta devine p_0. Calculăm numărul de moli care ies din butelie: $\Delta\nu = \nu_i - \nu_f = \frac{pV}{RT} - \frac{p_0V}{RT} = \frac{(p-p_0)V}{RT}$.

Calculăm volumul V_1 ocupat de aceşti moli de oxigen la presiunea p_0 şi la teperatura T pe baza ecuaţiei termice de stare, astfel că:

$$p_0V_1 = (\Delta\nu)RT \Rightarrow V_1 = \frac{(\Delta\nu)RT}{p_0} = \frac{(p-p_0)V}{p_0} \text{ cu } V = \frac{mRT}{\mu \cdot p}.$$

Prin definiţie debitul volumic este: $D_V = \frac{V_1}{t} \Rightarrow t = \frac{(p-p_0)mRT}{\mu \cdot pp_0D_V} = 100$ min

32. a. Prin definiţie numărul de molecule din unitatea de volum reprezintă fizic concentraţia volumică $n = \frac{N}{V}$. Pe baza ecuaţiei termice de stare $pV = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{pV}{RT}$ şi din $N = N_A\nu = N_A\frac{pV}{RT} \Rightarrow n = \frac{pN_A}{RT} \approx 3{,}612 \cdot 10^{26}$ molecule/m^3

b. $\frac{\Delta p}{p} = \frac{p_f - p}{p} = \frac{p_f}{p} - 1$, reprezintă variaţia relativă a presiunii.

Cum transformarea oxigenului este o transformare izocoră, aplicăm legea transformării izocore: $\frac{p_f}{T_f} = \frac{p}{T} \Rightarrow \frac{p_f}{p} = \frac{T_f}{T} = n \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = n - 1 = 2$

c. Prin definiţie masa molară este: $\mu_{am} = \frac{m}{\nu} = \frac{m}{\nu_{mono} + \nu_{bi}}$.

Fracţiunea de disociere reprezintă numărul de molecule care disociază din numărul iniţial de molecule, astfel că: $f = \frac{N_{dis}}{N_i} \Rightarrow N_{dis} = fN_i$. Calculăm numărul de moli proveniţi de la atomii obţinuţi prin disocierea moleculelor biatomice. Deoarece prin disocierea unei molecule bioatomice se obţin doi atomi, înseamnă că prin disocierea a N_{dis} molecule biatomice se obţin

$$N_{atomi} = 2N_{dis} = 2fN_i \Rightarrow \nu_{mono} = \frac{N_{atomi}}{N_A} = \frac{2fN_i}{N_A} \Rightarrow \nu_{mono} = 2f\nu_i.$$

Calculăm numărul de moli proveniţi de la restul de molecule biatomice care nu au disociat, astfel: $\nu_{bi} = \frac{N_{nedis}}{N_A} = \frac{N_i - N_{dis}}{N_A} = \frac{N_i - fN_i}{N_A} = \frac{(1-f)N_i}{N_A} = (1-f)\nu_i$

Obţinem: $\nu_f = \nu_{mono} + \nu_{bi} = (1+f)\nu_i = (1+f)\frac{pV}{RT} \approx 48{,}13$ moli

Din ecuaţia de stare $p'V = \nu_f RT_1 \Rightarrow p' = \frac{(1+f)\nu RT_1}{V} = \frac{(1+f)pT_1}{T} = 144$ atm

d. Obţinem masa molară a amestecului: $\mu_{am} = \frac{m}{(1+f)\nu_i} = \frac{\mu}{1+f} = 20$ g/mol

33. a. Impunem condiția de echilibru pistonului din figura R 1.1.4, astfel că rezultanta forțelor este nulă. Asupra pistonului acționează greutatea lui și două forțe de presiune exercitate de gazul din cilindru și de aerul din afară.

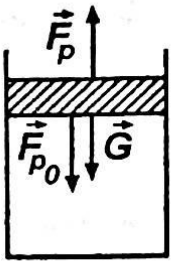


Fig. R 1.1.4

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p \cdot S = p_0 S + m \cdot g \Rightarrow p = p_0 + \frac{mg}{S} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

b. Aplicăm ecuația de stare pentru gazul din cilindru în starea inițială, ținând cont că $V = Sh \Rightarrow pSh = \nu RT \Rightarrow h = \frac{\nu RT}{p \cdot S} \approx 6{,}23$ cm.

c. Transformarea gazului este izobară: $\frac{V}{T} = \frac{V'}{T'} \Rightarrow \frac{Sh}{T} = \frac{Sh'}{T'} \Rightarrow h' = \frac{hT'}{T} = 12{,}46$ cm

d. Deoarece poziția pistonului nu se modifică, volumul gazului rămâne același. Putem considera că între starea inițială și cea finală gazul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$. Cum $T_2 = 2T_1 \Rightarrow p_2 = 2p_1 \Rightarrow$

$p_0 + \frac{(m + \Delta m)g}{S} = 2\left(\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)\right.$, deoarece $p_2 = p_0 + \frac{(m + \Delta m)g}{S}$, iar cu Δm am notat masa suplimentară adaugată pe piston. Obținem: $\Delta m = m + \frac{p_0 S}{g} = 4$ kg

34. a. Din condiția de echilibru impusă pistonului cum $F_{p1} = F_{p0}$ obținem $p_1 S = p_0 S \Rightarrow p_1 = p_0 = 10^5$ Pa

b. Din $N = \nu N_A$ și $p_0 V = \nu RT$ obținem concentrația volumică a moleculelor $n = \frac{N}{V} = \frac{N_A p_0}{RT} \approx 2{,}41 \cdot 10^{25}$ molecule/m^3

c. $m = \mu\nu = \frac{\mu p_0 S x_1}{RT} \approx 42{,}66$ g

d. Deoarece presiunea gazului nu se modifică acesta suferă o transformare izobară, astfel că $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{Sx_1}{T_1} = \frac{Sx_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 x_2}{x_1} = 262{,}5$ K

35. a. Aflăm volumul inițial utilizând ecuația termică de stare:

$$p_1 V_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{p_1 \cdot \mu} \approx 12{,}465 \text{ L}.$$

b. Din $pV = \nu RT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{\nu R}{p} = ct.$ Legea transformării izobare este $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

Cum $V_2 = V_1(1 - f) \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = (1 - f)T_1 = 240$ K.

c. Cum $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{1 - f} = 1{,}25$.

36. a. $N = N_A \nu = N_A \frac{m}{\mu} = 6{,}02 \cdot 10^{24}$ molecule

b. Deoarece pistonul se află în echilibru presiunea lui este egală cu cea din exterior, astfel că $p=p_0$. Din ecuația de stare $pV = \nu RT$ obținem

$$V = \frac{\nu RT}{p_0} = \frac{mRT}{\mu p_0} \approx 0{,}25 \text{ m}^3$$

c. Transformarea gazului este izobară, astfel că: $\frac{V}{T} = \frac{V'}{T+\Delta T} \Rightarrow V' = \frac{V(T+\Delta T)}{T} \approx$ 0,33 m³

d. $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho'-\rho}{\rho} = \frac{\rho'}{\rho} - 1 = \frac{V}{V'} - 1 = \frac{T}{T+\Delta T} - 1 = -\frac{\Delta T}{T+\Delta T} = -25\%$

37. a. Masa gazului este $m = \mu\nu = \mu\frac{N}{N_A} = 28$ g

b. Pe baza ecuației termice de stare: $p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{\nu RT_1}{V_1}$.

Cum $\nu = \frac{N}{N_A} \Rightarrow p = \frac{N \cdot RT_1}{N_A \cdot V_1} \approx 12{,}465 \cdot 10^5$ Pa

c. Deoarece volumul gazului depinde direct proporțional de temperatura absolută a acestuia, transformarea gazului este izobară, astfel că $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

Cum $T_2 = 4T_1 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} = 4V_1 = 24$ L.

d. Reprezentările cerute sunt figurile R 1.1.5 și R 1.1.6:

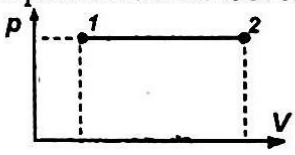


Fig. R 1.1.5

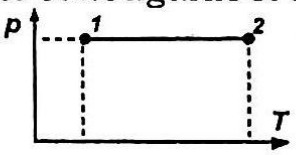


Fig. R 1.1.6

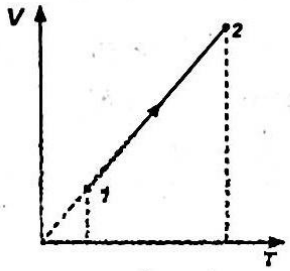


Fig. R 1.1.7

38. a. Deoarece curba densității în funcție de temperatura absolută este o hiperbolă echilateră, înseamnă că densitatea gazului variază invers proporțional cu temperatura absolută, astfel că $\rho T = ct$.

Cum $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m \cdot T}{V} = ct \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{m}{ct} = ct'$ rezultă că transformarea gazului este o transformare izobară

b. Reprezentarea grafică este redată în figura R 1.1.7.

c. Cum $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$, iar $m = \mu\nu$ și $V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\mu p_1}{RT_1} \approx 1{,}33$ kg/m³.

d. În starea finală: $p_2 = p_1 = 8{,}31 \cdot 10^5$ N/m²; $T_2 = 4T_1 = 1200$K și cum $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} = 4V_1 = 4\frac{\nu RT_1}{p_1} = 24$ L.

39. a. Impunem condiția de echilibru pistonului (fig. R 1.1.8):

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1S = p_0S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

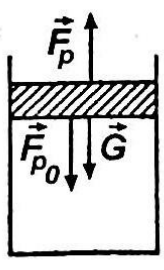


Fig. R 1.1.8

b. Deoarece $p = ct$, transformarea gazului este izobară, astfel că: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \approx 1{,}33$.

c. Dacă volumul gazului nu se modifică, transformarea gazului este izocoră, astfel că: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{4}{3} p_1$. Cum $p_2' = p_0' + \frac{mg}{S} \Rightarrow$

$p_0' + \frac{mg}{S} = \frac{4}{3}\left(p_0 + \frac{mg}{S}\right) \Rightarrow p_0' = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \Rightarrow p_0' / p_0 = 2.$

40. a. Aplicăm legea transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 8V_1$

Cum din ecuația termică de stare $V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1} = \frac{m}{\mu} \frac{R T_1}{p_1} \Rightarrow V_2 = 8 \frac{m}{\mu} \frac{R T_1}{p_1} \approx 50\text{L}$

b. $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = 0{,}125$

c. $n = \frac{N}{V_2} = \frac{N_A \nu}{8 \nu R T_1} p_1 = \frac{N_A p_1}{8 R T_1} \approx 2{,}4 \cdot 10^{25}$ molecule/m^3.

41. a. Cantitatea de oxigen din seringă este $\nu = m / \mu_{O_2} = 0{,}3125$ moli

b. Temparatura oxigenului din seringă este $T = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \approx 192{,}54$ K

c. Transformare oxigenului este izotermă: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_1 - Sx} = 5 \cdot 10^5$ Pa

d. $N = N_A \nu' = N_A \frac{p_0 V_2}{RT} = N_A \frac{p_0 (V_1 - Sx)}{RT} = N_A \nu \frac{p_0 (V_1 - Sx)}{p_1 V_1} \approx 3{,}76 \cdot 10^{22}$molecule

42.a. Pe baza ecuației transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 8V_1 = 64\text{L}$.

b. Conform ecuației de stare în starea 1: $p_1 V_1 = \nu R T_1$ și în starea 3: $p_3 V_3 = \nu R T_3$. Împărțind relațiile obținem $\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3}$, deoarece din grafic

$p_1 = p_3 \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_1}{V_1} = 2T_1 = 600$ K.

c. Conform definiției $\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu \nu}{V_1} = 1{,}75$ kg/m^3

d. Cum pentru azot $p_1 V_1 = \nu R T_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$, atunci pentru gazul necunoscut $p_1 V_1' = \nu' R T_1 = \frac{m}{\mu'} R T_1$. Împărțind relațiile $\frac{V_1}{V_1'} = \frac{\mu'}{\mu} \Rightarrow \mu' = \frac{\mu V_1}{V_1'} \approx 40$ g/mol

43. a. Pe baza ecuației transformării izoterme: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} \Rightarrow$

$V_2=10V_1=10$ dm³, deoarece $p_2=p_1/10$.

b. Ecuația de stare în starea 1 este $p_1V_1 = \nu RT_1$ și în starea 3 $p_3V_3 = \nu RT_2$.

Cum $p_3=p_1$ prin împărțirea celor două relații obținem $\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_3T_1}{V_1}$

$\Rightarrow T_2=900$ K

c. Împărțind ecuațiile de stare în starea 1 $p_1V_1 = \nu_1RT_1$ și starea 3 $p_1V_3 = \nu_2RT_2$,

obținem: $\frac{V_1}{V_3} = \frac{\nu_1T_1}{\nu_2T_2} = \frac{\mu_2T_1}{\mu_1T_2} \Rightarrow \mu_2 = \frac{\mu_1V_1T_2}{V_3T_1}$ =22 g/mol

44. a. Deoarece temperatura gazului nu se modifică, transformarea gazului închis cu ajutorul dopului *A* și a pistonului *B* este izotermă. Astfel:

$$p_0(S_1\ell_1 + S_2\ell_2) = p[S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2] \Rightarrow p = \frac{p_0(S_1\ell_1 + S_2\ell_2)}{S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2} = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b. Considerăm că în momentul când dopul sare, acesta se mai află în echilibru, astfel că rezultanta forțelor este zero (fig R 1.1.9).

$F_p = F_{p_0} + F_f \Rightarrow F_f = pS_2 - p_0S_2 \Rightarrow$

$$F_f = (p - p_0)S_2 = \frac{p_0S_1S_2d}{S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2} = 20\text{N}$$

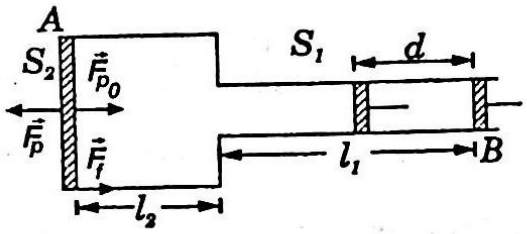


Fig. R 1.1.9

c. $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m}{V_2} \cdot \frac{V_1}{m} = \frac{S_1\ell_1 + S_2\ell_2}{S_1(\ell_1 - d) + S_2\ell_2} = 1{,}1$

45. a. Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur din figura R 1.1.10: $F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg$, unde $m = \rho V = \rho Sh \Rightarrow$

$p = p_0 + \rho gh = 105440$ N/m².

Dacă lucrăm în torri (mm coloană de Hg), atunci $p_0 = 760$ torri rezultă că $p = 800$ torri

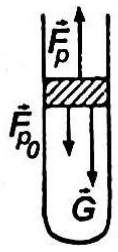


Fig. R 1.1.10

b. Deoarece coloana de mercur se află în echilibrú, presiunea gazului *p* rămâne constantă, astfel că transformarea gazului este izobară. Din $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow$

$$T_2 = T_1(1 + f) \Rightarrow V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} = V_1(1 + f) \Rightarrow h_2 = h(1 + f) \Rightarrow \Delta h = h_2 - h = hf = 1{,}6\text{cm}$$

c. Pe baza definiției $n = \frac{N}{V_1} = \frac{N_A\nu}{V_1} = \frac{N_Ap}{RT} \approx 2{,}54 \cdot 10^{25}$ molecule/m³

46. a. Deoarece coloana de mercur se află în echillibru când tubul se află în poziție orizontală coloana de aer închisă în tub se află la presiunea atmosferică p_0.

Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur când tubul se află cu capătul închis în jos (fig R 1.1.11).

Scalar: $F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0S + mg$, unde *S* reprezintă secțiunea tubului, iar *m* masa coloanei de mercur.

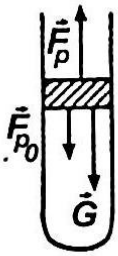


Fig. R 1.1.11

Cum $m = \rho Sh \Rightarrow pS = p_0 S + \rho Shg \Rightarrow p = p_0 + \rho gh$.

b. Studiem transformarea izotermă a gazului:

$$p_0 S\ell = pS\ell' \Rightarrow \ell' = \frac{p_0\ell}{p} = \frac{p_0\ell}{p_0 + \rho gh}.$$

c. Deoarece coloana de aer revine în poziția inițială putem considera că transformarea gazului este o izocoră, deoarece volumul gazului rămâne același, astfel că: $\frac{p_0}{T_1} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p}{p_0} = \frac{p_0 + \rho gh}{p_0}$.

47. a. Studiem transformarea izotermă a aerului închis cu ajutorul coloanei de mercur rezultă $p_1 S\ell_1 = p_2 S\ell_2$, unde p_1 și p_2 reprezintă presiunile aerului în cele două situații (fig R.1.1.12). Impunem condiția de echilibru coloanei de mercur în cele două situații.Când tubul este vertical cu capătul închis în jos obținem: $p_1 S = p_0 S + mg$, cu $m = \rho Sh \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho gh$, iar când tubul este vertical și are capătul închis în sus obținem:

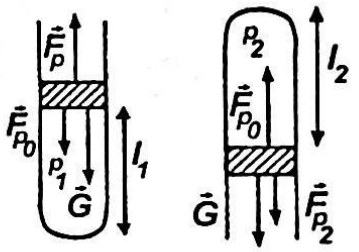


Fig. R 1.1.12

$$p_2 S + mg = p_0 S \Rightarrow p_2 = p_0 - \rho gh \Rightarrow (p_0 + \rho gh)\ell_1 = (p_0 - \rho gh)\ell_2 \Rightarrow$$

$$p_0 = \frac{\rho gh(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_2 - \ell_1} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

În *mm* coloană de mercur (adică în torri), $p_0 = \frac{h(\ell_1 + \ell_2)}{\ell_2 - \ell_1} = 760$ mm col Hg (toate lungimile le-am transformat în milimetri).

b. Pentru a afla lungimea coloanei de aer când tubul este adus în poziție orizontală, utilizăm legea trasformării izoterme:

$$p_0 S\ell_0 = p_1 S\ell_1 \Rightarrow \ell_0 = \frac{p_1\ell_1}{p_0} = \frac{(p_0 + \rho gh)\ell_1}{p_0} \approx 37{,}9 \text{ cm}$$

c. Deoarece presiunea gazului aflat în tubul pe poziție orizontală se păstrează, transformarea aerului din tub este izobară, astfel că: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$. Cum

$V_2 = V_1(1 - f) \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - f} = 1{,}25 \Rightarrow$ temperatura absolută scade de 1,25 de ori.

48. a. Aflăm presiunea în tubul vertical după ce o parte din mercur s-a scurs, aplicând condiția de echilibru coloanei (fig R.1.1.13):

$$F_{p_2} + G = F_{p_0} \Rightarrow p_2 S + \rho S\frac{h}{4}g = p_0 S \Rightarrow p_2 = p_0 - \rho g\frac{h}{4} \Rightarrow$$

p_2=740 mm col Hg$\approx$97280 N/m^2

b. Pentru a afla lungimea coloanei inițiale de aer, utilizăm legea transformării izoterme: $p_1 S\ell_1 = p_2 S\ell_2 \Rightarrow \ell_1 = \frac{p_2\ell_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_1}(L - \frac{h}{4})$.

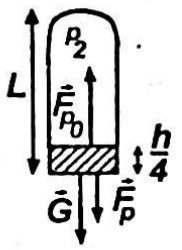


Fig. R 1.1.13

Din condiția de echilibru impusă coloanei de mercur când tubul este așezat vertical cu capătul închis în jos, aflăm p_1, astfel că (fig R 1.1.13):

$$G + F_{p_0} = F_{p_1} \Rightarrow \rho Shg + p_0 S \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho gh \Rightarrow \ell_1 = \frac{(p_0 - \rho g\frac{h}{4})(L - \frac{h}{4})}{p_0 + \rho gh} = 74 \text{ cm}$$

c. Transformarea gazului închis în tubul vertical cu capătul deschis în sus este izobară, deoarece p_1=ct. Dacă tubul este suficient de lung astfel că mercurul rămâneîn tub, utilizând legea transformării izobare obţinem:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = \frac{(\ell_1 + \Delta h)T_1}{\ell_1} = 324{,}32 \text{ K}$$

49. a. Când se acoperă tubul cu degetul se închide aer la presiunea atmosferică. Din ecuaţia termică de stare obţinem:

$$p_0 S\frac{\ell}{2} = \nu RT \Rightarrow \nu = \frac{p_0 S\ell}{2RT} \Rightarrow N = N_A \nu = \frac{N_A p_0 S\ell}{2RT} \approx 2{,}42 \cdot 10^{20} \text{molecule}$$

b. Notăm cu x lungimea coloanei de mercur care rămâne în tub. Transformarea gazului este izotermă, astfel că: $p_0 S\frac{\ell}{2} = pS(\ell - x) \Rightarrow p_0\frac{\ell}{2} = p(\ell - x)$.

Din condiţia de echilibru impusă coloanei de mercur, obţinem

$$F_p + G = F_{p_0} \Rightarrow pS + \rho Sxg = p_0 S \Rightarrow p = p_0 - \rho gx \Rightarrow$$

$$p_0\frac{\ell}{2} = (p_0 - \rho gx)(\ell - x) = 0 \Rightarrow \rho gx^2 - (p_0 + \rho g\ell)x + p_0\frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{(p_0 + \rho g\ell) - \sqrt{(p_0 + \rho g\ell)^2 - 2\rho g p_0 \ell}}{2\rho g} \approx 8{,}7 \text{ cm}$$

c. Când mercurul se evacuează total din tub, presiunea aerului din tub este cea atmosferică şi presupunând că aerul nu iese din tub, volumul acestuia este V=Sℓ. Transformarea gazului este izobară dacă se consideră starea iniţială când tubul este introdus pe jumătate în mercur, astfel că: $\frac{S\ell}{2T_1} = \frac{S\ell}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1 \Rightarrow$ deci temperatura absolută trebuie mărită de două ori.

50. a. Prin definiţie, $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu\nu}{V}$.

Conform ecuaţiei de stare $p_0 V = \upsilon RT \Rightarrow V = \frac{\upsilon RT}{p_0} \Rightarrow \rho = \frac{\mu p_0}{RT} \approx 1{,}163 \text{kg/m}^3$

b. Studiem transformarea izotermă a gazului închis în tub:

$$p_0 S\ell = pS(\ell - x) \Rightarrow p_0 \ell = p(\ell - x) \quad (1)$$

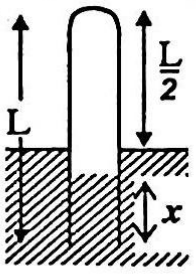


Fig. R 1.1.14

Pentru a determina presiunea p a gazului din tub, utilizăm o proprietate a presiunii hidrostatice şi anume că în orice plan orizontal aflat în interiorul unui lichid la echilibru presiunea are aceeaşi valoare. Consideram planul aflat la suprafaţa mercurului din tub astfel că: $p_0 + \rho g\left(\frac{\ell}{2} - x\right) = p$, deoarece gazul din tub apasă cu presiunea p până la nivel, iar aerul şi mercurul din vas aflat deasupra nivelului ales apasă împreună cu presiunile atmosferică p_0 şi respectiv cu presiunea hidrostatică $\rho g\left(\frac{\ell}{2} - x\right)$. Deci ecuaţia (1) devine:

$$p_0\ell = \left[p_0 + \rho g\left(\frac{\ell}{2} - x\right)\right](\ell - x) \Rightarrow \Rightarrow \rho g x^2 - x\left(p_0 + 3\frac{\rho g \ell}{2}\right) + \rho g \frac{\ell^2}{2} = 0 \Rightarrow$$

$x \approx 24{,}86$ cm

c. Pentru ca mercurul să fie evacuat din tub trebuie ca aerul să ocupe întreg volumul tubului şi prin urmare, dacă considerăm starea iniţială când tubul nu se află în mercur şi starea finală când mercurul este evacuat putem considera că aerul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T} = \frac{p'}{T'}$, unde:

$$p' = p_0 + \rho g\frac{\ell}{2} \Rightarrow T' = \frac{p'T}{p_0} = \frac{\left(p_0 + \rho g\frac{\ell}{2}\right)T}{p_0} \approx 497{,}4 \text{ K}$$

51. a. Studiem transformarea izotermă a gazului închis în incintă (fig R 1.1.15): $p_0 S_1 \ell_1 = p S_2 x$ (1). Aflăm presiunea gazului din tubul cu secţiunea S_2, utilizând proprietatea că în toate punctele unui plan orizontal aflat în interiorul unui lichid la echilibru, presiunea are aceeaşi valoare, astfel că: $p_0 + \rho g x = p$ (2). Din (1) şi (2) obţinem:

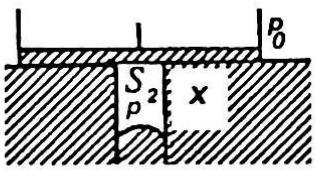


Fig. R 1.1.15

$$p_0 S_1 \ell_1 = (p_0 + \rho g x) S_2 x \Rightarrow \rho g S_2 x^2 + p_0 S_2 x - p_0 S_1 \ell_1 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-p_0 S_2 + \sqrt{(p_0 S_2)^2 + 4\rho g p_0 S_1 S_2 \ell_1}}{2\rho g S_2} \approx 22{,}88 \text{ cm}$$

b. Deoarece aerul a ajuns la capătul tubului (2), presiunea gazului este:

$p_2 = p_0 + \rho g \ell_2 = 1{,}272 \cdot 10^5$ N/m^2

c. Pentru ca aerul să înceapă să iasă din tubul 2, trebuie ca:

$$x = \ell_2 \Rightarrow p_0 S_{1\min} \ell_1 = (p_0 + \rho g \ell_2) S_2 \ell \Rightarrow S_{1\min} = \frac{(p_0 + \rho g \ell_2) S_2 \ell_2}{p_0 \ell_1} \approx 16{,}96 \text{ cm}^2$$

52. a. Studiem transformarea izotermă a gazului din capătul închis al tubului U. Deoarece iniţial mercurul se află la aceleaşi nivel în ambele ramuri presiunea gazului închis este p_0. Deschizând robinetul, mercurul coboară mai rapid în ramura deschisă decât în cea închisă, deoarece în ramura deschisă apasă p_0, în timp ce în ramura închisă gazul se destinde izoterm şi apasă cu o presiune p, din ce în ce mai mică. Prin urmare $p_0 S h_1 = p S (h_1 + h_2)$ (1). Considerând nivelul de referinţă, NR, care are proprietate că în punctele A şi B presiunile sunt egale, obţinem: $p_0 = p + \rho g(h - h_2) \Rightarrow p = p_0 - \rho g(h - h_2)$ (2). Din (1) şi (2) rezultă: $\frac{p_0 h_1}{h_1 + h_2} = p_0 - \rho g(h - h_2) \Rightarrow h = h_2\left[1 + \frac{p_0}{\rho g(h_1 + h_2)}\right] \approx 49{,}41$ cm

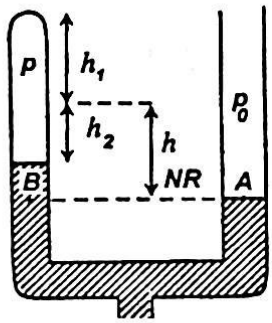


Fig. R 1.1.16

b. $\left.\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{m}{Sh_1}\right\}$ şi $\left.\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{S(h_1 + h_2)}\right\}$ obţinem: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1 + h_2}{h_1} \approx 1{,}67$

53. a. Masa de aer închisă în tub se află din ecuaţia termică de stare:

$$p_0 S\ell = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{p_0 S\ell\mu}{RT} \approx 18{,}6 \text{ mg}$$

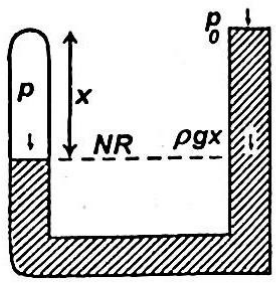


Fig. R 1.1.17

b. Studiem transformare izotermă a gazului aflat în ramura închisă a tubului. Notăm cu x lungimea coloanei de aer, în ramura închisă după umplerea completă cu mercur a ramurii deschise. Inițial presiunea aerului în ramura închisă este p_0, deoarece nivelul mercurului este la aceeași înălțime în ambele ramuri: $p_0 S\ell = pSx$ (1).

Alegem nivelul de referință la marginea superioară a coloanei de mercur din ramura închisă și obținem: $p = p_0 + \rho gx$ (2). Din (1) și (2) obținem:

$$p_0\ell = (p_0 + \rho gx)x \Rightarrow \rho gx^2 + p_0 x - p_0\ell = 0 \Rightarrow x = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 4p_0\rho g\ell}}{2\rho g} \approx 13{,}58 \text{ cm}$$

c. Lungimea coloanei de mercur turnate este $\ell_1 = 2\ell - x$, deoarece în ramura închisă se toarnă o coloană cu lungimea ℓ, iar în cea închisă pătrunde o coloană cu lungimea: ℓ-x, astfel că masa de mercur turnată va fi: $m = \rho S(2\ell - x) = 0{,}25$ g

54. a) Utilizăm ecuația termică de stare în starea inițială pentru aerul închis în compartimentul inferior, astfel că: $p_0 V = \nu RT$, iar

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V}{\mu} \Rightarrow p_0 V = \frac{\rho V}{\mu} RT \Rightarrow \rho = \frac{p_0\mu}{RT} \approx 1{,}163 \text{ kg/m}^3$$

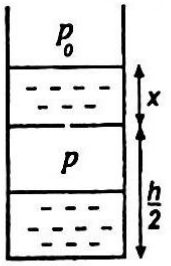


Fig. R 1.1.18

b. Când aerul începe să iasă din vas presiunea p este egală cu suma dintre presiunea atmosferică p_0 și presiunea hidrostatică a apei cu înălțimea x de deasupra (ρgx), astfel că: $p = p_0 + \rho gx$ (1) (fig R 1.1.18). Studiem transformarea izotermă a aerului închis: $p_0 S\frac{h}{2} = pSx$ (2). Din (1) și (2) rezultă: $p_0\frac{h}{2} = (p_0 + \rho gx)x \Rightarrow$

$$\rho gx^2 + p_0 x - p_0\frac{h}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 2\rho g p_0 h}}{2\rho g} = 47{,}72 \text{ cm}.$$

Astfel înălțimea stratului de apă în partea inferioară a vasului este: $y = \frac{h}{2} - x = 2{,}28$ cm

c. $p = p_0 + \rho gx \approx 1{,}048 \cdot 10^5$ Pa

55. a. Pentru a găsi ecuația procesului $p = aV$ în alte coordonate utilizăm și ecuația termică de stare $pV = \nu RT$, astfel că $aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu RT}{a}} = ct\sqrt{T}$

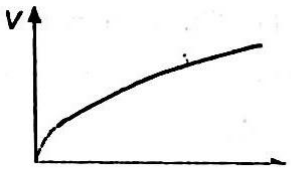


Fig. R 1.1.19

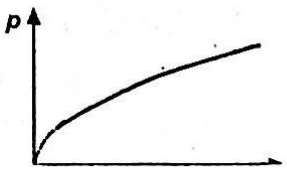


Fig. R 1.1.20

reprezintă ecuația procesului în coordonate V și T (fig R 1.1.19), iar în coordonate p și T obținem $\frac{p^2}{a} = \nu RT \Rightarrow p = \sqrt{\nu RaT} = ct\sqrt{T}$. (fig R 1.1.20)

b. Cum $p = ct\sqrt{T} \Rightarrow \frac{p}{\sqrt{T}} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{p_2}{\sqrt{T_2}} \Rightarrow p_2 = p_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \approx 2{,}582 \cdot 10^5$ Pa

c. Cum $V = ct\sqrt{T} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{T}} = ct \Rightarrow \frac{V_0}{\sqrt{T_0}} = \frac{V_3}{\sqrt{T_3}} \Rightarrow V_3 = V_0\sqrt{\frac{T_3}{T_0}} \Rightarrow V_3 \approx 2$ L

56. a. Conform ecuației de stare în starea 1 obținem: $p_1V_1 = \nu RT_1$. Cum presiunea depinde direct proporțional de volum $p_1 = aV_1 \Rightarrow aV_1^2 = \nu RT_1 \Rightarrow$ $a = \nu RT_1 / V_1^2 = 10^8$ Pa/m^3

b. Cum legea transformării gazului este $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2V_1}{p_1} = 2V_1$

$\Rightarrow V_2 = 16{,}62$ L

c. Cum din ecuația de stare în starea 2 : $p_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = p_2V_2 / \nu R \Rightarrow$

$T_2 = 4p_1V_1 / \nu R = 4T_1 = 3324$ K

d. Variația temperaturii gazului este $\Delta T = T_2 - T_1 = 3T_1 = 2493$ K

57. a. Din ecuația de stare obținem $p_1 = \frac{\nu RT_1}{V_1} = 3 \cdot 10^5$ Pa

b. Constanta de proporționalitate este $a = p_1V_1^2 \approx 20{,}7$ N/m^8

c. Pe baza ecuației $pV^2 = a \Rightarrow p_1V_1^2 = p_2V_2^2 \Rightarrow V_2 = V_1\sqrt{\frac{p_1}{p_2}} = V_1\sqrt{2} \approx 11{,}71$ L

d. Temperatura finală a gazului este $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{p_1V_1\sqrt{2}}{2\nu R} = \frac{T_1}{\sqrt{2}} \approx 212{,}76$ K

58. a. Numărul de molecule de heliu din sistem este $N = N_A\nu = N_Ap_1V_1 / RT_1$

$\Rightarrow N \approx 1{,}45 \cdot 10^{25}$ molecule

b. Cum $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1(V_1 / V_2)^\gamma = p_1 / 32 = 3{,}125$ kPa

c. Pe baza ecuației transformării generale $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2V_2T_1}{p_1V_1} = 75$ K

d. Scriem legea transformării izobare între stările 2 și 3, astfel că: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_2}{V_2} = 37{,}5$ K

59.a. Din ecuația de stare $\nu = \frac{p_1V_1}{RT_1} \Rightarrow N = N_A\nu = \frac{N_Ap_1V_1}{RT_1} \approx 8{,}02 \cdot 10^{23}$ molecule

b. Din $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma \Rightarrow \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_1 8^{\frac{2}{3}} \Rightarrow$

$V_2 = 4V_1 = 33{,}24$ L

c. Temperatura gazului după destindere este $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{p_1}{8}\frac{4V_1}{\nu R} = \frac{T_1}{2} = 300$ K

d. Legea transformării izobare este $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2V_3}{V_2} = \frac{3T_1}{4} = 450$ K

60. a. Deoarece pistoanele nu se deplasează, transformarea gazului închis între pistoane este o transformare izocoră. Scriem legea transformării izocore: $\frac{p_0}{T_0}=\frac{p}{T}\Rightarrow p=p_0\frac{T}{T_0}$.

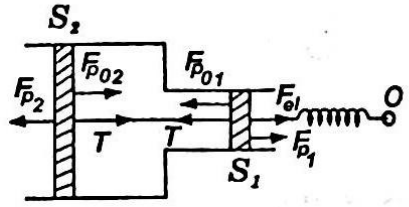


Fig. R 1.1.21

Impunem condiția de echilibru pentru fiecare piston, deci pentru S_2: $F_{p_{02}}+T=F_{p_2}\Rightarrow p_0S_2+T=pS_2\Rightarrow T=(p-p_0)S_2$ și pentru S_1: $F_{p_1}+F_{el}=F_{p_{01}}+T\Rightarrow pS_1+kx=p_0S_1+T\Rightarrow kx=T-(p-p_0)S_1$

$$kx=(p-p_0)S_2-(p-p_0)S_1=(p-p_0)(S_2-S_1)\Rightarrow x=\frac{(p-p_0)(S_2-S_1)}{k}\Rightarrow$$

$$x=\frac{p_0(T-T_0)(S_2-S_1)}{kT_0}=6{,}25\text{ cm}$$

b. Inițial gazul ocupă volumul $V_0=S_2\ell+S_1\ell=(S_1+S_2)\ell$ la presiunea p_0 și temperatura T_0 și după răcire volumul minim va fi $V=2S_1\ell$, deoarece pistonul cu secțiunea S_2 se deplasează spre dreapta până se blochează.

Din condițiile de echilibru impuse pistoanelor în lipsa resortului vom obține: pentru:S_1: $T=(p-p_0)S_1$.

pentru: S_2: $T=(p-p_0)S_2\Rightarrow(p-p_0)S_1=(p-p_0)S_2$, condiție îndeplinită întotdeauna, dacă $p=p_0$, deci gazul va suferi o transformare izobară. Astfel:

$$\frac{V_0}{T_0}=\frac{V}{T'}\Rightarrow T'=\frac{V}{V_0}T_0=\frac{2S_1\ell}{(S_1+S_2)\ell}T_0=\frac{2S_1T_0}{S_1+S_2}\approx 266{,}66\text{ K}$$

c. Dacă răcim gazul aflat în situația de la punctul **b**, gazul suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T'}=\frac{p_f}{T_f}\Rightarrow p_f=\frac{p_0T_f}{T'}$.

Deoarece $T_f=\frac{T'}{2}\Rightarrow p_f=\frac{p_0}{2}=5\cdot10^4$ Pa

61. a. Fie cazul a două izoterme. Considerăm presiunea constantă, astfel încât $pV_1=\nu RT_1$ și $pV_2=\nu RT_2$, deoarece gazele ideale identice cu aceeași masă au același număr de moli. Prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2}{V_1}T_1$.

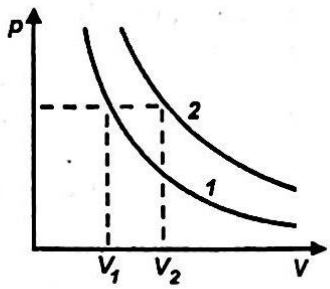


Fig. R 1.1.22

Din graficul R 1.1.22 avem $V_2>V_1\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}>1\Rightarrow T_2>T_1$, deci cu cât izotermele aceluiași gaz sunt trasate la temperaturi diferite, izoterma situată mai departe de axele de coordonate corespunde unei temperaturi mai mari, deci în cazul problemei relația dintre temperaturi este $T_1<T_2<T_3$.

b. Deoarece gazele sunt de natură diferită utilizăm ecuația termică de stare, astfel că: $p_1V_1=\nu_1RT$ și $p_2V_2=\nu_2RT$.

Considerăm că $p_1=p_2$, adică alegem aceeaşi presiune pentru cele două gaze şi împărţim relaţiile, deci $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\nu_1}{\nu_2}=\frac{m}{\mu_1}\frac{\mu_2}{m}=\frac{\mu_2}{\mu_1}$, deoarece masele gazelor sunt egale. Cum din grafic $V_2>V_1\Rightarrow\mu_1>\mu_2$ rezultă că dacă reprezentăm pentru aceeaşi masă de gaz izotermele la aceeaşi temperatură gazul cu masa molară cea mai mică are izoterma cea mai depărtată de axe, astfel că în cazul celor trei izoterme se obţine $\mu_1>\mu_2>\mu_3$.

c. Pentru ca primele două izoterme trasate la aceeaşi temperatură pentru gaze diferite să coincidă trebuie ca în orice punct p, V şi T să aibă aceeaşi valoare, astfel că: $pV=\nu RT\Rightarrow\nu=\nu_1=\nu_2\Rightarrow\frac{m_1}{\mu_1}=\frac{m_2}{\mu_2}\Rightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}$, adică raportul maselor reprezintă raportul maselor molare ale celor două gaze.

62. a. Considerăm temperatura constantă, astfel că un gaz suferă între stările 1 şi 2 o transformare izotermă: $p_2V_2=p_1V_1\Rightarrow p_2=p_1\frac{V_1}{V_2}$.

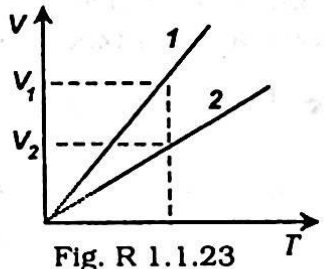


Fig. R 1.1.23

Din graficul R 1.1.23, $V_1>V_2\Rightarrow p_2>p_1$ rezultă că dacă reprezentăm în coordonate V şi T izobarele la diferite presiuni pentru acelaşi gaz, cu cât izobara este mai apropiată de axa temperaturii absolute cu atât presiunea este mai mare. Deoarece masele de gaze sunt egale şi sunt din acelaşi gaz rezultă că $\nu_1=\nu_2=\nu_3=\nu$. Deci putem considera un singur gaz care suferă trei transformări izobare la presiuni diferite, astfel că $p_3>p_2>p_1$.

b. Deoarece gazele sunt de natură diferită, utilizăm ecuaţia termică de stare. Considerăm două gaze, astfel că: $pV_1=\nu_1RT_1$ şi $pV_2=\nu_2RT_2$. Considerăm că cele două gaze au aceeeaşi temperatură astfel că: $T_1=T_2=T$ şi acceaşi masă. Prin împărţirea relaţiilor obţinem: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\nu_1}{\nu_2}=\frac{\mu_2}{\mu_1}$.

Cum $V_1>V_2\Rightarrow\mu_2>\mu_1$, deci cu cât izobarele trasate la aceeaşi presiune pentru gaze diferite cu mase egale sunt mai apropiate de axa temperaturii absolute cu atât masa molară a gazului este mai mare. În cazul celor trei gaze diferite relaţia dintre masele molare în condiţiile problemei este: $\mu_3>\mu_2>\mu_1$.

c. Pentru ca cele trei izobare pentru gaze diferite să coincidă în cazul în care acestea sunt trasate la aceeaşi presiune trebuie ca să aibă acelaşi număr de moli, deoarece $\nu=\frac{pV}{RT}\Rightarrow\nu_1=\nu_2=\nu_3\Rightarrow\frac{m_1}{\mu_1}=\frac{m_2}{\mu_2}=\frac{m_3}{\mu_3}\Rightarrow m_1:m_2:m_3=\mu_1:\mu_2:\mu_3$, adică raportul maselor gazelor se află în raportul maselor lor molare.

63. a. Deoarece gazele au aceeaşi masă şi sunt de aceeaşi natură, putem considera că $\nu=\frac{m}{\mu}$ moli de gaz ideal suferă transformări izocore la volume diferite. Dacă menţinem temperatura constantă obţinem: $p_1V_1=p_2V_2$. Cum din graficul R 1.1.24, $p_2<p_1$ şi $V_2=\frac{p_1}{p_2}V_1\Rightarrow V_2>V_1$. Cu cât izocora unui gaz este

trasată mai aproape de axa temperaturii absolute, cu atât volumul izocorei este mai mare. În cazul problemei se obține $V_3 > V_2 > V_1$.

b. Deoarece gazele sunt de natură diferită, utilizăm ecuația de stare $pV = \nu RT = pV = \frac{m}{\mu}RT$. Cum gazele au aceeași presiune și considerăm și aceeași temperatură, împărțind ecuațiile termice de stare pentru două gaze obținem $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, deoarece $m_1 = m_2$. Cum din graficul R 1.1.24 $p_1 > p_2 \Rightarrow \mu_2 > \mu_1$. În cazul celor trei gaze diferite relația dintre masele molare în condițiile problemei este $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$. Cu cât gazul este mai ușor izocora gazului este mai depărtată de axa temperaturii absolute, dacă se trasează izocorele la același volum și pentru aceeași masă de gaz.

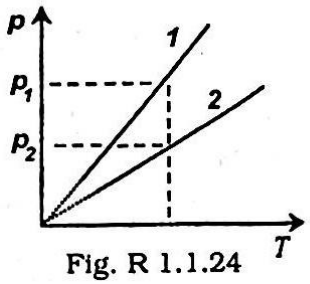


Fig. R 1.1.24

c. Prin definiție $\rho = \frac{m}{V}$. Din ecuația de stare:

$$pV = \nu RT = pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow V = \frac{mRT}{p\mu} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Dar panta izocorei este $tg\alpha = \frac{p}{T} \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{R}tg\alpha = ct\ tg\alpha$.

Dacă α crește, cum $tg\alpha$ este monoton crescătoare rezultă că ρ crește. În graficul R 1.1.25, $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow \rho_3 < \rho_2 < \rho_1$, deoarece în condițiile problemei se utilizează un singur gaz și $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = \nu$.

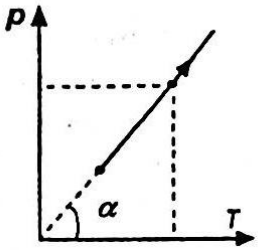


Fig. R 1.1.25

64. a. În starea 2 temperatura gazului este $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{p_1 3V_1}{2\nu R} = \frac{3T_1}{2} = 1200$ K

b. Determinăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V. Deoarece presiunea gazului depinde liniar de volumul acestuia: $p = aV + b$, unde a și b sunt constante. Determinăm valorile constantelor a și b punând condiția ca dreapta să treacă prin punctele 1 și 2 și obținem sistemul de ecuații: $p_1 = aV_1 + b$ (1) și $\frac{p_1}{2} = 3aV_1 + b$ (2). Prin scăderea celor două ecuații obținem: $\frac{p_1}{2} = -2aV_1 \Rightarrow a = -\frac{p_1}{4V_1}$ și introducând a în (1) obținem:

$$b = p_1 - aV_1 = p_1 + \frac{p_1}{4} = \frac{5p_1}{4} \Rightarrow p = -\frac{p_1}{4V_1}V + \frac{5p_1}{4} \Rightarrow$$ presiunea depinde liniar de volum

c. În punctul x (fig R 1.1.26) în care izoterma devine tangentă la reprezetarea grafică a procesului 1-2 în coordonate p si V, temperatura absolută este maximă. Pentru a determina valoarea acestei temperaturi utilizăm ecuația termică de stare: $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$.

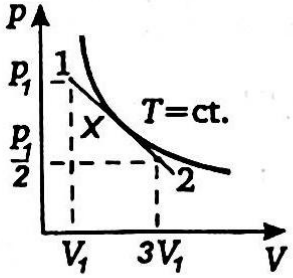


Fig. R 1.1.26

$T=\frac{pV}{\nu R}=-\frac{p_1V^2}{4\nu RV_1}+\frac{5p_1V}{4\nu R}$ este o funcţie de gradul doi în V cu coeficientul lu V^2 negativ, ceea ce arată că această funcţie atinge un maxim.

Utilizând ecuaţia de gradul doi: $T=AV^2+BV+C$, găsim prin identificare $A=-\frac{p_1}{4\nu RV_1}$; $B=\frac{5p_1}{4\nu R}$; $C=0$.

Determinăm valoarea lui V pentru care temperatura ajunge la valoarea maximă. Pentru aceasta utilizăm coordonatele vârfului parabolei. Obţinem:

$V_{T_{max}}=-\frac{B}{2A}=\frac{5}{2}V_1$, deoarece $V_{T_{max}}\in[V_1,V_2]$ înseamnă că pe transformarea 1-2 se obţine o temperatură maximă a cărei valoare se poate afla fie utilizând cealaltă coordonată a vârfului parabolei: $T_{max}=-\frac{\Delta}{4A}=-\frac{B^2}{4A}$ sau introducând valoarea lui $V_{T_{max}}$ în funcţia ce redă dependenţa lui T în funcţie de V.

$$T_{max}=-\frac{p_1}{4\nu RV_1}\cdot\frac{25}{4}V_1^2+\frac{5p_1}{4\nu R}\frac{5}{2}V_1=\frac{25p_1V_1}{16\nu R}=\frac{25}{16}T_1=1250\ \text{K}$$

Obs: Dacă $V_{T_{max}}\notin[V_1,V_2]$ înseamnă că pe transformarea $1\rightarrow 2$ temperatura variază monoton (creşte sau scade). Pentru a preciza cum variază temperatura în acest caz calculăm T_1 şi T_2 şi apoi le comparăm.

65. a. Numărul de moli de gaz este $\nu=\frac{m}{\mu}=1{,}5$ moli

b. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho_3=\frac{m}{V_3}=\frac{m}{3V_1}\approx 1{,}92\ \text{kg/m}^3$

c. Temperatura maximă este atinsă în cursul transformării 2-3, astfel că din ecuaţia $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_2}=\frac{3V_1 2T_1}{V_1}=6T_1=1500$ K

d. Din ecuaţia izocorei $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1T_2}{T_1}=2p_1\Rightarrow p_3=2p_1=\frac{2\nu RT_1}{V_1}\Rightarrow$

$p_3=7{,}5\cdot 10^5$ Pa

66. a. Masa unei molecule de oxigen este $m_{O2}=\frac{\mu_{O2}}{N_A}\approx 5{,}31\cdot 10^{-26}$ kg

b. Numărul de molecule de oxigen care alcătuiesc gazul este $N=N_A\nu=12{,}046\cdot 10^{26}$ molecule

c. Densitarea oxigenului în starea 2 este $\rho_2=\frac{m}{V_2}=\frac{\mu\nu}{3V_1}\Rightarrow V_1=\frac{\mu\nu}{3\rho_2}\approx 10{,}66$ L

d. Conform ecuaţiei de stare pentru starea 3, obţinem:

$p_3V_3=\nu RT_3\Rightarrow T_3=p_3V_3/\nu R=3p_1V_1/2\nu R=3T_1/2=450$ K

67. a. Deoarece densitatea gazului se menține constantă, iar $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = ct$, rezultă că transformarea 1-2 este o transformare izocoră.
Succesiunea de transformări în coordonate (p,V) este redată grafic în figura R.1.1.27

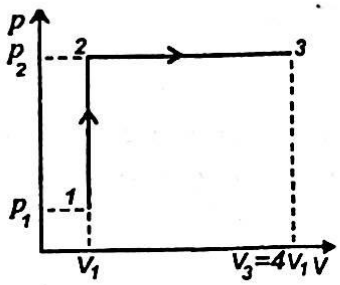


Fig. R 1.1.27

b. Din $\rho_1 = \frac{m}{V_1}$ și din ecuația termică de stare:

$$p_1V_1 = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{p_1\mu} \Rightarrow \rho_1 = \frac{p_1\mu}{RT_1} = 0{,}32 \text{ kg/m}^3$$

c. Din legea transformării izocore obținem $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 2p_1 = 4\text{atm}$

d. Transformarea $2 \rightarrow 3$ este izobară, astfel că:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_2}{V_2} = \frac{4V_1 2T_1}{V_1} = 8T_1 = 2400 \text{ K} \Rightarrow t_3 = 2127^\circ\text{C}$$

68. a. Numărul de molecule de oxigen este $N = N_A\nu = N_Am/\mu = 6{,}023 \cdot 10^{25}$

b. Din ecuația de stare $p_1V_1 = \nu_1RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{\mu p_1} = 2{,}493 \text{ m}^3$

c. Densitatea minimă atinsă de gaz este $\rho = m/V_2 = m/2V_1 \approx 0{,}64 \text{ kg/m}^3$

d. Din legea transformării izobare obținem:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_{\min} = T_3 = \frac{V_3T_2}{V_2} = \frac{V_1T_1}{2V_1} = \frac{T_1}{2} = 150 \text{ K}$$

69. a. Cantitatea de substanță este $\nu = \frac{m}{\mu} = 3$ moli

b. Numărul de molecule de gaz din unitatea de volum în starea 2 este:

$$n_2 = \frac{N}{V_2} = \frac{N_A\nu}{2V_1} \approx 1{,}5 \cdot 10^{26} \text{ molecule/m}^3$$

c. Pe baza ecuației transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1V_2}{V_1} = 2T_1$ și din ecuația de stare în starea 1 obținem $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R} = 200 \text{ K} \Rightarrow T_2 = 400 \text{ K}$

d. $\frac{\Delta p_{23}}{p_2} = \frac{p_3 - p_2}{p_2} = \frac{p_3}{p_2} - 1$ și din legea transformării izotermei $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow$

$p_3 = \frac{p_2V_2}{V_3} = \frac{p_1 2V_1}{V_1} = 2p_1$, obținem $\frac{\Delta p_{23}}{p_2} = \frac{p_3}{p_1} - 1 = 1$

70. a. Densitatea gazului în starea 1 este $\rho_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{\mu\nu}{V_1}$ și din ecuația de stare $V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\mu p_1}{RT_1} \approx 3{,}61 \text{ kg/m}^3$

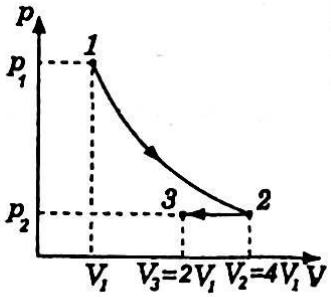


Fig. R 1.1.28

b. Reprezentarea grafică în coordonate p și V este redată în graficul R 1.1.28.

b. Scriem legea transformării izoterme între stările 1 şi 2:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = p_1\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1}{4} = 0{,}75 \text{ atm şi } p_3 = p_2 = 0{,}75 \text{ atm}$$

c. $2 \rightarrow 3$ este o comprimare izobară şi legea acestei transformări este:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_2}{V_2} = \frac{2V_1T_1}{4V_1} = \frac{T_1}{2} = 200 \text{ K}$$

71. a. Masa de hidrogen din cilindru este $m = \mu\nu = 10$ mg

b. Aplicăm ecuaţia termică de stare: $p_1S\ell_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \ell_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1S}$.

Aflăm presiunea din cilindru impunând condiţia de echilibru pistonului:

$$p_1S = p_0S + Mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{Mg}{S} = 2\cdot10^5 \text{ Pa} \Rightarrow \ell_1 = \frac{\nu RT_1}{p_0S + Mg} = 62{,}3 \text{ cm}.$$

c. Când cilindrul este aşezat în poziţie orizontală, deoarece pistonul rămâne în echilibru, trebuie ca în încintă presiunea să fie egală cu cea din exterior astfel că: $p_2 = p_0$. Deoarece temperatura nu se modifică, transfomarea este izotermă. Cum $pV = \nu RT = \text{ct} \Rightarrow pV = \text{ct}$ este legea transformării izoterme. Astfel:

$$p_1S\ell_1 = p_0S\ell_0 \Rightarrow \ell_0 = \frac{p_1\ell_1}{p_0} = (1 + \frac{Mg}{p_0S})\ell_1 \Rightarrow \ell_0 \approx 124{,}6 \text{ cm}.$$

d. Deoarece poziţia pistonului nu se schimbă când cilindrul este adus în poziţie orizontală înseamnă că transformarea gazului este izocoră, deci:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_0S}{p_0S + Mg}T_1 \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{MgT_1}{p_0S + Mg} = -150\text{K}$$

72. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V) este redată grafic în figura R.1.1.29.

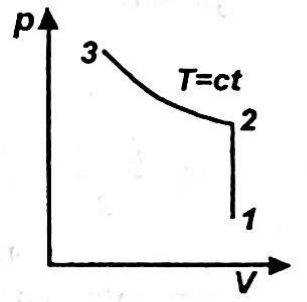


Fig. R 1.1.29

b. Masa unei molecule de oxigen este $m_{O2} = \frac{\mu_{O2}}{N_A}$ şi deoarece oxigenul este biatomic, masa uni atom de oxigen este

$$m_O = \frac{m_{O2}}{2} = \frac{\mu_{O2}}{2N_A} \approx 2{,}65\cdot10^{-26} \text{ kg}$$

c. Densitatea în starea 3 este $\rho_3 = \frac{m}{V_3} = \frac{4\mu\nu}{V_1} = 1{,}28 \text{ Kg/m}^3$

d. Variaţia relativă a presiunii între stările 1 şi 3 este $\frac{\Delta p_{13}}{p_1} = \frac{p_3 - p_1}{p_1} = \frac{p_3}{p_1} - 1$

Din ecuaţia izocorei obţinem $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 3p_1$, astfel că pe baza

ecuaţiei izoterme $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_2}{V_3} = 12p_1 \Rightarrow \frac{\Delta p_{13}}{p_1} = 11$

73. a. Numărul de molecule de oxigen este $N = N_A\nu = \frac{N_Am}{\mu} = 3{,}01\cdot10^{24}$

b. Densitatea gazului în starea 2 este $\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{4V_1} = \frac{\rho_1}{4}$ şi din ecuaţia de stare $V_1 = \frac{\nu R T_1}{p_1}$ obţinem $\rho_1 = \frac{\mu p_1}{RT_1}$ =1 kg/m³, astfel că ρ_2=0,25 kg/m³

c. Pe baza ecuaţiei izotermei $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1}{4}$, astfel că presiunea finală este $p_3=p_1/2=p_1/8 \approx 1{,}03\cdot10^4$ Pa

d. Din legea transformării izocore $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_{min} = T_3 = \frac{p_3T_2}{p_2} = \frac{T_1}{2}$ =160 K

74. a. Din $T_1 = \frac{p_1V_1}{RT} = \frac{2p_0V_1}{\nu R}$ şi $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_0 2V_1}{\nu R}$ observăm că $T_1=T_3$

b. $\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4V_4}{\nu R}\frac{\nu R}{p_1V_1} = \frac{3p_0 2V_0}{p_0V_0}$ =6

c. Din $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_0 2V_1}{\nu R} \Rightarrow \nu = \frac{2p_0V_1}{RT_3} \approx 0{,}33$ moli

d. $\frac{\rho_4}{\rho_1} = \frac{m}{V_4}\frac{V_1}{m} = \frac{V_1}{2V_1}$ =0,5

75. a. Studiem transformările izoterme a gazelor închise în cele două incinte de coloana de mercur. Iniţial când tubul este orizontal, presiunea are aceeaşi valoare p în ambele compartimente, deoarece coloana de mercur este în echilibru. Când tubul este adus în poziţie verticală, coloana de mercur se deplasează cu h. Notăm cu p_1 şi p_2 presiunile gazului în incintele 1 şi 2 în poziţia verticală ca în figură, deci: $pS\left(\frac{L-h}{2}\right) = p_1S\left(\frac{L-h}{2}+\ell\right)$ (1) pentru gazul din incinta 1;

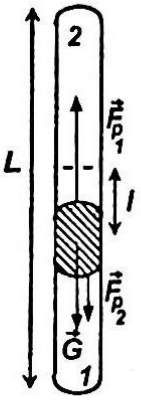


Fig. R 1.1.30

$pS\left(\frac{L-h}{2}\right) = p_2S\left(\frac{L-h}{2}+\ell\right)$ (2) pentru gazul din incinta 2.

Impunem condiţia de echilibru coloanei de mercur când aceasta se află în poziţie verticală, astfel că: $p_1S = p_2S + mg$. Cum $m = \rho Sh \Rightarrow p_1 = p_2 + \rho gh$ (3).

Din (1): $p_1 = \frac{p\left(\frac{L-h}{2}\right)}{\frac{L-h}{2}-\ell}$ şi din (2): $p_2 = \frac{p\left(\frac{L-h}{2}\right)}{\frac{L-h}{2}+\ell}$ şi din (3):

$$\rho gh = p_1 - p_2 = \frac{p(L-h)\ell}{\left(\frac{L-h}{2}\right)^2 - \ell^2} \Rightarrow p = \rho gh\frac{\left[\left(\frac{L-h}{2}\right)^2 - \ell^2\right]}{(L-h)\ell} = 750 \text{ mm col Hg} \Rightarrow$$

$p \approx 0{,}9868\cdot10^5$ Pa

b. Numărul de molecule dintr-o incintă este

$$N = N_A\nu = N_A\frac{pS(L-h)}{2RT} \approx 3{,}8\cdot10^{21}$$

c. $p_1 = 1000$ mm col Hg $\approx 1{,}316 \cdot 10^5$ Pa

$p_2 = 600$ mm col Hg $\approx 7{,}9 \cdot 10^4$ Pa, deoarece 760 mm col Hg $\approx 10^5$ Pa

d. Studiem transformarea gazului din compartimentul inferior. Deoarece coloana de mercur rămâne la jumătatea tubului volumul gazului nu se modifică față de situația inițială și prin urmare transformarea gazului este izocoră, astfel că: $\frac{p}{T} = \frac{p_1'}{T'} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{p_1'}{p}$ unde p_1' este presiunea după încălzire a gazului din compartimentul inferior.

Deoarece gazul din compartimentul superior își păstrează volumul și temperatura înseamnă că și presiunea p_2' este egală cu presiunea inițială p.

Pe baza condiției de echilibru impusă coloanei de mercur în poziție verticală după încălzirea gazului din compartimentul inferior obținem:

$$p_1' = p_2' + \rho g h \Rightarrow p_1' = p + \rho g h \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{p + \rho g h}{p} \approx 1{,}533$$

76. a. Studiem transformarea gazelor închise în fiecare incintă . Presupunem că se ridică cu x pistonul A. Gazele suferă transformări izoterme. Deoarece în compartimentul B pistonul rămâne blocat, lichidul coboară în această ramură și urcă în cealaltă ramură în care se ridică pistonul A. Deoarece ramurile sunt identice cu cât coboară lichidul în prima ramură B a tubului cu atât urcă în cealaltă ramură A, astfel că denivelarea este h (fig R 1.1.31). Prin urmare lichidul coboară cu $h/2$ în ramura B și urcă $h/2$ în A. Pentru gazul închis în compartimentul B:

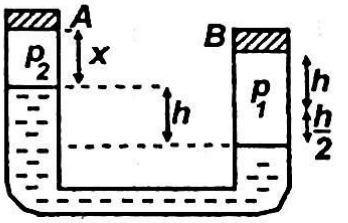


Fig. R 1.1.31

$p_0 Sh = p_1 S \frac{3h}{2} \Rightarrow p_1 = \frac{2p}{3}$ este presiunea finală a gazului din ramura compartimentului B.

Pentru gazul închis în compartimentul A: $pSh = p_2 S\left(x + \frac{h}{2}\right)$, unde p_2 este presiunea finală a gazului compartimentul A.

Punem condiția ca la suprafața liberă a mercurului din compartimentul B presiunea care apasă să aibă aceeași valoare. Obținem:

$$p_1 = p_2 + \rho g h \Rightarrow p_2 = p_1 - \rho g h = \frac{2p}{3} - \rho g h \Rightarrow ph = \left(\frac{2p}{3} - \rho g h\right)\left(x + \frac{h}{2}\right) \Rightarrow$$

$$x = \frac{(4p + 3\rho g h)h}{2(2p - 3\rho g h)}.$$

77. a. Impunem condiția de echilbru a pistonului inainte și după așezarea nisipului pe piston. (fig R 1.1.32). Inițial:

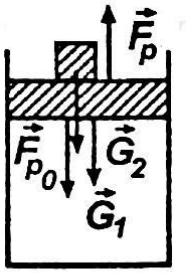


Fig. R 1.1.32

$$F_{p_1} = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1 S = p_0 S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b. Final: $F_{p_2} = F_{p_0} + G + G_1 \Rightarrow p_2 S = p_0 S + mg + m_1 g \Rightarrow$

$$p_2 = p_0 + \frac{(m + m_1)g}{S} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

c. Inițial transformarea gazului este izotermă, iar gazul evoluează din starea 1 cu presiunea p_1 și se comprimă până în starea cu presiunea p_2, iar apoi gazul se răcește izobar.

Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.1.33.

d. Scăderea relativă a volumului după aşezarea nisipului pe piston este: $\frac{V_3 - V_1}{V_1} = \frac{V_3}{V_1} - 1$.

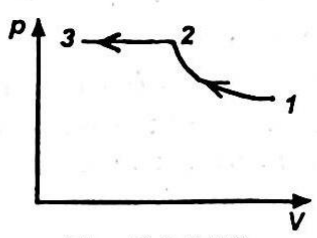


Fig. R 1.1.33

Cum gazul suferă o transformare izotermă 1-2 astfel că $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} = \frac{2V_1}{3}$ şi cum transformarea 2-3 este izobară: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2T_3}{T_2} = \frac{V_2(T_1 - \Delta T)}{T_1} = \frac{5V_1}{9} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = -\frac{4}{9}$.

78. a. Numărul de molecule este $N = N_Av = N_Am/\mu$, astfel că numărul de molecule din unitatea de volum în starea 1 este: $n = N/V_1 = N_Am/\mu V_1 \Rightarrow$ n=12,046·10²³ molecule

b. Legea transformării $1 \rightarrow 2$ este de tipul $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1} \Rightarrow$ p_2=2p_1. Conform ecuaţiei de stare $p_1V_1 = \nu RT_1 = mRT_1/\mu \Rightarrow p_1 = mRT_1/\mu V_1$ $\Rightarrow p_2 = 2mRT_1/\mu V_1 \approx 1{,}33 \cdot 10^6$ Pa. Temperatura gazului în starea 2 este $T_2 = p_2V_2/\nu R = 4p_1V_1/\nu R = 4T_1$ =1600 K

c. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho = m/V_3 = m/2V_1$=3,2 kg/m³.

d. Din legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2$

79. a. Transformarea $1 \rightarrow 2$ este izocoră, iar $3 \rightarrow 1$ este o transformare izobară.

b. Determinăm parametrii stării 2: $p_2 = 3p_1 = 3 \cdot 10^5$ Pa şi V_2=V_1=1 L

Şi pe baza legii transformării izocore avem:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2T_1}{p_1} = 3T_1 = 900 \text{ K} \Rightarrow t_2 = 627^\circ\text{C}$$

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_1 = 10^5$ N/m² şi T_3=T_2=900 K $\Rightarrow$ t_3=627°C

Pe baza legii transformării izoterme între stările 2 şi 3 obţinem:

$$p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{p_2V_2}{p_3} = \frac{3p_1}{p_1}V_1 = 3V_1 = 3 \text{ L}$$

Am reprezentat succesiunea de transformări în coordonate (V,T) şi (p,T) în graficele R 1.1.34.

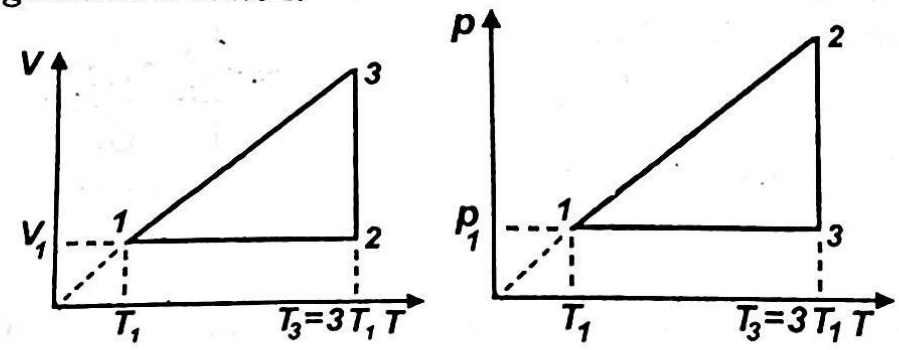


Fig. R 1.1.34

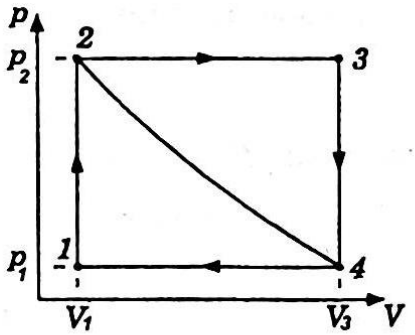


Fig. R 1.1.35

80. a. Numărul de moli de azot este $\nu = p_1V_1 / RT_1$, astfel că masa azotului $m = \mu\nu = \mu p_1V_1 / RT_1 \approx 1{,}123$ g şi numărul de molecule de azot este $N = N_A\nu = N_A\, p_1V_1 / RT_1 \approx 2{,}41\cdot 10^{22}$ molecule

b. Reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redată în graficul R 1.1.35.

c. Scriem ecuaţiile de stare în cele patru stări:

$p_1V_1 = \nu RT_1$; $p_2V_1 = \nu RT_2$; $p_2V_3 = \nu RT_3$ şi $p_1V_3 = \nu RT_4$. Înmulţim prima ecuaţie cu a treia şi a doua cu a patra, astfel că: $p_1p_2V_1V_3 = \nu^2R^2T_1T_3$ şi $p_1p_2V_1V_3 = \nu^2R^2T_2T_4 = \nu^2R^2T_2^2$.

Din cele două ecuaţii obţinem: $T_1T_3 = T_2^2 \Rightarrow T_3 = \dfrac{T_2^2}{T_1} = 2{,}25T_1 = 675$ K

d. Densitatea gazului în starea 3 este $\rho = m/V_3 = \mu\nu/V_3$. Cum $V_3 = \nu RT_3 / p_3 \Rightarrow$

$\rho_3 = p_3\mu / RT_3 = p_2\mu / RT_3 \Rightarrow \rho_3 \approx 0{,}75$ kg/m³

81. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V) este redată în figura R.1.1.36.

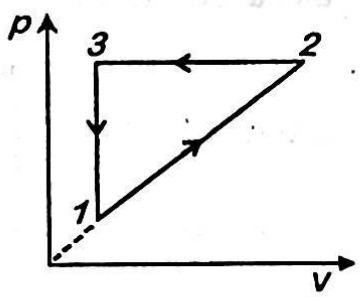


Fig. R 1.1.36

b. Din legea transformării $\dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \dfrac{p_2V_1}{p_1} \Rightarrow$

$V_2 = 3V_1 \Rightarrow \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{p_2V_2}{\nu T}\dfrac{\nu R}{p_1V_1} = 9$

c. Din legea transformării izobarei obţinem

$\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \dfrac{V_3T_2}{V_2} = 3T_1 = 900$ K

d. $\rho_2 = \dfrac{m}{V_2} = \dfrac{m}{3V_1}$ şi din $V_1 = \dfrac{\nu RT_1}{p_1}$ obţinem $\rho_2 = \dfrac{\mu p_1}{3RT_1} \approx 0{,}855$ kg/m³

82. a. Din ecuaţia de stare $pV = \dfrac{m_1}{\mu_{O2}}RT \Rightarrow V = \dfrac{m_1RT}{\mu_{O2}p} \approx 45{,}37$ L

b. Din expresia masei molare $\mu = \dfrac{m}{\nu} = \dfrac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2} \Rightarrow m_1 + m_2 = \mu(\nu_1 + \nu_2) \Rightarrow$

$\mu = \mu\left(\dfrac{m_1}{\mu_{O2}} + \dfrac{m_2}{\mu_{N2}}\right) \Rightarrow m_2 = \dfrac{m_1(\mu_{O2} - \mu)}{\mu - \mu_{N2}} = 192$ g

c. În final amestecul conţine şi oxigen şi azot, astfel că $p_f = p + p_{N2}$, unde

$p_{N2} = \dfrac{\nu_2RT}{V} = \dfrac{m_2}{\mu_{N2}}\dfrac{\mu_{O2}p}{m_1} \approx 3{,}31\cdot 10^5$ Pa $\Rightarrow p_f \approx 4{,}31\cdot 10^5$ Pa

d. La dechiderea buteliei iese gaz până când presiunea devine egală cu cea din exterior, astfel că $\Delta m = \mu\Delta\nu = \mu(\nu_f - \nu') = \mu\left(\dfrac{p_fV}{RT} - \dfrac{pV}{RT}\right) = \dfrac{\mu p_{N2}V}{RT} = \dfrac{\mu m_2}{\mu_{N2}} \Rightarrow$

$\Delta m \approx 198{,}88$ g

83. a. Masa amestecului este $\mu = \frac{m_i}{\nu_i} = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{4m_2}{\frac{3m_2}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} \Rightarrow \mu_2$=2 g/mol

b. Densitatea amestecului este $\rho = \frac{m_i}{V} = \frac{\mu p}{RT} \approx 0{,}275$ kg/mol

c. Din ecuaţia de stare $pV = (\nu_1 + \nu_2)RT$ şi cum $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1 \nu_1}{\mu_2 \nu_2} \Rightarrow \nu_2 = \frac{2\nu_1}{3}$, astfel că $V \approx 11{,}6$L

d. Fracţiunea din masa de gaz conţinută iniţial în balon care a ieşit este $f = \frac{m_i - m_f}{m_i} = \frac{\nu_i - \nu_f}{\nu_i}$. Numărul final de moli este:

$\nu_f = \frac{p_f V}{RT_f} = \frac{0{,}75 p_i V}{0{,}8 RT_i} = 0{,}9375\nu_i \Rightarrow f$=6,25%

84. a. Numărul de moli din prima incintă este $\nu_1 = \frac{p_0 Sh}{RT}$=0,05 moli

b. Transformare este izobară deoarece presiunea gazului este egală cu cea din exterior, astfel că $\frac{V}{T} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{Sh}{T} = \frac{S(h+x)}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{T(h+x)}{h} = 1{,}1T$ =321,2K

c. $N = N_A \nu_2 = N_A \frac{p_0 S(h-x)}{RT} = 0{,}9 N_A \frac{p_0 Sh}{RT} \approx 2{,}7 \cdot 10^{22}$ molecule

d. Considerăm transformare izotermă a gazului din prima incintă, astfel că $p_0 S(h+x) = p_f Sh \Rightarrow p_f = 1{,}1 p_0$ şi cum gazul din a doua incintă suferă o transformare generală obţinem $\frac{p_0 S(h-x)}{T} = \frac{p_f Sh}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{1{,}1T}{0{,}9} \approx 356{,}9$ K

85. a. Masa unei molecule de azot este $m_{0N2} = \mu_{N2}/N_A \approx 4{,}65 \cdot 10^{-26}$ kg

b. Scriem ecuaţiile de stare pentru gazele aflate în compartimentele *A* şi *B*:

$p_A V_A = \nu_A RT_A = mRT_A/\mu_{O_2}$ şi $p_B V_B = \nu_B RT_B = mRT_B/\mu_{N_2}$.

Împărţim ecuaţiile şi obţinem: $\frac{p_A V_A}{p_B V_B} = \frac{\mu_{N_2} T_A}{\mu_{O_2} T_B} \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{\mu_{N_2} T_A V_B}{\mu_{O_2} T_B V_A} \approx 0{,}583$

c. Dacă pistonul se deblochează, presiunile celor două gaze au aceeaşi valoare. Ecuaţiile de stare pentru gazele aflate în compartimentele *A* şi *B* după deblocarea pistonului sunt: $pV'_A = \nu_A RT = mRT/\mu_{O_2}$ şi $pV'_B = \nu_B RT = mRT/\mu_{N_2}$.

Împărţind cele două ecuaţii obţinem: $\frac{V'_A}{V'_B} = \frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}}$=0,875

86. a. Din ecuaţiile de stare $p_1 V_1 = \nu_1 RT_1$ şi $p_2 V_2 = \nu_2 RT_2$ prin împărţire obţinem:

$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{\mu_{O2}}{\mu_{H2}} \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} \frac{\mu_{H2}}{\mu_{O2}} \frac{T_2}{T_1}$ =3/128

b. Densitatea oxigenului este $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{\mu_{O2} \nu_2}{V_2} = \frac{\mu_{O2} p_2}{RT_2} \approx 1{,}28$ kg/m³

c. Oxigenul suferă o transformare izotermă, astfel că $p_2V_2 = p'(V_2 - Sx)$ (1), iar pentru hidrogen se scrie ecuația de stare în cele două stări, astfel că: $p_1V_1 = \nu_1 RT_1$ și $p'(V_1 + Sx) = \nu_1 RT_3 \Rightarrow \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p'(V_1 + Sx)}{T_3}$ (2).

Cum $V_2=4V_1$ prin împărțirea relațiilor obținem:

$$\frac{4p_2T_1}{p_1} = \frac{(4V_1 - Sx)T_3}{V_1 + Sx} = \frac{(4L - 5x)T_3}{L + 5x} \Rightarrow x = \frac{4L(p_1T_3 - p_2T_1)}{5(4p_2T_1 + p_1T_3)} \approx 18{,}46 \text{ cm}$$

d. Presiunea finală este $p' = \frac{p_2V_2}{V_2 - Sx} = \frac{4p_2L}{4L - 5x} \approx 1{,}3 \cdot 10^5$ Pa

87. a. Deoarece cele două mase de gaz sunt egale atunci:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \mu_{O2}\nu_{O2} = \mu_{CO2}\nu_{CO2} \Rightarrow r = \frac{\nu_{O2}}{\nu_{CO2}} = \frac{\mu_{CO2}}{\mu_{O2}} = \frac{11}{8}$$

b. Din ecuațiile de stare scrise pentru fiecare gaz aflat în fiecare compartiment obținem: pentru compartimentul *A* $pV = \frac{m}{\mu_{O2}} RT_A$ și pentru compartimentul *B*, astfel că $\frac{T_A}{\mu_{O2}} = \frac{T_B}{\mu_{CO2}} \Rightarrow T_B = T_A \frac{\mu_{CO2}}{\mu_{O2}} = 440$ K

c. Se încălzește gazul din compartimentul *A* până la temperatura gazului din compartimentul *B*. Cum pistonul este mobil, presiunile gazelor în cele două incinte sunt egale în final. Din ecuațiile de stare în cele două incinte obținem: $p'S\left(\frac{L}{2} + x\right) = \frac{m}{\mu_{O2}} RT_B$ și $p'S\left(\frac{L}{2} - x\right) = \frac{m}{\mu_{CO2}} RT_B$, astfel că din egalarea ecuațiilor obținem: $x = \frac{L}{2} \frac{\mu_{CO2} - \mu_{O2}}{\mu_{CO2} + \mu_{O2}} = 6$ cm

d. Masa molară a amestecului obținut prin introducerea celor două gaze în aceeași incintă este $\mu_{am} = \frac{m_A + m_B}{\nu_{O2} + \nu_{CO2}} = \frac{2m}{\frac{m}{\mu_{O2}} + \frac{m}{\mu_{CO2}}} = \frac{2\mu_{O2}\mu_{CO2}}{\mu_{O2} + \mu_{CO2}} \approx 37$ g/mol

88. a. Din definiția masei molare a amestecului obținem:

$$\mu_m = \frac{m}{\nu} = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2} \Rightarrow \mu_m\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right) = m_1 + m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{\mu_2(\mu_m - \mu_1)m_1}{\mu_1(\mu_2 - \mu_m)} \approx 4 \text{ g}$$

b. Raportul numărului de moli din cele două baloane este $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{m_1}{m_2}\frac{\mu_2}{\mu_1} \approx 0{,}57$

c. Raportul presiunilor gazelor din cele două baloane este $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1 RT}{V_1}\frac{V_2}{\nu_2 RT}$

$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1 V_2}{\nu_2 V_1} = 0{,}5$$

d. Din ecuațiile de stare scrise pentru primul balon și pentru baloane după amestecarea gazelor obținem: $p_1V_1 = \nu_1 RT$ și $p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT'$. Împărțim relațiile $\frac{p(V_1+V_2)}{p_1V_1}=\frac{(\nu_1+\nu_2)RT'}{\nu_1 RT} \Rightarrow \frac{p}{p_1}=\left(1+\frac{\nu_2}{\nu_1}\right)\frac{V_1}{V_1+V_2}\frac{T'}{T}$=2,2

89. a. Deoarece pistonul se află în echilibru mecanic la mijlocul cilindrului presiunile gazelor în cele două compartimente sunt egale. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele aflate în cele două compartimente: $pV = mRT_1/\mu_{O_2}$ și $pV = mRT_2/\mu_{N_2}$. Din cele două ecuații obținem: $\frac{T_1}{\mu_{O_2}}=\frac{T_2}{\mu_{N_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2}=\frac{\mu_{O_2}}{\mu_{N_2}} \Rightarrow$

$T_1/T_2 \approx 1,14$

b. Deoarece $T_1 > T_2$ azotul se încălzește și se dilată, pistonul deplasându-se pe distanța x. Scriem ecuația generală a azotului: $\frac{pV}{T_2}=\frac{p\cdot S(L/2+x)}{T_1}$ (1) și ecuația transformării izoterme a oxigenului: $pV = p\cdot S(L/2-x)$ (2). Împărțind cele două ecuații, obținem:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{L/2+x}{L/2-x} \Rightarrow x=\frac{(T_1-T_2)L}{2(T_1+T_2)}=\frac{(\mu_{O_2}-\mu_{N_2})L}{2(\mu_{O_2}+\mu_{N_2})}=5 \text{ cm}$$

c. După îndepărtarea pistonului masa molară a amestecului format din cele două gaze este $\mu=\frac{m_t}{\nu_t}=\frac{2m}{\nu_1+\nu_2}=\frac{2m}{\frac{m}{\mu_{O_2}}+\frac{m}{\mu_{N_2}}}=\frac{2\mu_{O_2}\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}+\mu_{N_2}} \approx 29,87$ g/mol

90. a. Deoarece pistonul se află în echilibru la mijlocul cilindrului, gazele ocupă volume egale la presiuni egale. Calculăm din ecuațiile de stare numărul de moli din fiecare compartiment. Astfel că: $\nu_1=\frac{pV}{RT_1}$ și $\nu_2=\frac{pV}{RT_2}$.

Raportul maselor celor două gaze este $\frac{m_1}{m_2}=\frac{\mu_{N_2}\nu_1}{\mu_{CO}\nu_2}=\frac{\mu_{N_2}T_2}{\mu_{CO}T_1}$, unde masele molare se calculează ținând cont că sunt numeric egale cu masa moleculară relativă: $\mu_{N_2}=m_{rN_2}=2m_{rN}$=28 g/mol și $\mu_{CO}=m_{rCO}=m_{rC}+m_{rO}$=28 g/mol $\Rightarrow$

$m_1/m_2 \approx 1,035$

b. Raportul numărului de molecule celor două gaze este $\frac{N_1}{N_2}=\frac{N_A\nu_1}{N_A\nu_2}=\frac{T_2}{T_1} \approx 1,035$

c. Fie V_1 volumul ocupat de azot după încălzirea acestuia cu ΔT. Scriem legea transformării azotului: $\frac{pV}{2T}=\frac{p\cdot V_1}{T_1+\Delta T}$ și a monooxidului de carbon: $\frac{pV}{2}=p\cdot(V-V_1)$. Din cele două ecuații obținem: $V_1=\frac{(T_1+\Delta T)V}{2T_1+\Delta T}$=5,9 dm³ $\Rightarrow$

variația volumului ocupat de azot este $\Delta V = V_1 - V/2$ =0,1 dm³

91. a. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor din cele două compartimente în starea inițială: $p_1V=\frac{m_1}{\mu}RT_1$ și $p_2V=\frac{m_2}{\mu}RT_2$. Împărțind cele două relații obținem raportul presiunilor inițiale ale gazelor din cele două compartimente: $\frac{p_1}{p_2}=\frac{m_1T_1}{m_2T_2}=0{,}25$

b. Scriem ecuațiile de stare ale gazelor din cele două compartimente în starea finală: $p_1'V=\frac{m_1}{\mu}RT$ și $p_2'V=\frac{m_2}{\mu}RT \Rightarrow \frac{p_1'}{p_2'}=\frac{m_1}{m_2}\approx 0{,}33$

c. Dacă pistonul se deblochează presiunile hidrogenului în cele două compartimente devin egale, astfel că pe baza ecuațiilor de stare:

$pV_1=\frac{m_1RT}{\mu}$ și $pV_2=\frac{m_2RT}{\mu}$ obținem $\frac{V_1}{V_2}=\frac{m_1}{m_2}\approx 0{,}33$

92. a. Din ecuațiile de stare $pV_1=\nu_1RT_1$ și $pV_2=\nu_2RT_2$ prin împărțire obținem $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\nu_1T_1}{\nu_2T_2}$. Din $V=V_1+V_2 \Rightarrow V=V_1+\frac{V_1\nu_2T_2}{\nu_1T_1} \Rightarrow V_1=\frac{\nu_1T_1V}{\nu_1T_1+\nu_2T_2}=2$ L

și $V_2=\frac{\nu_2T_2V}{\nu_1T_1+\nu_2T_2}=4$ L

b. Presiunea dintr-un compartiment este $p=\frac{\nu_1RT_1}{V_1}=\frac{R(\nu_1T_1+\nu_2T_2)}{V}=4{,}986\cdot 10^5$Pa

c. Din ecuațiile de stare pentru gazul din primul compartiment în stare inițială și finală $pV_1=\nu_1RT_1$ și $pV/2=\nu_1RT'_1$ prin împărțire obținem $\frac{2V_1}{V}=\frac{T_1}{T'_1}\Rightarrow T'_1=\frac{T_1V}{2V_1}\Rightarrow T'_1=\frac{1_1}{2}\left(T_1+\frac{\nu_2T_2}{\nu_1}\right)=450$ K. Pentru gazul din cel de-al doilea compartiment $pV_2=\nu_2RT_2$ și $pV/2=\nu_2RT_2$ prin împărțire $\frac{2V_2}{V}=\frac{T_2}{T'_2}\Rightarrow T'_2=\frac{T_2V}{2V_2}=\frac{1}{2}\left(T_2+\frac{\nu_1T_1}{\nu_2}\right)=300$ K

93. a. Până ce balonul nu explodează, gazele din cele două incinte suferă transformări izocore. Calculăm pe baza ecuației de stare presiunile în fiecare incintă imediat înainte de explozie:

$p_1V_1=\nu_1RT_1\Rightarrow p_1=\frac{\nu_1RT_1}{V_1}$ și $p_2(V_2-V_1)=\nu_2RT\Rightarrow p_2=\frac{\nu_2RT}{V_2-V_1}$. Cum

$$p=p_1-p_2=RT\left(\frac{\nu_1}{V_1}-\frac{\nu_2}{V_2-V_1}\right)\Rightarrow T=\frac{p}{R\left(\frac{\nu_1}{V_1}-\frac{\nu_2}{V_2-V_1}\right)}\Rightarrow T=\frac{pV_1(V_2-V_1)}{R[\nu_1(V_2-V_1)-\nu_2V_1]}$$

$\Rightarrow T\approx 401{,}12$ K

b. După explozie gazele se amestecă și aplicăm pentru a afla presiunea finală p_f ecuația termică de stare:

$$p_fV_2=(\nu_2+\nu_1)RT\Rightarrow p_f=\frac{(\nu_2+\nu_1)RT}{V_2}\Rightarrow p_f=\frac{(\nu_2+\nu_1)pV_1(V_2-V_1)}{V_2[\nu_1(V_2-V_1)-\nu_2V_1]}\approx 6{,}86\cdot 10^8\text{ Pa}$$

c. Pentru ca explozia să nu se producă oricât ar creşte temperatura, trebuie să nu se poată atinge valoarea p, ceea ce se realizează numai dacă este îndeplinită condiţia: $\frac{\nu_2'}{\nu_1'} = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$

94. a. Deoarece pistonul rămâne în aceeaşi poziţie după deblocare, trebuie să se acţioneze cu o forţă dinspre incinta 2 spre incinta 1 (fig R 1.1.37), astfel că: $F_{p_1} = F_{p_2} + F \Rightarrow F = F_{p_1} - F_{p_2} \Rightarrow F = (p_1 - p_2)S = 200$ N

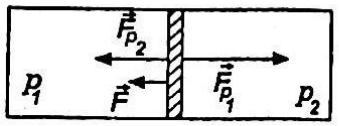


Fig. R 1.1.37

b. Lăsat liber pistonul se va afla în echilibru când presiunile din cele două incinte vor fi egale. Transformările gazelor din cele două compartimente sunt izoterme, astfel că vom aplica legea acestei transformări pentru studiul gazelor din cele două compartimente. Pentru azotul din compartimentul 1: $p_1 S\frac{\ell}{2} = pS\ell_1$ (1), unde ℓ_1 reprezintă lungimea incintei 1, iar pentru azotul din compartimentul 2: $p_2 S\frac{\ell}{2} = pS\ell_2 = pS(\ell - \ell_1)$ (2), unde ℓ_2 reprezintă lungimea incintei 2. Împărţim relaţiile (1) la (2) şi obţinem:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\ell_1}{\ell - \ell_1} \Rightarrow \ell_1 = \frac{p_1\ell}{p_1 + p_2} = 1{,}2 \text{ m şi } \ell_2 = \ell - \ell_1 = \frac{p_2\ell}{p_1 + p_2} = 0{,}8 \text{ m}$$

c. Pentru ca pistonul lăsat liber să se afle la mijlocul cilindrului, trebuie să scoatem gaz din compartimentul cu presiunea mai mare, adică din compartimentul 1, până ce se ajunge la presiunea din compartimentul 2.

$$m = m_i - m_f = \mu\nu_i - \mu\nu_f = \mu\left(\frac{p_1 V}{2RT} - \frac{P_2 V}{2RT}\right) = \frac{\mu S\ell}{2RT}(p_1 - p_2) \Rightarrow m \approx 2{,}326\text{g}$$

95. a. Pentru a afla masa de gaz din fiecare compartiment utilizăm ecuaţia termică de stare: $p_0 S\ell = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow m = \frac{\mu p_0 S\ell}{RT} \approx 2{,}246$ g

b. Studiem transformările azotului din fiecare compartiment. Deoarece în final pistonul se află în echilibru trebuie ca în ambele compartimente presiunea sa aibă aceeaşi valoare p'. Dacă pistonul se deplasează spre drepta ca în figura R 1.1.38 scriem ecuaţia proceselor generale pentru fiecare gaz.

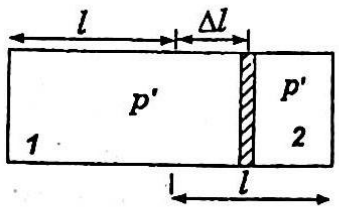


Fig. R 1.1.38

Pentru gazul din compartimentul 1: $\frac{pS\ell}{T} = \frac{p'S(\ell + \Delta\ell)}{T + \Delta T}$ (1).

Pentru gazul din compartimentul 2: $\frac{pS\ell}{T} = \frac{p'S(\ell - \Delta\ell)}{T - \Delta T}$ (2).

Din cele două ecuaţii obţinem: $\frac{\ell + \Delta\ell}{T + \Delta T} = \frac{\ell - \Delta\ell}{T - \Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{T\Delta\ell}{\ell} = 120$ K.

c. Deoarece pistonul se menţine în echilibru la jumătatea cilindrului în compartimente trebuie să fie aceeaşi presiune şi anume cea mai mică. Această presiune se obţine în compartimentul răcit, iar gazul din acest compartiment suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T} = \frac{p_1}{T - \Delta T} \Rightarrow p_1 = \frac{p_0(T - \Delta T)}{T}$. Deci din compartimentul încălzit trebuie să scoatem gaz, astfel că:

$$m_{extras} = m_i - m_f = \mu\nu_i - \mu\nu_f = \mu(\nu_i - \nu_f) \Rightarrow m_{extras} = \mu\left(\frac{p_0 S\ell}{RT} - \frac{p_1 S\ell}{R(T+\Delta T)}\right) \Rightarrow$$

$$m_{extras} = \frac{\mu S\ell}{R}\left(\frac{p_0}{T} - \frac{p_0(T-\Delta T)}{T(T+\Delta T)}\right) \Rightarrow m_{extras} = \frac{2\mu S\ell p_0 \Delta T}{RT(T+\Delta T)} \approx 1{,}123 \text{ g}$$

96. a. Deoarece pistonul se află la echilibru mecanic presiunile gazelor de-o parte şi de cealaltă a lui sunt egale. Scriem ecuaţia termică de stare pentru fiecare gaz (fig R 1.1.37) şi obţinem pentru hidrogen

$pV_{H_2} = \frac{m_1}{\mu_{H_2}} RT$ şi pentru oxigen $pV_{O_2} = \frac{m_2}{\mu_{O_2}} RT$.

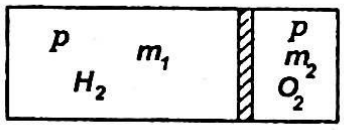


Fig. R 1.1.37

Apoi împărţim relaţiile şi obţinem: $\frac{V_{H_2}}{V_{O_2}} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\mu_{O2}}{\mu_{H2}} = 2$

b. Studiem transformările gazelor: astfel hidrogenul suferă o transformare generală dată de legea: $\frac{pV_{H_2}}{T_1} = \frac{p'S\ell_{H_2}}{T_2}$, iar oxigenul o transformare izotermă astfel că: $pV_{O_2} = p'S(\ell - \ell_{H_2})$. Împărţim relaţiile şi obţinem:

$$\frac{V_{H_2}}{T_1 V_{O_2}} = \frac{\ell_{H2}}{T_2(\ell - \ell_{H_2})} \Rightarrow V_{H_2} T_2 \ell - V_{H_2} T_2 l_{H_2} = T_1 V_{O_2} \ell_{H_2} \Rightarrow \ell_{H_2} = \frac{V_{H_2} T_2 \ell}{T_1 V_{O_2} + V_{H_2} T_2}$$

Cum $V_{H_2} = 2V_{O_2} \Rightarrow \ell_{H_2} = \frac{2\ell T_2}{T_1 + 2T_2} \approx 72{,}72$ cm

c. Aplicăm ecuaţia termică de stare pentru amestecul de gaze aflat la temperatura absolută T_3 astfel că:

$$pS\ell = (\nu_1 + \nu_2)RT_3 = \left(\frac{m_1}{\mu_{H_2}} + \frac{m_2}{\mu_{O_2}}\right)RT_3 \Rightarrow p = \left(\frac{m_1}{\mu_{H_2}} + \frac{m_2}{\mu_{O_2}}\right)\frac{RT_3}{S\ell} \approx 2{,}49 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

97. a. $m = \mu_{o_2}\nu_1 = 64$ g

b. Pistonul se află în echilibru, astfel că rezultanta forţelor care acţionează asupra pistonului este nulă (fig R 1.1.38). Obţinem:

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0 S + Mg \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 1{,}15 \cdot 10^5 \text{Pa},$$

de unde rezultă că presiunea amestecului de gaze când se deschide robinetul are aceeaşi valoare ca cea calculată anterior. Deoarece gazul din cilindru are deja presiunea p, înseamnă că după deschiderea robinetului oxigenul din balon se destinde izoterm până ce presiunea lui devine p şi astfel pistonul cu masa M se deplasează. Aplicăm pentru oxigen legea transformării izoterme:

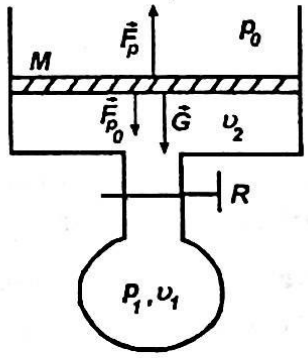


Fig. R 1.1.38

$$p_1 V_1 = p(V_1 + S\Delta x) \Rightarrow \Delta x = \frac{(p_1 - p)V_1}{pS}.$$

Utilizăm ecuaţia de stare pentru a afla volumul oxigenului din balon:

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu_1 RT_1}{p_1} \approx 40 \text{ L} \Rightarrow \Delta x = \frac{(p_1 - p) \cdot \nu_1 RT}{Sp_1 p} \approx 1{,}73 \text{ m}$$

c. Aflăm volumul total ocupat în final de amestec, utilizând ecuația termică de stare: $pV=(\nu_1+\nu_2)RT \Rightarrow V=\dfrac{(\nu_1+\nu_2)RT}{p}\approx 0{,}108\ \text{m}^3$

98. a. Deoarece pistonul mobil este în echilibru înseamnă că presiunile celor două gaze sunt egale cu p. Utilizăm ecuațiile de stare pentru cele două gaze:

Pentru oxigen: $pV_1=\nu_1RT=\dfrac{m_1}{\mu_{O_2}}RT$, iar pentru azot: $pV_2=\nu_2RT=\dfrac{m_2}{\mu_{N_2}}RT$ de unde rezultă că prin împărțirea relațiilor obținem:

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}}\Rightarrow m_2=m_1\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{\mu_{N_2}}{\mu_{O_2}}=84\ \text{g}$$

b. Volumul cilindrului este $V=V_1+V_2=4V_1$. Se obțin în starea inițială volumele: $V_1=\dfrac{V}{4}$ și $V_2=\dfrac{3V}{4}$

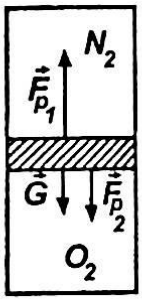


Fig. R 1.1.39

Deoarece ν_{N_2} este constant și temperatura nu se schimbă înseamnă că azotul suferă o transformare izotermă, astfel că:

$$pV_2=p_2\frac{V}{2}\Rightarrow p\frac{3V}{4}=p_2\frac{V}{2}\Rightarrow p_2=\frac{3p}{2}.$$

Impunem ecuația de echilibru pistonului (fig R 1.1.39):

$$F_{p_2}+G=F_1\Rightarrow p_2S+mg=p_1S\Rightarrow p_1=p_2+\frac{mg}{S}=\frac{3p}{2}+\frac{mg}{S}.$$

Calculăm masa de oxigen care trebuie introdusă sub piston pentru ca aceasta să se afle la jumătatea cilindrului: $\Delta m=m_f-m_i=\dfrac{p_1V}{2RT}\mu-\dfrac{pV_1}{RT}\mu$, unde masele se calculează din ecuația termică de stare:

$$\Delta m=\frac{\mu V}{2RT}\left(p_1-\frac{p}{2}\right)\Rightarrow \Delta m=\left(p+\frac{mg}{S}\right)\frac{V\mu}{2RT}\approx 7{,}7\ \text{g}$$

c. Utilizăm ecuația termică de stare după înlăturare pistonului și obținem:

$$p_fV=(\nu_1+\nu_2)RT=\left(\frac{m_1}{\mu_{O_2}}+\frac{m_2}{\mu_{N_2}}\right)RT\Rightarrow p_f=\left(\frac{m_1}{\mu_{O_2}}+\frac{m_2}{\mu_{N_2}}\right)\frac{RT}{V}\Rightarrow p_f\approx 2{,}493\cdot 10^6\ \text{Pa}$$

99. a. Deoarece cilindrii sunt orizontali, iar pistoanele și lichidul se află în echilibru înseamnă că presiunile în trei cilindrii sunt inițial egale, astfel că din ecuația de stare $pS(L-a)=\nu RT\Rightarrow \nu_1=\nu_2=\nu_3=\nu$, deci în fiecare compartiment se află același număr de moli. Cum $N=\nu N_A\Rightarrow N_1:N_2:N_3=1:1:1$, adică în fiecare compartiment se află același număr de molecule.

b. $\dfrac{p'}{p}=\dfrac{L-a}{a}\cdot\dfrac{T'}{T}\approx 1{,}33$

c. Când pistonul ajunge la capătul cilindrului 1 la încălzirea gazului din acesta, împinge lichidul și acesta din motive de simetrie pătrunde în mod egal cu ceilalți doi cilindri, astfel că volumul final al acestora devine:

$$V_2'=S\left(L-a-\frac{a}{2}\right)=S\left(L-\frac{3a}{2}\right).$$

Studiem transformarea generală a gazului din cilindrul (1), cel încălzit, astfel că obținem: $\frac{pS(L-a)}{T}=\frac{p'SL}{T'}$ (1).

Studiem transformarea izotermă a unui gaz din ceilalți doi cilindrii (2) sau (3), astfel că obținem: $pS(L-a)=p'SL\left(L-\frac{3a}{2}\right)$ (2).

Împărțim (1) la (2) și obținem: $\frac{1}{T}=\frac{L}{T'\left(L-\frac{3a}{2}\right)}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\frac{L}{L-\frac{3a}{2}}=2$

100. a. Deoarece pistoanele sunt semipermeabile pentru hidrogen și gazul trece prin acestea până când presiunea lui de-o parte și de cealaltă a pistoanelor este aceeași, hidrogenul ocupă în final întreg volumul $3V$. Hidrogenul suferă o transformare izotermă: $pV=p_{H_2}\cdot 3V\Rightarrow p_{H_2}=\frac{p}{3}$.

Deoarece inițial oxigenul ocupă volumul V și în final ocupă și compartimentul 2, volumul final al acestuia este $2V$, astfel că pe baza legii izotermei, obținem: $pV=p_{O_2}\cdot 2V\Rightarrow p_{O_2}=\frac{p}{2}$. În final în compartimentele 1 și 2 vom avea atât oxigen cât si hidrogen, astfel că presiunea finală va fi: $p_2=p_{H_2}+p_{O_2}=\frac{p}{3}+\frac{p}{2}=\frac{5p}{6}$, adică suma presiunilor parțiale ale celor două gaze dacă acestea ar ocupa singure compartimentul, conform legii lui Dalton.

Astfel: $\frac{\Delta p_2}{p}=\frac{p_2-p}{p}=\frac{p_2}{p}-1=-16{,}66\%$.

În compartimentele 1 și 2 presiunea scade cu 16,66%.

În compartimentul 3, conform legii lui Dalton, presiunea finală se obține adunând presiunile parțiale ale gazelor componente, astfel că:

$$p_3=p_{He}+p_{H_2}=p+\frac{p}{3}=\frac{4p}{3}\Rightarrow\frac{\Delta p_3}{p}=\frac{p_3-p}{p}=\frac{p_3}{p}-1=33{,}33\%.$$

În compartimentul 3 presiunea crește cu 33,33%.

b. Calculăm masa inițială în compartimentul 1, conform ecuației termice de stare $pV=\frac{m_1}{\mu_{O_2}}RT\Rightarrow m_{1_i}=\frac{pV\mu_{O_2}}{RT}$.

Calculăm masa finală în compartimentul 1:

$$m_{1_f}=m_{H_2}+m_{O_2}=\frac{p_{H_2}V\mu_{H_2}}{RT}+\frac{p_{O_2}V\mu_{O_2}}{RT}=\frac{pV\mu_{H_2}}{3RT}+\frac{pV\mu_{O_2}}{2RT}=\frac{pV}{RT}\left(\frac{\mu_{H_2}}{3}+\frac{\mu_{O_2}}{2}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{m_{1_f}}{m_{1i}}=\left(\frac{\mu_{H_2}}{3}+\frac{\mu_{O_2}}{2}\right)\frac{1}{\mu_{O_2}}=\frac{\mu_{H_2}}{3\mu_{O_2}}+\frac{1}{2}\approx 0{,}52\Rightarrow m_{1_f}<m_{1i}$$

masa amestecului în compartimentul 1 scade și presiunea scade.

Procedăm analog pentru compartimentul 2:

$$m_{2_i}=\frac{pV\mu_{H_2}}{RT}\text{ și }m_{2_f}=m_{H_2}+m_{O_2}=\frac{pV}{RT}\left(\frac{\mu_{H_2}}{3}+\frac{\mu_{O_2}}{2}\right)\Rightarrow.$$

$$\frac{m_{2f}}{m_{2i}}=\left(\frac{\mu_{H_2}}{3}+\frac{\mu_{O_2}}{2}\right)\frac{1}{\mu_{H_2}}=\frac{\mu_{O_2}}{2\mu_{H_2}}+\frac{1}{3}\approx 8{,}33\Rightarrow m_{2f}>m_{2i}.$$

Masa amestecului în compartimentul 2 creşte şi presiunea scade. Acest lucru se explică prin difuzia prin peretele despărţitor dintre compartimentele 1 şi 2 a celor două gaze, astfel că din compartimentul 2 difuzează spre compartimentul 1 un gaz uşor (hidrogenul) în timp ce un gaz greu (oxigenul) difuzează dinspre compartimentul 1 spre compartimentul 2.

c. Iniţial în compartimentul 3 se află numai He a cărui masă iniţială este $m_{3i}=\frac{pV\mu_{He}}{RT}$, iar în final masa amestecului de He şi H_2 este:

$$m_{3f}=m_{He}+m_{H_2}=\frac{pV\mu_{He}}{RT}+\frac{pV\mu_{H_2}}{3RT}=\frac{pV}{RT}\left(\mu_{He}+\frac{\mu_{H_2}}{3}\right)$$

$$\frac{m_{3f}}{m_{3i}}=\left(\mu_{He}+\frac{\mu_{H_2}}{3}\right)\frac{1}{\mu_{He}}=1+\frac{\mu_{H_2}}{3\mu_{He}}\approx 1{,}167.$$

101. a. Notăm cu V_1,V_2,V_3 volumele finale ale celor trei compartimente. Presiunea finală în compartimentul 1 va fi $p_1=p_{N_2}+p_{H_2}$.

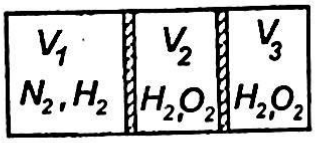


Fig. R 1.1.40

Presiunea finală în compartimentele 2 şi 3 va fi

$p_2=p_3=p_{O_2}+p_{H_2}$.

Deoarece pistoanele sunt mobile şi în final ajung într-o stare de echilibru trebuie ca presiunile finale în compartimente să fie egale, deci:

$p_1=p_2\Rightarrow p_{N_2}+p_{H_2}=p_{O_2}+p_{H_2}\Rightarrow p_{N_2}=p_{O_2}$ (1).

Studiem transformările izoterme ale hidrogenului, azotului şi oxigenului.

Pentru $H_2: p2V=p_{H_2}4V\Rightarrow p_{H_2}=\frac{p}{2}$.

Pentru $N_2: pV=p_{N_2}\cdot V\Rightarrow p_{N_2}=\frac{pV}{V_1}$ (2).

Pentru $O_2: pV=p_{O_2}(V_2+V_3)\Rightarrow p_{O_2}=\frac{pV}{V_2+V_3}$ (3).

Din (1), (2) şi (3) rezultă: $\frac{pV}{V_1}=\frac{pV}{V_2+V_3}\Rightarrow V_1=V_2+V_3$.

Dar $V_1+V_2+V_3=4V\Rightarrow V_2+V_3=4V-V_1\Rightarrow V_1=4V-V_1\Rightarrow V_1=2V$.

Cum compartimentele 2 şi 3 au volumele egale: $V_2=V_3=\frac{V-V_1}{2}=V$.

b. $p_1=p_{N_2}+p_{H_2}=\frac{pV}{2V}+\frac{p}{2}=p\Rightarrow\frac{p_1}{p}=1\Rightarrow$ presiunea nu se modifică prin difuzia gazelor

c. Notăm cu ν_{2i} numărul iniţial de moli din compartimentul 2, astfel că pe baza ecuaţiei de stare $\nu_{2i}=\frac{2pV}{RT}$. În final în compartimentul 2:

$$\nu_{2f}=\nu_{H_2}+\nu_{O_2}\Rightarrow\nu_{2f}=\frac{p}{2}\cdot\frac{V}{RT}+\frac{p_{O_2}V}{RT}\text{ cu }p_{O_2}=\frac{p}{2}\Rightarrow\nu_{2f}=\frac{pV}{RT}$$

$$\frac{\Delta\nu_2}{\nu_{2i}}=\frac{\nu_{2f}-\nu_{2i}}{\nu_{2i}}=\frac{\nu_{2f}}{\nu_{2i}}-1=-\frac{1}{2}=-50\%$$

Numărul de moli din compartimentul 2 scade în urma procesului de difuzie al gazelor prin pistoanele semipermeabile.

102. a. Deoarece pistonul este semipermeabil pentru hidrogen, presiunile hidrogenului de-o parte si de cealaltă a pistonului sunt egale, ca şi cum pistonul nu ar exista pentru hidrogen.

Scriem ecuaţiile de stare pentru hidrogen în starea finală. Obţinem în compartimentul superior:

$$p_{H_2}S\left(\frac{\ell}{2}-x\right)=\nu_{1_{H_2}}RT=\frac{(1-f)m}{\mu_{H_2}}RT\ (1),\text{ iar în compartimentul inferior:}$$

$$p_{H_2}S\left(\frac{\ell}{2}+x\right)=\nu_{2_{H_2}}RT=\frac{fm}{\mu_{H_2}}RT\ (2).$$

Împărţim cele două relaţii şi obţinem:

$$\frac{\ell-2x}{\ell+2x}=\frac{1-f}{f}\Rightarrow x=\frac{\ell(2f-1)}{2}=24\text{ cm}$$

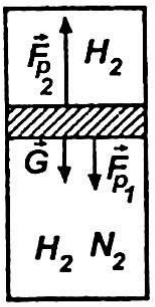


Fig. R 1.1.41

b. Impunem condiţiile de echilibru pistonului atât în stare iniţială cât şi în stare finală (fig R 1.1.41). Obţinem în stare iniţială: $p_1S+mg=p_2S\ (3)$ şi în stare finală: $mg=p_2'S\ (4)$.

Deci din (3) şi (4) rezultă: $p_1S+p_2'S=p_2S\ (5)$.

Studiem transformarea izotermă a azotului:

$$p_2S\frac{\ell}{2}=p_2'S\left(\frac{\ell}{2}+x\right)\Rightarrow p_2'=\frac{p_2\ell}{\ell+2x}\ (6).\text{ Din (5) şi (6) rezultă:}$$

$$p_1+\frac{p_2\ell}{\ell+2x}=p_2\Rightarrow p_1=p_2\left(1-\frac{\ell}{\ell+2x}\right)\Rightarrow p_1=p_2\frac{2x}{\ell+x}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2=\frac{p_1(\ell+2x)}{2x}=\frac{2fp_1}{2f-1}=4\cdot10^5\text{ Pa.}$$

c. $m=\dfrac{p_2'S}{g}=\dfrac{p_2\ell S}{g(\ell+2x)}=\dfrac{pS}{(2f-1)g}=2{,}5\text{ kg}$

1.2. Lucrul mecanic şi energia internă

1. a. Masele molare ale celor gaze se calculează ţinând cont că acestea sunt numeric egale cu masele moleculare relative. Astfel că: $\mu_1=m_{rC}+m_{rO}$ =28 g/mol şi $\mu_2=m_{rC}+2m_{rO}$ =44 g/mol. Numărul de molecule din incintă este:

$$N=(\nu_1+\nu_2)N_A=\left(\frac{m}{\mu_1}+\frac{m}{\mu_2}\right)N_A\approx5{,}42\cdot10^{24}\text{ molecule}$$

b. Densitatea amestecului este: $\rho = \frac{2m}{V}$, unde volumul ocupat de amestecul de gaze este $V = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{p} = \left(\frac{m}{\mu_1} + \frac{m}{\mu_2}\right)\frac{RT}{p} \approx 0{,}204 \text{ m}^3 \Rightarrow \rho \approx 1{,}51 \text{ kg/m}^3$

c. Energia internă a amestecului este: $U = U_1 + U_2 = \nu_1 C_{V_1} T + \nu_2 C_{V_2} T \Rightarrow$

$U = mRT\left(\frac{5}{2\mu_1} + \frac{3}{\mu_2}\right) \approx 55 \text{ kJ}$

2. a. Pe baza ecuației de stare : $pV = \nu_1 RT \Rightarrow p = \frac{m_1 RT}{\mu V} \approx 3{,}12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

b. Densitatea gazului rămas în butelie este $\rho = \frac{m_2}{V} = 1 \text{ kg/m}^3$

c. Energia internă a gazului rămas în butelie este $U = \nu_2 C_V T = \frac{5m_2 RT}{2\mu} \approx 97{,}38 \text{ kJ}$

3. a. $\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) \Rightarrow T_1 = T_2 - \frac{\Delta U}{\nu C_V} = T_2 - \frac{2N_A \Delta U}{5NR} = 640 \text{ K}$

b. Din legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 6{,}25 \text{ L}$

c. Presiunea gazului este $p = \frac{\nu RT_1}{V_1} = \frac{NRT_1}{N_A V_1} \approx 5{,}3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

d. Variația relativă a concentrației moleculare este $\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{N}{V_2} - \frac{N}{V_1} \Rightarrow$

$\Delta n = \frac{N(V_1 - V_2)}{V_1 V_2} \approx -1{,}11 \cdot 10^{26} \text{ molecule/m}^3$

4.a. Densitatea oxigenului din butelie este $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu\nu}{V} = \frac{\mu pV}{RT_1 V} = \frac{\mu p}{RT_1} \Rightarrow$

$\rho \approx 3{,}84 \text{ kg/mol}$

b. Transformarea gazului este izocoră, astfel că:

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_0 + \Delta p}{T_{max}} \Rightarrow T_{max} = \frac{(p_0 + \Delta p)}{p_1} T_1 = 500 \text{ K}$

c. Masa de oxigen care trebuie evacuată este:

$\Delta m = m_i - m_f = \frac{\mu p_1 V}{RT_1} - \frac{\mu p_1 V}{RT_{max}} = \frac{\mu p_1 V (T_{max} - T_1)}{RT_{max} T_1} \approx 4{,}6 \text{g}$

d. Variația energiei interne a gazului este:

$\Delta U = U_f - U_i = \nu_f C_V T_{max} - \nu_1 C_V T_{max} = \left(\frac{p_1 V}{RT_{max}} - \frac{(p_0 + \Delta p)V}{RT_{max}}\right) C_V T_{max}$

$\Delta U = \frac{5}{2}(p_1 - p_0 - \Delta p)V = -15 \text{ kJ}$

5. a. Sistemul termodinamic format din cele două gaze este izolat. Pentru acest sistem energia internă se conservă, astfel că:

$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \nu_1 C_{V_1} \Delta T_1 + \nu_2 C_{V_2} \Delta T_2 = 0$

Deoarece gazele sunt biatomice, atunci $C_{V_1} = C_{V_2} = C_V \Rightarrow \nu_1(T-T_1)+\nu_2(T-T_2)=0$

$\Rightarrow T=\frac{\nu_1T_1+\nu_2T_2}{\nu_1+\nu_2}$ reprezintă temperatura de echilibru după punerea vaselor în legătură. Conform ecuațiilor termice de stare obținem: $\nu_1=\frac{p_1V_1}{RT_1}$ și

$\nu_2=\frac{p_2V_2}{RT_2} \Rightarrow T=\frac{(p_1V_1+p_2V_2)T_1T_2}{p_1V_1T_2+p_2V_2T_1}\approx 456{,}52$ K

b. Utilizăm ecuația termică de stare pentru amestecul de gaze:

$p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT \Rightarrow p=\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{V_1+V_2} \Rightarrow p=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}\approx 2{,}33\cdot 10^5$ Pa

c. Cantitatea de gaz aflată în primul recipient în starea finală este

$\nu'_1=\frac{pV_1}{RT}\approx 1{,}22$ moli

d. Variația energiei interne în primul vas este:

$\Delta U_1=U_{1f}-U_{1i}=\nu'_1C_VT-\nu_1C_VT_1=C_V(\nu'_1T-\nu_1T_1)=\frac{3}{2}V_1(p-p_1)=\frac{3}{2}V_1V_2\frac{p_2-p_1}{V_1+V_2}=4$ kJ

6. a. Numărul de molecule de gaz din fiecare recipient în starea inițială este:

$N_1=N_A\nu_1=N_A\frac{p_1V_1}{RT_1}\approx 1{,}2\cdot 10^{23}$ molecule deoarece $\nu_1=\frac{p_1V_1}{RT_1}=0{,}2$ moli

și $N_2=N_A\nu_2=N_A\frac{p_2V_2}{RT_2}\approx 6{,}02\cdot 10^{22}$ molecule deoarece $\nu_2=\frac{p_2V_2}{RT_2}=0{,}1$ moli

b. Pentru acest sistem energia internă se conservă. Obținem:

$\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2=0 \Rightarrow \nu_1C_{V_1}\Delta T_1+\nu_2C_{V_2}\Delta T_2=0$.

Deoarece gazele sunt monoatomice, atunci $C_{V_1}=C_{V_2}=C_V=3R/2 \Rightarrow$

$\nu_1(T-T_1)+\nu_2(T-T_2)=0 \Rightarrow T=\frac{\nu_1T_1+\nu_2T_2}{\nu_1+\nu_2}$ reprezintă temperatura de echilibru după punerea vaselor în legătură. Conform ecuațiilor termice de stare obținem:

$T=\frac{(p_1V_1+p_2V_2)T_1T_2}{p_1V_1T_2+p_2V_2T_1}\approx 466{,}66$ K

c. Presiunea amestecului dacă sistemul este adus la temperatura T_3 este:

$p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT_3 \Rightarrow p=\left(\frac{p_1V_1}{T_1}+\frac{p_2V_2}{T_2}\right)\frac{T_3}{V_1+V_2}=1{,}25\cdot 10^5$ Pa

d. Numărul de molecule din unitatea de volum este

$n=\frac{N}{V}=\frac{N_1+N_2}{V_1+V_2}=\frac{N_A(\nu_1+\nu_2)}{V_1+V_2}=\frac{N_A}{V_1+V_2}\left(\frac{p_1V_1}{RT_1}+\frac{p_2V_2}{RT_2}\right)\approx 1{,}8\cdot 10^{25}$molecule/m^3

7. a. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele din ambele compartimente. Astfel $p_1V_1=\frac{m_{O2}}{\mu_{O2}}RT_1$ și $p_2V_2=\frac{m_x}{\mu_x}RT_2$ și prin împărțirea relațiilor obținem μ_x=2 g/mol, deci gazul al doilea este hidrogenul.

b. Pe baza conservării energiei interne $\Delta U=\Delta U_1+\Delta U_2=0 \Rightarrow$ $\nu_1C_{V1}\Delta T_1+\nu_2C_{V2}\Delta T_2=0$. Cum ambele gaze sunt biatomice, atunci

$C_{V_1} = C_{V_2} = C_V = \frac{5R}{2} \Rightarrow \nu_1(T-T_1)+\nu_2(T-T_2)=0 \Rightarrow \frac{p_1V_1}{RT_1}(T-T_1)+\frac{p_2V_2}{RT_2}(T-T_2)=0 \Rightarrow$

$T = \frac{13T_1}{7} \approx$

c. Scriem ecuațiile de stare pentru gazele din fiecare compartiment în stare inițială și în stare finală. Pentru gazul din primul compartiment: $p_1V_1 = \nu_{O2}RT_1$ și $p(V_1+Sx)=\nu_{O2}RT \Rightarrow p = \frac{p_1V_1T}{(V_1+Sx)T_1}$ (1), iar pentru gazul din al doilea compartiment: $p_2V_2 = \nu_{H2}RT_2$ și $p(V_2-Sx)=\nu_{H2}RT \Rightarrow p = \frac{p_2V_2T}{(V_1-Sx)T_2}$ (2). Din egalarea presiunilor (1) și (2) obținem: $x = \frac{3V_1}{7S}$ =7,5 cm

d. Pentru ca pistonul să revină la poziția inițială trebuie să scoatem gaz din primul compartiment, deoarece atunci când a fost lăsat liber gazul din primul compartiment, acesta s-a dilatat. Astfel $\Delta m_1 = \mu_{O2}(\nu_{i1}-\nu_{f1}) = \mu_{O2}\left(\frac{p_1V_1}{RT_1}-\frac{p'V_1}{RT}\right)$. Presiunea p' se află ținând cont că gazul din incinta a doua suferă o trasformare izocoră, astfel că: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p'}{T} \Rightarrow p' = \frac{p_2T}{T_2} = 13p_1$ obținem $\Delta m_1 = -6\mu_{O2}\frac{p_1V_1}{RT_1} = -64$ g

8.a. Scriem ecuațiile termice de stare în cele două compartimente: $p_0V_1 = \nu_1RT_1$ și $p_0V_2 = \nu_2RT_2$. Prin împărțirea relațiilor obținem: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ =2, deoarece $\nu_1 = \nu_2 = \nu$.

b. Pentru acest sistem energia internă se conservă.
Obținem: $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \nu_1C_{V_1}\Delta T_1 + \nu_2C_{V_2}\Delta T_2 = 0 \Rightarrow$

$\nu\frac{3R}{2}(T-T_1)+\nu\frac{5R}{2}(T-T_2)=0 \Rightarrow T = \frac{3T_1+5T_2}{8}$ =412,5K

c. Masa molară a amestecului obținut prin amestecarea gazelor este: $\mu_{am} = \frac{m_1+m_2}{\nu_1+\nu_2} = \frac{\mu_1\nu_1+\nu_2\mu_2}{\nu_1+\nu_2} = \frac{\mu_1+\mu_2}{2}$ =16 g/mol

d. Din ecuația de stare obținem presiunea finală a amestecului de gaze din recipient: $p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT \Rightarrow p = \frac{2\nu RT}{V_1+V_2} = \frac{4\nu RT}{3V_1} = \frac{4p_0T}{3T_1} \approx 9{,}17\cdot10^5$ Pa

9. a. Cantitatea de gaz din primul recipient este $\nu_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1} \approx 0{,}6$ moli și în cel de-al doilea $\nu_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2} \approx 0{,}06$ moli

b. Pe baza legii conservării energiei: $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \nu_1C_{V_1}\Delta T_1 + \nu_2C_{V_2}\Delta T_2 = 0$ și cum $C_{V1}=3R/2$ și $C_{V2}=5R/2$ obținem: $3\nu_1(T-T_1)+5\nu_2(T-T_2)=0 \Rightarrow$

$T = \frac{3\nu_1T_1+5\nu_2T_2}{3\nu_1+5\nu_2} \approx 354{,}28$ K

c. Presiunea finală care se stabilește în cele două vase este:

$$p(V_1+V_2)=(\nu_1+\nu_2)RT \Rightarrow p=\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{V_1+V_2}\approx 2{,}77\cdot 10^5 \text{ Pa}$$

d. $\Delta U_1=\nu_1 C_{V_1}\Delta T_1=\frac{3p_1V_1}{2T_1}(T-T_1)\approx 405{,}96 \text{ J}$

10. a. Deoarece supapa se deschide numai dacă presiunea în recipientul mare depăşeşte presiunea din recipientul mic cu $\Delta p>p_0$, înseamnă că iniţial supapa este închisă şi întreaga cantitate de gaz se află numai în recipientul mare. (fig R 1.2.1) Utilizăm ecuaţia termică de stare:

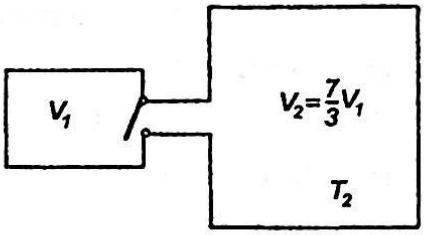


Fig. R 1.2.1

$$p_0V_2=\nu RT_2 \Rightarrow \nu=\frac{p_0V_2}{RT_2} \Rightarrow m=\mu\nu=\frac{\mu p_0V_2}{RT_2}\approx 2{,}71 \text{ g}$$

b. Presupunem că supapa se deschide, astfel că în recipientul 1 presiunea va fi p_1 iar în recipientul mare presiunea va fi $p_2=p_1+\Delta p$. Aplicăm legea conservării numărului de moli: $\nu=\nu_1+\nu_2$, unde cu ν_1 şi ν_2 am notat numărul de moli în recipientul mic şi respectiv în cel mare. Obţinem:

$$\frac{p_0V_2}{RT_2}=\frac{p_1V_1}{RT}+\frac{p_2V_2}{RT} \Rightarrow \frac{7p_0V_1}{3T_2}=\left(p_1V_1+\frac{7p_2V_1}{3}\right)\frac{2}{3T_2} \Rightarrow 7p_0=2p_1+\frac{14}{3}p_2 \Rightarrow$$

$$21p_0=6p_1+14p_2 \Rightarrow 21p_0=6p_1+14(p_1+\Delta p)=20p_1+14\Delta p \Rightarrow$$

$$p_1=\frac{21p_0-14\Delta p}{20}=1{,}5\cdot 10^4 \text{ Pa}$$

c. $\frac{\Delta U}{U_i}=\frac{U_f-U_i}{U_i}=\frac{U_f}{U_i}-1=\frac{\nu C_V T}{\nu C_V T_1}-1=\frac{T}{T_2}-1=0{,}5$

11. a. Scriem ecuaţiile termice de stare ale gazelor din fiecare incintă (fig R 1.2.2).

Pentru O_2: $2pV=2\nu RT_1 \Rightarrow pV=\nu RT_1$ (1)

Pentru H_2: $pV=3\nu RT_2$ (2)

Pentru N_2: $3pV=\nu RT_3$ (3)

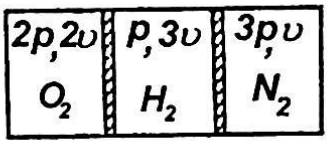


Fig. R 1.2.2

Din ecuaţiile (1) şi (2) obţinem: $T_2=\frac{T_1}{3}$ şi din ecuaţiile (1) şi (3) obţinem: $T_3=3T_1$

b. Deoarece cilindrul este izolat de exterior, energia internă a sistemului se conservă, astfel că: $U_f=U_1+U_2+U_3 \Rightarrow \nu_f C_V T=2\nu C_V T_1+3\nu C_V T_2+\nu C_V T_3$, cu $\nu_f=\nu_1+\nu_2+\nu_3=6\nu$ şi C_V acelaşi, deoarece gazele sunt biatomice, astfel că:

$$2\nu T_1+3\nu\frac{T_1}{3}+3\nu T_1=6\nu T \Rightarrow T=T_1$$

Utilizăm ecuaţia termică de stare: $p_fV_f=\nu_f RT \Rightarrow p=\frac{6\nu RT_1}{3V}=\frac{2\nu RT_1}{V}=2p$

c. $\Delta U_{O_2}=U_{O_{2f}}-U_{O_{2i}}=2\nu C_V T-2\nu C_V T_1=0$

12. a. Deoarece cele două recipiente comunică în ele presiunea are aceeaşi valoare. Când se măreşte temperatura în primul recipient şi se micşorează în al doilea trece gaz dintr-un recipient în celălalt, astfel că în recipientul încălzit

numărul de moli este ν_1, iar în recipientul răcit numărul de moli este ν_2. Fracțiunea cerută este: $f=\frac{\nu-\nu_1}{\nu}=1-\frac{\nu_1}{\nu}$.

Aplicăm legea de conservare a numărului de moli: $\nu_f=\nu_1+\nu_2\Rightarrow 2\nu=\nu_1+\nu_2$ (1).

Aplicăm ecuațiile termice de stare în starea finală în recipientul încălzit $pV=\nu_1 RnT$ și în recipientul răcit $pV=\nu_2 RT/n$. Din egalarea celor două ecuații obținem: $\nu_1 nT=\nu_2 T/n\Rightarrow\nu_2=n^2\nu_1$ (2)

Din (1) și (2) $\Rightarrow 2\nu=\nu_1+n^2\nu_1=\nu_1(1+n^2)\Rightarrow\nu_1=\frac{2\nu}{n^2+1}\Rightarrow f=\frac{n^2-1}{n^2+1}$=60%

b. $\Delta U=U_f-U_i=\left(\nu_1 C_V nT+\nu_2 C_V\frac{T}{n}\right)-2\nu C_V T\Rightarrow$

$$\Delta U=\left(\frac{2\nu}{n^2+1}nT+\frac{2n^2\nu}{n^2+1}\cdot\frac{T}{n}-2\nu T\right)C_V=-5\nu RT\frac{(n-1)^2}{n^2+1}=-24{,}93\text{ kJ}$$

c. L=0, deoarece volumul ocupat de hidrogen nu se modifică. Dacă parametrii de poziție nu se modifică, forțele nu-și deplasează punctele de aplicație și prin urmare nu efectuează lucru mecanic (volumul este un parametru de poziție).

13. a. Energia internă a gazului este:

$$U_i=\nu C_V T=\frac{5}{2}\nu RT=\frac{5p_0V}{4}=250\text{ J}$$

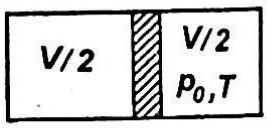


Fig. R 1.2.3

b. Inițial gazul se află în incinta din stânga.
La destindere lucrul mecanic este nul L=0, deoarece când se destinde în vid gazul nu are ce forțe să învingă, deoarece nu există gaz (fig R 1.2.3)

c. În final gazul ocupă întreg cilindrul. Destinderea gazului în vid se realizează brusc și gazul nu are timp să schimbe cu mediul exterior energie, sub formă de căldură. Deoarece gazul nu schimbă cu mediul exterior nici lucru mecanic și nici căldură, energia internă a gazului se menține constantă, astfel că $U_f=U_i$. Temperatura gazului nu se schimbă imediat după destindere, astfel că T=300 K.

14. a. Studiem echilibrul fiecărui piston pentru (fig R 1.2.4):

S_2: $F_{p_2}=F_{p_{02}}+T\Rightarrow pS_2=p_0S_2+T\Rightarrow T=(p-p_0)S_2$

S_1: $F_{p_2}=F_{p_{02}}+T\Rightarrow pS_1=p_0S_2+T\Rightarrow T=(p-p_0)S_1$.

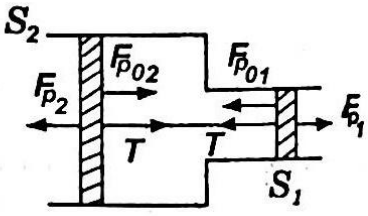


Fig. R 1.2.4

Din cele două relații rezultă că: $(p-p_0)S_2=(p-p_0)S_1$, condiție care trebuie îndeplinită întodeauna astfel încât $p=p_0$, de unde rezultă că gazul dintre pistoane suferă o transformare izobară, astfel că reprezentarea grafică în p și V este izobară și gazul se încălzeste (fig R 1.2.5).

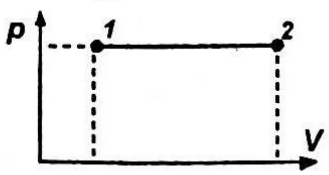


Fig. R 1.2.5

b. Conform legii transformării izobare:

$V_2=S_2(\ell_2+\Delta\ell)+S_1(\ell_2-\Delta\ell)\Rightarrow V_2=V_1+(S_2-S_1)\Delta\ell$

$$V_1=S_1\ell_1+S_2\ell_2\Rightarrow V_1+(S_2-S_1)\Delta\ell=V_1\left(1+\frac{\Delta T}{T_1}\right)\Rightarrow$$

$(S_2-S_1)\Delta\ell=\frac{V_1}{T_1}\Delta T \Rightarrow \quad \Delta\ell=\frac{V_1\Delta T}{T_1(S_2-S_1)}$=12,5 cm

c. $L=p_0\Delta V=p_0(S_2-S_1)\Delta\ell=p_0\frac{V_1\Delta T}{T_1}$=37,5 J

d. $\Delta U=\nu C_V\Delta T=\frac{3}{2}\nu R\Delta T=\frac{3}{2}(\nu RT_2-\nu RT_1)=\frac{3}{2}p_0(V_2-V_1)=\frac{3}{2}p_0\Delta V=\frac{3}{2}\frac{p_0V_1\Delta T}{T_1}\Rightarrow$

$\Delta U=56{,}25$ J

15. a. Conform legii transformării rezultă: $p=aV$ (fig R 1.2.6)

Presiunea în strea 2 este $p_2=aV_2=3aV_1=3p_1$=9·10⁵ Pa

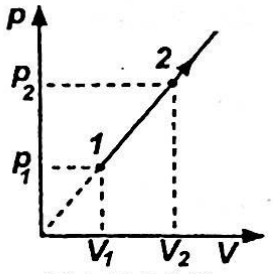


Fig. R 1.2.6

b. temperatura în starea 2 este $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{9p_1V_1}{\nu R}=9T_1$.

c. $\Delta U=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R8T_1=12\nu RT_1=12p_1V_1$=10,8 kJ

d. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumelor şi cele două ordonate reprezintă fizic lucrul mecanic:

$L=A_{trapez}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=4p_1V_1 \Rightarrow L$=3,6 kJ

16. a. Reprezentarea grafică a transformării în coordonate p şi V este redată în figura R 1.2.7.

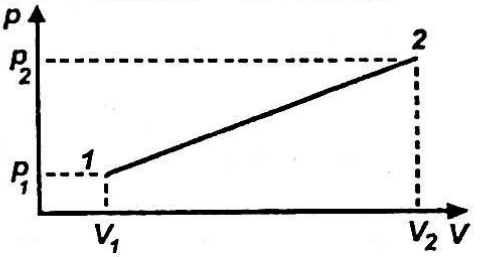


Fig. R 1.2.7

b. $\frac{T_2}{T_1}=\frac{p_2V_2}{p_1V_1}=12 \Rightarrow T_2=12T_1$.

c. $\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R\cdot 11T_1=\frac{55}{2}\nu RT_1=5{,}5$kJ

d. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumelor reprezintă fizic lucrul mecanic. Astfel că:

$L=A_{trapez}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=1{,}2$ kJ

17. a. Reprezentarea procesului în coordonate p şi V este redată în figura R.1.2.8.

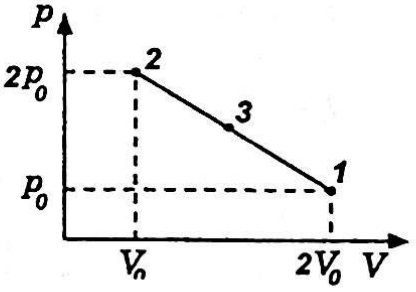


Fig. R 1.2.8

b. Din ecuațiile de stare $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{2p_0V_0}{\nu R}$ şi

$T_1=\frac{p_1V_1}{\nu R}=\frac{2p_0V_0}{\nu R}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=1$.

Stările 1 şi 2 sunt situate pe aceeaşi transformare izotermă.

c. $\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=0$

d. Aflăm parametrii stării 3: $p_3=\frac{3p_0}{2}$ şi $V_3=\frac{3V_0}{2}$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcție de volum, aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumelor şi cele două ordonate reprezintă fizic lucrul mecanic. Obținem:

$$L_{13}=\frac{(p_1+p_2)(V_3-V_1)}{2}=\frac{\left(p_0+\frac{3p_0}{2}\right)\left(\frac{3V_0}{2}-V_0\right)}{2}=-\frac{5p_0V_0}{8}.$$

$$L_{32}=\frac{(p_2+p_3)(V_2-V_3)}{2}=\frac{\left(2p_0+\frac{3p_0}{2}\right)\left(V_0-\frac{3V_0}{2}\right)}{2}=-\frac{7p_0V_0}{8}\Rightarrow\frac{L_{13}}{L_{32}}\approx 0{,}714.$$

18. a. Conform definiției:

$$\Delta U=U_2-U_1=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$$

$$\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\left(aV_2-bV_2^2-aV_1+bV_1^2\right)=\frac{3}{2}\nu R\cdot\left[a(V_2-V_1)-b\left(V_2^2-V_1^2\right)\right]$$

$$\Delta U=\frac{3}{2}\nu R(V_2-V_1)\cdot[a-b(V_2+V_1)]=\frac{3}{2}\nu RV_1(a-3bV_1).$$

$$p_1V_1=\nu RT_1\Rightarrow V_1=\frac{\nu RT_1}{p_1}\Rightarrow\Delta U=\frac{3}{2}\frac{\nu^2R^2T_1}{p_1}\left(a-\frac{3b\nu RT_1}{p_1}\right)\Rightarrow\Delta U=5{,}684\text{ kJ, cu}$$

$T_2=anV_1-bn^2V_1^2=528$ K, deoarece $V_1=6$ L

b. Scriem ecuația procesului în coordonate p,V utilizând ecuația termică de stare şi ecuația procesului în coordonate V şi T.

Prin urmare în ecuația de stare $pV=\nu RT$ introducem

$$T=aV-bV^2\Rightarrow pV=\nu R\left(aV-bV^2\right)\Rightarrow p=\nu R(a-bV)$$

Reprezentarea procesului în coordonate p şi V este redată în figura R 1.2.9.

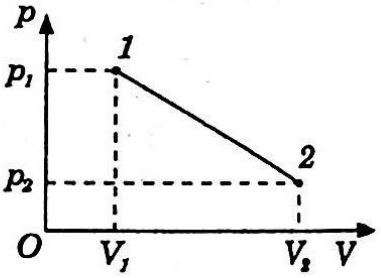


Fig. R 1.2.9

c. Presiunea gazului scade liniar cu creşterea volumului, astfel că $L=A_{trapez}$ (pe seama interpretării geometrice a lucrului mecanic) (fig R 1.2.9).

$$L=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}\Rightarrow L=\frac{\nu R(a-bV_1+a-bV_2)}{2}(V_2-V_1)$$

$$L=\frac{\nu R}{2}[2a-b(V_1+V_2)]\cdot(V_2-V_1)\Rightarrow L=\frac{\nu R}{2}[2a-3bV_1]\cdot V_1=4686{,}84\text{ J}.$$

d. $U_f=U_i\Rightarrow\Delta U=U_f-U_i=0\Rightarrow a=3b\nu RT_1/p_1=18\cdot10^3\text{ K/m}^3$

19. Pentru a putea compara lucrurile mecanice efectuate de gaze reprezentăm cele cinci transformări în coordonate p şi V (fig R 1.2.10). Determinăm ecuația procesului $T=aV^2$ în coordonate p şi V, introducând în ecuația termică de stare $pV=\nu RT\Rightarrow pV=\nu RaV^2\Rightarrow p=\nu RaV$. Deci presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul gazului.

Determinăm de asemenea în aceleaşi coordonate p şi V ecuația procesului $T=bV^3$ prin introducerea în ecuația termică de stare şi obținem: $pV=\nu R\cdot bV^3\Rightarrow p=\nu RbV^2$

$\Rightarrow p=ctV^2$ astfel că reprezentarea presiunii în funcție de volum este o parabolă care trece prin originea axelor de coordonate.

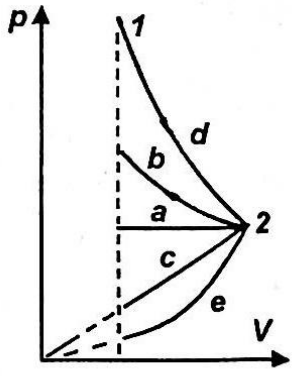


Fig. R 1.2.10

Lucrul mecanic minim, când gazul ajunge în starea 2 este conform graficului în procesul $T = bV^3$, adică curba **e**, deoarece pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic aria de sub curbă şi axa volumelor este minim. Pe acelaşi raţionament lucrul mecanic este maxim sub curba **d.**

20. $\nu = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \approx 0{,}04$ moli

b. $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$.

Cum $1 \to 2$ este izocoră: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1$, iar $2 \to 3$ este izobară:

$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = 6T_1 \Rightarrow \Delta U_{13} = \frac{15}{2}\nu RT = \frac{15}{2} p_1 V_1 = 750$ J

c. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_1) = 2p_1(3V_1 - V_1) = 4p_1 V_1 = 400$ J

d. $U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{3}{2}\nu R 2T_1 = 3\nu RT_1 = 3p_1 V_1 = 300$ J

21.a. Identificăm transformările $1 \to 2$ izocoră şi $2 \to 3$ izobară. Reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redată în figura R 1.2.11.

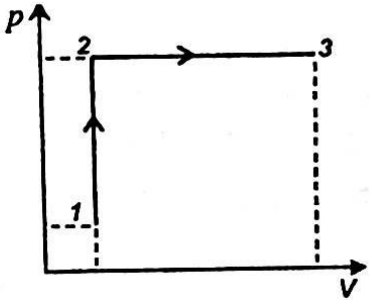


Fig. R 1.2.11

b. $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$.

Cum $\rho_3 = \frac{\rho_1}{4} \Rightarrow \frac{m}{V_3} = \frac{m}{4V_1} \Rightarrow V_3 = 4V_1$.

Cum $p_{max} = p_2 = 8p_1 \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 32T_1 \Rightarrow \Delta U_{13} = \frac{93}{2}\nu RT_1 \approx 115{,}92$ kJ

c. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 8p_1(4V_1 - V_1) = 24\,p_1 V_1 = 24\nu RT_1 \approx 59{,}83$ kJ

22.a. Transformarea $1 \to 2$ este izobară, deci $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = 2T_1 = 600$ K

b. Energia internă a gazului în starea 3 $U_3 = \nu C_V T_3 = 5\nu RT_1 = 24{,}93$ kJ

c. $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu RT_1 = 12{,}465$ kJ

d. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_1(V_2 - V_1) + \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} \Rightarrow L_{123} = p_1 V_1 + 2\nu RT_1 \ln 2 = p_1 V_1 + 2p_1 V_1 \ln 2 \Rightarrow$

$L_{123} = p_1 V_1(1 + 2\ln 2) = \nu RT_1(1 + 2\ln 2) = 11{,}9664$ kJ

23. a. Identificăm transformările: $1 \to 2$ izotermă şi $2 \to 3$ este izocoră Reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redatăîn fig R 1.2.12.

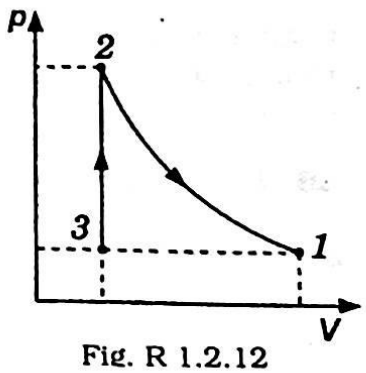


Fig. R 1.2.12

b. Din legea transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow$

$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = ep_1 \approx 2{,}71 \cdot 10^5$ Pa

c. $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$

Cum $2 \to 3$ este izocoră rezultă că $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 T_2}{p_2} = \frac{p_1 T_1}{p_2}$.

Cum $1 \to 2$ este izotermă rezultă că: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = e p_1 \Rightarrow$

$$T_3 = \frac{T_1}{e} \Rightarrow \Delta U_{13} = -\frac{3}{2} \nu R T_1 \frac{e-1}{e} = -\frac{3}{2} p_1 V_1 \frac{e-1}{e} = -94{,}65 \text{ J}$$

d. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = -p_1 V_1 = -100 \text{ J}$

24. a. Reprezentarea proceselor în coordonate p şi V este redată în figura R 1.2.13.

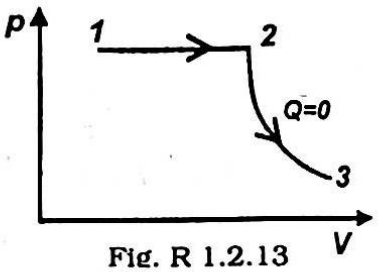


Fig. R 1.2.13

b. Energia internă în starea 2 este $U_2 = \nu R T_2$. Din legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = 2T_1$

Obţinem $U_2 = 2\nu R T_1 = 9972$ J

c. Deoarece temperatura revine la valoarea iniţială, atunci $T_3 = T_1$, astfel că $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = 0$.

d. Din $L_{123} = L_{12} + L_{23}$ şi cum $L_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 V_1 = \nu R T_1$, iar

$$L_{23} = -\Delta U_{23} = \nu C_V (T_2 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \Rightarrow L_{123} = \frac{5}{2} \nu R T_1 = 12{,}465 \text{ kJ}$$

25. a. Reprezentarea grafică este redată în figura R 1.2.14.

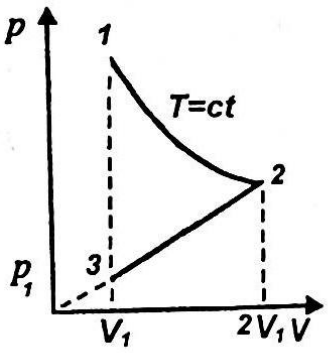


Fig. R 1.2.14

b. $\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1)$ şi $\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) \Rightarrow \frac{\Delta U_{13}}{\Delta U_{23}} = 1$,

deoarece $T_1 = T_2$.

c. Conform ecuaţiei transformării izoterme:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{2}.$$

Transformarea $2 \to 3$ este descrisă de legea:

$$p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = \frac{p_1}{2} \cdot \frac{V_1}{2V_1} = \frac{p_1}{4} = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

d. $L_{1231} = L_{12} + L_{23}$. Dar $L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2$.

$$L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} = -\frac{3 p_1 V_1}{8} \Rightarrow L_{123} = p_1 V_1 \left(\ln 2 - \frac{3}{8} \right) = 390 \text{ J}$$

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece presiunea este reprezentată în funcţie de volum, lucrul mecanic este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumelor.

26. $U_1 = \nu C_V T_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1 \approx 14{,}96 \text{ kJ}$

b. Deoarece transformarea $1 \to b \to 2$ este izotermă, atunci:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = 2V_1.$$

Presiunea gazului scade liniar cu creşterea volumului pe transformarea 1-a-2, astfel că $L = A_{trapez}$ (pe seama interpretării geometrice a lucrului mecanic)

$$L_{1a2} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_2V_1}{2} = \frac{3p_1V_1}{8} = \frac{3\nu RT_1}{4} = 7479 \text{ J}$$

c. $L_{1b2} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT_1 \ln 2 \approx 6980{,}4$ J

Deoarece gazul evoluează din starea 1 în starea 2 pe două căi, observăm că lucrul mecanic depinde de transformare, deci lucrul mecanic este o mărime de proces.

d. $L_{1a2b1} = L_{1a2} + L_{2b1} = \frac{3\nu RT_1}{4} - \nu RT_1 \ln 2 \approx 498{,}6$ J

27. a. Din legea transformării 1-2: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2T_1}{V_1} = \frac{T_1}{2}$. Transformarea 2-3 este descrisă de legea $p = aV \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = 2p_1$.

Din ecuaţia termică de stare obţinem temperatura în starea 3:

$$T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{2p_1V_1}{\nu R} = 2T_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = 4$$

b. Din legea transformării izobare $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{V_4T_3}{V_3} = \frac{V_2T_3}{V_1} = \frac{T_3}{2} = T_1 \Rightarrow$ stările 1 şi 4 sunt pe aceeaşi izotermă

c. $\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \frac{9\nu RT_1}{4} = \frac{9}{4}p_1V_1 = 225$ J

d. $L_{12} = p_1(V_2 - V_1)$ şi $L_{34} = p_3(V_2 - V_1) = 2p_1(V_2 - V_1) \Rightarrow \frac{L_{12}}{L_{34}} = 0{,}5$

28. a. Deoarece gazul se comprimă, astfel că energia internă să rămână constantă şi cum $U = \nu C_V T$, înseamnă că acesta suferă o transformare izotermă $1 \to 2$. Apoi deoarece densitatea gazului rămâne constantă, cum $\rho = \frac{m}{V}$, înseamnă că transformarea $2 \to 3$ a gazului este izocoră. Ştiind că în transformarea $3 \to 1$ densitatea gazului variază invers proporţional cu temperatura absolută conform legii $\rho T = const$ şi cum

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{mT}{V} = const \Rightarrow \frac{V}{T} = const \Rightarrow$$ transformarea $3 \to 1$ a gazului este izobară. Prin urmare $p_3 = p_1 = 10^5$Pa

b. Reprezentarea succesiunii de transformări este redată în figura R 1.2.15.

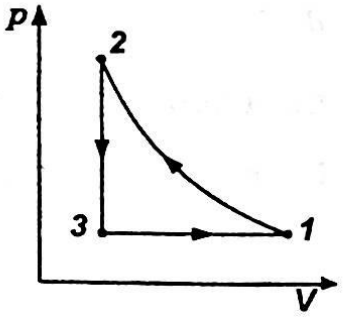


Fig. R 1.2.15

c. $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + p_1(V_1 - V_3) \Rightarrow$

$$L_{ciclu} = -p_1V_1 \ln 3 + \frac{2}{3}p_1V_1 = p_1V_1\left(\frac{2}{3} - \ln 3\right) \approx -86{,}67 \text{ J}$$

Semnul minus al lucrului mecanic se explică prin faptul că acest ciclu este parcurs în sens trigonometric şi gazul primeşte lucru mecanic de la mediu.

d. $U_3 = \nu C_V T_3 = \frac{3}{2}\nu R T_3$

Din transformarea 3-1 este izobară, pe baza legii acestei transformări, obținem:

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_1}{V_1} = \frac{T_1}{3} \Rightarrow U_3 = \frac{3}{2}\nu R\frac{T_1}{3} = \frac{\nu R T_1}{2} = \frac{p_1 V_1}{2} = 100 \text{ J}$$

29. a. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic acesta este egal cu aria cuprinsă între dreapta 1-2, axa volumelor şi cele două ordonate construite prin extremități. Figura geometrică este un trapez, astfel că:

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 2p_1V_1 = 800 \text{ J}$$

b. $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{25}{2}p_1V_1 = 5 \text{ kJ}$

c. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-*A*-2-1 reprezintă fizic aria triunghiului 1*A*21, astfel că $L_{1A21} = A_{1A21} = p_1V_1$. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în cazul parcurgerii ciclului 1-*B*-2-1 reprezintă fizic aria triunghiului 1*B*21 luată cu semn schimbat, deoarece ciclul este parcurs în sens contrar acelor de ceasornic. Astfel că $L_{1B21} = -A_{1B21} = -p_1V_1 \Rightarrow L_{1A21}/|L_{1B21}| = 1$, deoarece cele două triunghiuri 1*A*21 şi 1*B*21 au ariile egale.

30. a. Transformarea $3 \to 1$ este o transformare deschisă de legea $p = aV$, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3V_1}{p_1} = 4V_1$.

Din legea transformării izobare $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = 4$

b. Conform ecuației termice de stare: $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = 16T_1$, astfel că: $U_1 = \nu C_V T_1$ şi

$$U_3 = \nu C_V T_3 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1} = 16$$

c.
$$\left.\begin{aligned} L_{123} &= L_{12} + L_{23} = 4p_1(V_3 - V_1) = 12p_1V_1 \\ L_{13} &= \frac{(p_1 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{5p_1 3V_1}{2} = \frac{15p_1V_1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{L_{123}}{L_{13}} = \frac{8}{5}.$$

d. $L_{123} - L_{13} = 4{,}5p_1V_1$.

Calculăm $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = L_{123} - L_{13}$ şi $A_{\Delta_{1234}} = \frac{3p_1 3V_1}{2} = 4{,}5p_1V_1$.

Diferența celor două lucruri mecanice reprezintă fizic lucrul mecanic efectuat pe întreg ciclul 1231.

31.a. $\frac{T_3}{T_1} = \frac{p_3V_3}{p_1V_1} = 12$

b. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumului, astfel că:

$$L_{31} = \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} = \frac{4p_1(-3V_1)}{2} = -6p_1V_1 = -600 \text{ J}$$

c. $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(3p_1V_1 - p_1V_1) = 3p_1V_1 = 300\ \text{J}$

d. $L_{ciclu} = A_{1231} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 3p_1V_1 = 300\ \text{J}$

32. a. Transformarea $1 \to 2$ este izobară, $2 \to 3$ este generală şi $3 \to 1$ este izotermă.

Aflăm ecuaţia procesului $2 \to 3$ în coordonatele V şi T. Folosim legea $p = aV$ şi ecuaţia termică de stare:

$$pV = \nu RT \Rightarrow aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu R}{a}} \cdot \sqrt{T} = const\sqrt{T}.$$

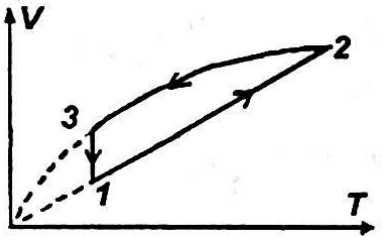


Fig. R 1.2.16

Reprezentare cerută este redată în graficul R.1.2.16.

b. $U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{3}{2} p_2V_2 = 6p_1V_1 = 6\nu RT_1 = 1495{,}8\ \text{J}$

c. $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, cu $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p_1V_1$ şi $L_{23} = -\frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2}$

Cum pe transformarea 2-3: $p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = a \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$ şi cum $p_3V_3 = p_1V_1 \Rightarrow$

$V_3 = 2V_1$ şi $p_3 = \frac{p_1}{2} \Rightarrow L_{23} = -\frac{3p_1V_1}{2}$ şi $L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -\nu RT_1 \ln 2 = -p_1V_1 \ln 2$

$L_{1231} = p_1V_1(3/2 - \ln 2) = \nu RT_1(3/2 - \ln 2) \approx 200\ \text{J}$

d. $\Delta U_{ciclu} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} = \nu C_V(T_2 - T_1) + \nu C_V(T_3 - T_2) + \nu C_V(T_1 - T_3) \Rightarrow$

$\Delta U_{ciclu} = \nu C_V(T_1 - T_1) = 0$

33. a. $U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{5\nu RT_2}{2} = \frac{5pV}{2} = 500\ \text{J}$

b. $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p(3V - V) = 6pV = 1200\ \text{J}$

c. $L_{31} = \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} = \frac{4p(-2V)}{2} = -4pV = -800\ \text{J}$

d. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic pe un ciclu, dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, lucrul mecanic al ciclului este egal cu aria ciclului: $L_{ciclu} = A_{ciclului} = \frac{(p_1 - p_3)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{2p2V}{2} = 2pV = 400\ \text{J}$

34. a. Scriem ecuaţia de stare a procesului $2 \to 3$ în coordonate p şi V: $p = aV + b$ astfel că $p_2 = aV_2 + b$ (1) şi $p_3 = aV_3 + b$ (2), reprezintă condiţia ca această dreaptă să treacă prin punctele 2 şi 3. Obţinem constantele a şi b, din ecuaţiile (1) şi (2). Astfel din ecuaţiile $4p_1 = aV_1 + b$ şi $p_1 = 2aV_1 + b$ prin scădere obţinem: $3p_1 = -aV_1 \Rightarrow a = -\frac{3p_1}{V_1} \Rightarrow b = p_1 - 2aV_1 = 7p_1$, astfel că ecuaţia procesului $2 \to 3$ se scrie: $p = -\frac{3p_1}{V_1}V + 7p_1$.

Scriem ecuaţia procesului $1 \to 4$. Deoarece presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul gazului, obţinem $p = cV$.

Cum $p_1 = cV_1 \Rightarrow c = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow p = \frac{p_1}{V_1}V$.

Aflăm presiunea şi volumul în starea 4, punând condiţia ca cele două ecuaţii ale proceselor $2 \rightarrow 3$ şi $1 \rightarrow 4$ să se intersecteze:

$$\frac{p_1}{V_1}V = -\frac{3p_1}{V_1}V_4 + 7p_1 \Rightarrow \frac{4p_1}{V_1}V_4 = 7p_1 \Rightarrow V_4 = \frac{7V_1}{4} = 1{,}75V_1 = 3{,}5 \text{ L}$$

b. $p_4 = \frac{7}{4}V_1 = 1{,}75p_1$ şi $T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R} = \frac{49}{16}\cdot\frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{49}{16}T_1$.

c. $\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}(2p_1V_1 - 4p_1V_1) \Rightarrow$

$$\Delta U_{23} = -3p_1V_1 = -600 \text{ J}$$

d. Calculăm lucrurile mecanice pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic:

$$\left.\begin{aligned} L_{1241} &= \frac{(p_2 - p_1)(V_4 - V_1)}{2} = \frac{9p_1V_1}{8} \\ L_{1431} &= \frac{(p_4 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{8} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{L_{1241}}{L_{1431}} = 3.$$

35. a. Identificăm transformările gazului: 1-2 izobară, 2-3 izocoră şi 3-1 generală. Determinăm ecuaţia procesului 3-1 în coordonate p şi V. Pentru aceasta introducem ecuaţia procesului 3-1 în coordonate V şi T în ecuaţia termică de stare şi obţinem:

$$pV = \nu R\frac{T_1}{2}(3 - BV)BV \Rightarrow p = \frac{\nu RBT_1(3 - BV)}{2} \Rightarrow$$ presiunea depinde liniar de volumul gazului în transformarea 3-1.

Observăm că $T_1 = T_3$, deoarece punctele 1 şi 3 se află pe aceeaşi izotermă, astfel că: $T_1 = \frac{T_1}{2}(3 - BV)BV \Rightarrow B^2V^2 - 3BV + 2 = 0$. Soluţiile sunt: $V = \frac{3B \pm B}{2B^2} \Rightarrow$

$$V_{min} = V_1 = \frac{1}{B} \text{ şi } V_{max} = V_2 = \frac{2}{B} \Rightarrow V_2 = 2V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$

b. Ecuaţia termică de stare scrisă pentru starea 3 este:

$$p_3V_3 = \nu RT_3 \Rightarrow p_3 = \frac{\nu RT_3}{V_3} = \frac{\nu RT_1}{2V_1} = \frac{p_1}{2}.$$

Reprezentarea grafică a transformării ciclice în coordonate p şi V este redată în graficul R 1.2.17.

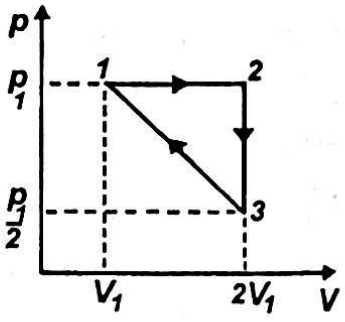


Fig. R 1.2.17

c. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria ciclului.

$$L_{ciclu} = A_{1231} = \frac{(p_1 - p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{p_1V_1}{4} = \frac{\nu RT_1}{4} = 831 \text{J}$$

d. Puterea este: $P = \frac{L_{total}}{t} = \frac{NL_{ciclu}}{t} = 4155 \text{ W}$

36. a. Reprezentarea cele două transformări ciclice în coordonate p şi V este redată în figura R 1.2.18, ţinând cont că 1-2 şi 3-4 sunt transformări izobare cu $p_1 > p_3$ şi

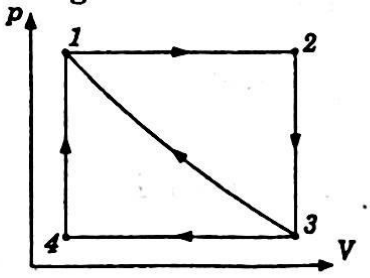


Fig. R 1.2.18

că 2-3 şi 4-1 sunt transformări izocore. Transformarea 3-1 este izotermă.
b. Deoarece cele două transformări ciclice sunt parcurse în sensul acelor de ceasornic lucrule mecanice sunt pozitive. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic conform căruia valoarea acestuia este egală cu aria ciclului rezultă că $L_{1231} > L_{1341}$.

c. $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = p_1(V_2 - V_1) + \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = 3p_1V_1 - 2p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow$

$L_{1231} = p_1V_1(3 - 2\ln 2) = 1280$ J şi $L_{1341} = L_{13} + L_{34} + L_{41} = \nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_1} + p_3(V_4 - V_3)$.

Deoarece transformarea $1 \to 3$ este izotermă $p_1V_1 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_1}{V_3} = \frac{p_1}{4} \Rightarrow$

$$L_{1341} = 2p_1V_1 \ln 2 - \frac{3}{4}p_1V_1 = p_1V_1\left(2\ln 2 - \frac{3}{4}\right) = 520 \text{ J}$$

$$L_{1231} - L_{1341} = p_1V_1(3 - 2\ln 2) - p_1V_1\left(2\ln 2 - \frac{3}{4}\right) = p_1V_1\left(\frac{15}{4} - 4\ln 2\right) = 760 \text{ J}$$

d. $L_{1231} + L_{1341} = \frac{9p_1V_1}{4} = 1800$ J şi reprezintă aria ciclului, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic

37. a. Reprezentarea succesiunii de procese în coordonate (p, V) este redată în figura R 1.2.19

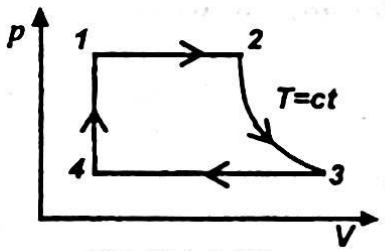


Fig. R 1.2.19

b. $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1)$. Din legea transformării 1-2 obţinem: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2T_1}{V_1} = 3T_1$ obţinem:

$\Delta U_{12} = 3\nu RT_1 = 3p_1V_1 = 1800$ J

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz în procesul 2-3 este:

$$L_{23} = \nu RT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \Rightarrow L_{23} = 3\nu RT_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right) = 3p_1V_1 \ln 2 \approx 1260 \text{ J}$$

d. $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = p_1(V_2 - V_1) + 3p_1V_1 \ln 2 + p_3(V_4 - V_3) \Rightarrow$

$$L_{ciclu} = 2p_1V_1 + 3p_1V_1 \ln 2 + \frac{p_1V_1}{2} - 3p_1V_1 = p_1V_1(3\ln 2 - 0{,}5) \approx 960 \text{ J}$$

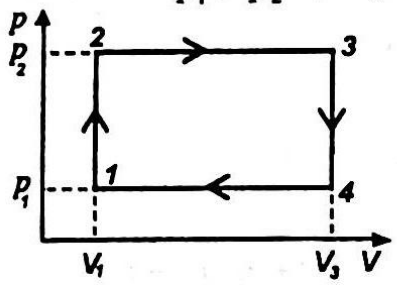
38. a. $L_{1231} = A_{1231} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{p_1V_1}{2}$.

b. $L_{3453} = A_{3453} = \frac{(p_4 - p_3)(V_5 - V_3)}{2} = \frac{p_1V_1}{2}$.

c. $L_{12541} = A_{1231} - A_{3453} = 0$, deoarece o porţiune de ciclu este parcursă în sensul acelor de ceasornic şi lucrul mecanic pe acea porţiune este pozitiv (1231), în timp ce pe porţiunea de circuit 3543 sensul de parcurgere al ciclului este cel trigonometric astfel că lucrul mecanic este negativ.

d. $\frac{U_4}{U_2} = \frac{\nu C_V T_4}{\nu C_V T_2} = \frac{T_4}{T_2} = \frac{p_4V_4}{p_2V_2} = 4{,}5$

39. a. Identificăm transformările: 1-2 şi 3-4 izocore cu $V_3 > V_1$, iar 2-3 şi 4-1 izobare cu $p_1 > p_2 \Rightarrow$ reprezăntările grafice cerute sunt redate în R 1.2.20.



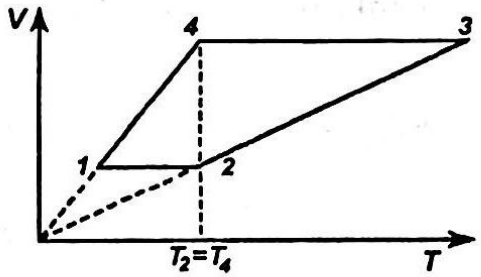


Fig. R 1.2.20

b. Scriem ecuaţiile de stare pentru fiecare stare:

$p_1V_1 = \nu RT_1$ (1), $p_2V_1 = \nu RT_2$ (2), $p_2V_3 = \nu RT_3$ (3) şi $p_1V_3 = \nu RT_4$ (4)

Înmulţim prima ecuaţie cu a treia şi apoi ecuaţiile 2 şi 4, rezultă că:

$p_1p_2V_1V_3 = \nu^2R^2T_1T_3$ şi $p_1p_2V_1V_3 = \nu^2R^2T_2T_4 \Rightarrow T_1T_3 = T_2T_4$

Cum $T_2 = T_4 \Rightarrow T_1T_3 = T_2^2 \Rightarrow 16T_1^2 = T_2^2 \Rightarrow T_2 = T_4 = 4T_1$.

c. Scriem parametrii stării 2: $V_2 = V_1; T_2 = 4T_1$ şi din ecuaţia transformării izocore, obţinem: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 4p_1$.

Scriem parametrii stării 3: $p_3 = p_2 = 4p_1; T_3 = 16T_1$ şi din ecuaţia transformării izobare, obţinem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_3 = V_2\frac{T_3}{T_2} = 4V_1$.

Scriem parametrii stării 4: $p_4 = p_1; V_4 = V_3 = 4V_1; T_4 = 4T_1$.

d. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic

$L_{12341} = A_{12341} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_2) = 9p_1V_1 = \nu RT_1$.

40. a. Reprezentarea grafică a procesului în p si V este redată în figura R 1.2 21.

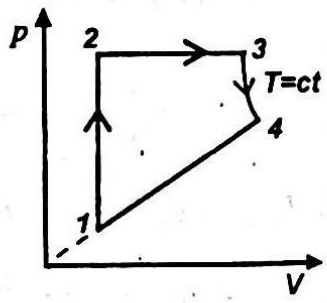


Fig. R 1.2.21

b. Aflăm volumul stării 4 care este volumul maxim în timpul transformării ciclice. Cum ecuaţia transformării $4 \to 1$ este: $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1V_4}{V_1}$ (1).

Transformarea $2 \to 3$ este izotermă astfel că:

$p_3V_3 = p_4V_4 \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_3}{V_4} = \frac{4p_1V_1}{V_4}$ (2).

Din (1) si (2) obţinem: $\frac{p_1V_4}{V_1} = \frac{4p_1V_1}{V_4} \Rightarrow V_4^2 = 4V_1^2 \Rightarrow V_4 = 2V_1$.

$L_{12341} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, cu $L_{12} = 0; L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{4p_1V_1}{3}$

$L_{34} = \nu RT_4 \ln\frac{V_4}{V_3} = p_4V_4 \ln\frac{p_3}{p_4} = 4p_1V_1 \ln\frac{4}{3}; L_{41} = \frac{(p_1 + p_4)(V_1 - V_4)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2}$

$L_{12341} = \frac{4p_1V_1}{3} + 4p_1V_1 \ln\frac{4}{3} - \frac{3}{2}p_1V_1 = p_1V_1\left(4\ln\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right) \approx 0{,}981p_1V_1$

d. Din relaţia (2) obţinem $p_4 = 2p_1$ şi conform ecuaţiei de stare $T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R} = \frac{4p_1 V_1}{\nu R} = 4T_1$, astfel că energia internă în starea 4 este $U_4 = \nu C_V T_4 = 6\nu R T_1$

41. a. Cum energia internă este $U = \nu C_V T \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1}$.

Legea transformării 2-3 este: $p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = 4p_1$

Astfel din ecuaţia termică de stare obţinem: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = 8T_1 \Rightarrow \frac{U_3}{U_1} = \frac{T_3}{T_1} = 8.$

b. Aflăm valoarea presiunii p_4, utilizând legea $\frac{p}{V} = ct$, pentru transformarea $4 \rightarrow 1$: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_1 V_4}{V_1} = 2p_1$, adică $p_2 = p_4 = 2p_1 \Rightarrow$ stările 2 şi 4 se află pe aceeaşi izobară

c. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic în coordonate p şi V, acesta este egal cu aria cuprinsă între curba presiunii şi axa volumui. În acest caz figura geometrică este un trapez. Obţinem:

$$L_{123} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = 3p_1 V_1 = 300 \text{ J}$$

d. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria transformării ciclice în coordonate p şi V. Dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, lucrul mecanic este pozitiv. În acest caz figura geometrică este un trapez. Obţinem:

$$L_{12341} = \frac{[(p_2 - p_1) + (p_3 - p_4)] \cdot (V_4 - V_1)}{2} = \frac{(p_1 + 2p_1)V_1}{2} = \frac{3p_1 V_1}{2} = 150 \text{ J}$$

42. a. Conform ecuaţiei termice de stare $pV = \nu RT \Rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{6p_1 V_1}{\nu R}$, iar $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \Rightarrow T_3 = 6T_1$.

b. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem:

$$L_{34} = \frac{(p_3 + p_4)(V_4 - V_3)}{2} = \frac{3p_1 V_1}{2} = 150 \text{ J}$$

c. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria trapezului.Astfel: $L_{12341} = \frac{[(V_3 - V_2) + (V_4 - V_1)] \cdot (p_2 - p_1)}{2} = \frac{5p_1 V_1}{2} = 250 \text{ J}$

d. $\Delta U_{41} = \nu C_V (T_4 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_1) = \frac{5}{2}(p_4 V_4 - p_1 V_1) = \frac{15}{2} p_1 V_1 = 750 \text{ J}$

43. a. Din ecuaţia transformării 1-4 $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_0}{V_0} \Rightarrow V_0 = \frac{p_0 V_1}{p_1} = 12 \text{ L}$

b. Pentru a calcula lucrul mecanic pe ciclul 14321 utilizăm interpretarea geometrică a lucrului mecanic astfel că: $L_{12321} = A_{1021} - A_{0340}$, deoarece porţiunea

de ciclu 1021 este parcursă în sensul acelor de ceasornic şi lucrul mecanic numeric egal cu aria este pozitiv, în timp ce porţiunea de ciclu 0340 este parcursă în sens trigonometric şi prin urmare lucrul mecanic pe această porţiune de ciclu este negativă şi numeric egală cu aria.
Asemănăm cele două triunghiuri 1021 şi 0340 şi rezultă:

$$\frac{V_2-V_1}{V_4-V_3}=\frac{p_0-p_1}{p_3-p_0}\Rightarrow V_4-V_3=\frac{(p_3-p_1)(V_2-V_1)}{p_0-p_1}$$

$$L_{14321}=\frac{(p_0-p_1)(V_2-V_1)}{2}-\frac{(p_3-p_0)^2(V_2-V_1)}{2(p_0-p_1)}=\frac{\left[(p_0-p_1)^2-(p_3-p_0)^2\right](V_2-V_1)}{2(p_0-p_1)}=1{,}5\text{kJ}$$

c. $\frac{L_{1021}}{L_{0430}}=-\frac{A_{1021}}{A_{0430}}=-\frac{(p_0-p_1)^2}{(p_3-p_1)^2}=-4$

d. $\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(\nu RT_2-\nu RT_1)=\frac{3}{2}p_1(V_2-V_1)=3$ kJ

44. a. Asemănăm triunghiurile 1231 şi 4254: $\frac{p_1-p_3}{p_4-p_5}=\frac{V_2-V_1}{V_4-V_2}=\frac{1}{2}\Rightarrow$

$p_5=p_0=10^5$ Pa

b. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem:

$$L_{1231}=\frac{(p_1-p_3)(V_2-V_1)}{2}=\frac{p_0V_0}{2}=50\text{ J}$$

c. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem:

$$L_{2452}=\frac{(p_4-p_5)(V_5-V_2)}{2}=2p_0V_0=200\text{ J}$$

d. $L_{1541}=L_{15}+L_{54}+L_{43}+L_{31}=L_{1231}-L_{2452}=-\frac{3p_0V_0}{2}=-150$ J

45. a. $L_{1231}=L_{12}+L_{23}=p_0(V_1-3V_1)+\frac{(p_0+2p_0)(3V_1-V_1)}{2}=p_0V_1=100$ J

$$L_{123456}=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{45}+L_{56}=L_{123}+2p_0(V_1-3V_1)+\frac{(2p_0+3p_0)(3V_1-V_1)}{2}$$

$+3p_0(V_1-3V_1)=p_0V_1+p_0V_1-6p_0V_1=-4p_0V_1\Rightarrow L_{123456}=-400$ J.

$$\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_0V_1-p_0V_2)=\frac{5}{2}p_0(V_1-3V_1)=-5p_0V_1=-500\text{J}$$

d. $\frac{U_6}{U_1}=\frac{\nu C_vT_6}{\nu C_vT_1}=\frac{T_6}{T_1}=\frac{p_6V_6}{p_1V_1}=1$

46. a. Energia internă maximă se obţine în starea 1, astfel că:

$$U_1=\nu C_VT_1=\frac{3}{2}\nu RT_1\Rightarrow U_1=\frac{3}{2}p_1V_1=1200\text{ J}$$

b. $L_{145}=L_{14}+L_{45}=L_{45}=p_5(V_5-V_1)=200$ J

c. $L_{125}=L_{12}+L_{25}=L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_5}{V_1}=p_1V_1\ln 2=560$ J

d. $\Delta U_{135}=\nu C_V(T_5-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_5-T_1)=\frac{3}{2}(p_5V_5-p_1V_1)=-600$ J

1.3. Aplicaţii ale principiului 1 al termodinamicii

1. a. Transformarea oxigenului este izocoră, astfel că:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2}{p_1}T_1=3T_1=900\text{ K}$$

b. L=0, deoarece V=constant

$$Q=\nu C_V(T_2-T_1)=5\nu RT_1=5p_1V=2\text{ kJ}$$

c. $\Delta U=\nu C_V(T_2-T_1)=5\nu RT_1=5p_1V=2$ kJ

2. a. Prin definiţie $\rho=\frac{m}{V}$. Din ecuaţia termică de stare a gazului ideal:

$$p_1V=\nu RT_1\Rightarrow V=\frac{mRT_1}{\mu\cdot p_1}\Rightarrow\rho=\frac{p_1\mu}{RT_1}=1{,}872\text{ kg/m}^3,\text{ deoarece }\nu=\frac{m}{\mu}.$$

b. Utilizând legea transformării izocore obţinem:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2}{p_1}T_1=2T_1=720\text{K}\Rightarrow t_2=447°C$$

c. Căldura necesară dublării temperaturii absolute printr-un proces izobar este: $Q_p=\nu C_p(T_2-T_1)=\nu C_pT_1$, iar printr-un proces izocor este: $Q_v=\nu C_v(T_2-T_1)=\nu C_vT_1\Rightarrow\frac{Q_p}{Q_v}=\frac{C_p}{C_v}=\frac{7}{5}=1{,}4$, deoarece căldurile molare pentru un gaz biatomic sunt $C_p=\frac{7}{2}R$ şi $C_v=\frac{5}{2}R$.

3.a. Căldura necesară încălzirii oxigenului este: $Q=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2-T_1)$

$\Rightarrow Q\approx 2{,}18$ kJ

b. Scriem ecuaţiile de stare în starea iniţială 1 şi în cea finală 3, astfel că: $p_1V=\nu_1RT_1=\frac{m}{\mu}RT_1$ şi $p_3V=\nu_3RT_3=\frac{m-\Delta m}{\mu}RT_1$ şi le împărţim. Obţinem:

$$\frac{p_1}{p_3}=\frac{m}{m-\Delta m}\Rightarrow p_3=\frac{mp_1}{m-\Delta m}=6\cdot10^5\text{ Pa}$$

c. Densitatea gazului în starea 2 este aceeaşi cu cea din starea 1, astfel că $\rho_2=\rho_1=\frac{m}{V}$ şi din ecuaţia termică de stare $p_1V=\nu_1RT_1=\frac{m}{\mu}RT_1\Rightarrow V=\frac{mRT_1}{\mu p_1}$,

astfel că $\rho_2=\frac{\mu p_1}{RT_1}\approx 5{,}5\text{ kg/m}^3$

d. Variaţia energiei interne a oxigenului este $\Delta U=U_3-U_1=\nu_3C_VT_3-\nu_1C_VT_1$

$$\Rightarrow\Delta U=\frac{5}{2}(\nu_3-\nu_1)RT_1=\frac{5}{2}\left(\frac{m-\Delta m}{\mu}-\frac{m}{\mu}\right)RT_1=-\frac{5}{2}\frac{\Delta m}{\mu}RT_1\approx-2{,}9\text{ kJ}$$

4. a. Din $T_A=\frac{p_AV_A}{\nu R}$, $T_B=\frac{p_BV_B}{\nu R}$, $T_C=\frac{p_CV_C}{\nu R}$ şi $T_D=\frac{p_DV_D}{\nu R}$ se constată că temperatura gazului este maximă în stările B şi C, astfel că T_B=T_C

b. $\Delta U_{AD}=\nu C_V(T_D-T_A)=0$, deoarece T_A=T_D pentru că $p_AV_A=p_DV_D$

c. $L_{AC} = p_A(V_C - V_A)$=360 J

d. $Q_{DB} = \nu C_V (T_B - T_D) = \frac{\nu R(T_B - T_D)}{\gamma - 1} = \frac{3}{2}\nu R(T_B - T_D) = \frac{3}{2}(p_B V_B - p_D V_D)$=540 J

5. a. În transformarea izobară $L = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 =$

$= \nu RT_2 - \nu RT_1 = \nu R(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = \frac{L}{\nu R} + T_1 = 400$ K

b. $\Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}L = 2493$ J

c. $Q = \nu C_p \Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}L = 4155$ J

6. a. $\Delta U = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{2\Delta U}{5\nu R} = T_2 - T_1 \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{2\Delta U}{5\nu R} = 340$ K

b. Aplicăm ecuația termică de stare în starea finală:

$p_1 V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{\nu RT_2}{p_1} \approx 7{,}06$ L

c. În izobară căldura absorbită este $Q_p = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2}\nu R\Delta T = \frac{7}{5}\Delta U = 1163{,}4$ J

d. Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L = p\Delta V = \nu R\Delta T = \frac{2}{5}\Delta U = 332{,}4$ J

7.a. Din ecuația termică de stare:

$p_0 V = \nu RT \Rightarrow p_0 sh = \frac{m_{aer}}{\mu} RT \Rightarrow m_{aer} = \frac{\mu p_0 sh}{RT} \approx 0{,}12$ g

b. Densitatea gazului este $\rho = \frac{m_{aer}}{V} = \frac{\mu p_0}{RT} \approx 1{,}2$ kg/m³

c. Pentru a afla la ce presiune se ridică capacul utilizăm condiția de echilibru impusă pistonului (fig R 1.3.1), astfel că rezultanta forțelor care acționează asupra acestuia este nulă:

$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0 S + Mg \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} = 1{,}01 \cdot 10^5$ N/m².

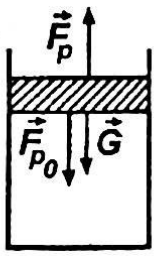


Fig. R 1.3.1

Din ecuația transformării izocore $\frac{p_0}{T} = \frac{p}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{pT}{p_0} = 292{,}9$ K

d. Căldura primită de aerul din cană este $Q = \nu C_V (T_1 - T) = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu} R(T_1 - T) \approx 0{,}25$ J

8. a. Conform relației $\Delta E_p = Mg\Delta h$, calculăm pe ce distanță se ridică pistonul $\Delta h = \frac{\Delta E_p}{Mg}$ =5 cm. Studiem echilibrul pistonului din figura anterioară R 1.3.1, astfel că: $G + F_{p_0} = F_p \Rightarrow Mg + p_0 S = pS \Rightarrow p = p_0 + \frac{Mg}{S} \Rightarrow p = 1{,}1 \cdot 10^6$ Pa $\Rightarrow$ transformarea gazului este izobară. Lucrul mecanic în proces este:

$L = p\Delta V = pS\Delta h = (p_0 S + Mg)\frac{\Delta E_p}{Mg} = 5{,}5 J$

b. Căldura şi variaţia energiei interne sunt:

$$Q=\nu C_p\Delta T=\frac{7}{2}\nu R\Delta T=\frac{7}{2}p\Delta V=19,25J\ \Delta U=\nu C_v\Delta T=\frac{5}{2}\nu R\Delta T=\frac{5}{2}p\Delta V=13,75J$$

c. Scriem ecuaţia transformării izobare: $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}\Rightarrow\frac{V_1+S\Delta h}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}$

Utilizăm şi ecuaţia termică de stare în starea iniţială:

$$pV_1=\nu RT_1=\frac{m}{\mu}RT_1\Rightarrow\frac{V_1}{T_1}=\frac{mR}{\mu p}\Rightarrow\frac{V_1+S\Delta h}{T_2}=\frac{mR}{\mu p}\Rightarrow V_1=\frac{mR}{\mu p}T_2-S\Delta h=0,01L$$

d. Temperatura absolută iniţială este $T_1=\frac{\mu pV_1}{mR}=333,33$ K, astfel că temperatura iniţială în grade Celsius este $t_1=T_1$-273,15=60,18°C

9. a. Legea transformării izoterme este: $p_2V_2=p_1V_1\Rightarrow p_2=p_1\frac{V_1}{V_2}$=6,25kPa

b. Variaţia energiei interne a gazului este $\Delta U=0$, deoarece *T=const.*

c. Lucrul mecanic şi căldura primită de gaz sunt egale:

$$Q\approx L=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln 16=4p_1V_1\ln 2=554,4\ \text{J}$$

Din primul principiu al termodinamicii: $\Delta U=Q-L\Rightarrow Q=L=554,4$ J

10. a. Scriem expresia căldurii care intervine în transformarea izotermă 1:

$Q_1=\nu_1RT\ln\frac{V_f}{V_i}=\frac{m_1}{\mu}RT\ln 2$ şi în transformarea izotermă 2:

$Q_2=\nu_2RT\ln 2=\frac{m_2}{\mu}RT\ln 2$. Cum $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{m_1}{m_2}\Rightarrow m_2=m_1\frac{Q_2}{Q_1}=1$ g

b. Din $Q_2'=\nu_2RT\ln\frac{V_f'}{V_i'}$ şi conform datelor problemei: $\Delta V=3V_i'\Rightarrow$

$$V_f'=\Delta V+V_i'=4V_i'\Rightarrow Q_2'=\frac{m_2}{\mu}RT\ln 4\Rightarrow T=\frac{\mu Q_2'}{2m_2R\ln 2}=300\ \text{K}$$

c. Căldura în izoterma 1 este Q_1=431,91 J

11. a. În transformarea adiabatică: $L=-\Delta U=-\nu C_v\Delta T=-\frac{5}{2}\nu R\Delta T\Rightarrow$

$\Delta T=-\frac{2L}{5\nu R}\Rightarrow T_2=T_1-\frac{2L}{5\nu R}$. Cum $\nu=\frac{m}{\mu}\Rightarrow T_2=T_1-\frac{2L\mu}{5mR}=220K\Rightarrow t_2=-53°C$

b. Variaţia energiei interne a gazului este: $\Delta U=-L=-166,2$ J

c. Căldura schimbată cu mediul exterior este *Q*=0

12. a. Din legea transformării adiabate în coordonate *p* şi *V*: $p_1V_1^\gamma=p_2V_2^\gamma$

Cum $p_2=\frac{p_1}{32}$ şi $V_2=8V_1\Rightarrow p_1V_1^\gamma=\frac{p_1}{2^5}\left(2^3V_1\right)^\gamma\Rightarrow 1=\frac{2^{3\gamma}}{2^5}\Rightarrow 3\gamma=5\Rightarrow\gamma=\frac{5}{3}$

b. Lucrul mecanic efectuat de gaz

este: $L=-\Delta U=-\nu C_v(T_2-T_1)=-\frac{\nu R\Delta T}{\gamma-1}=-\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=-\frac{3}{2}(\nu RT_2-\nu RT_1)$

$$=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_2V_2)=\frac{3}{2}\left(p_1V_1-\frac{p_1}{32}\cdot 8V_1\right)=\frac{9}{8}p_1V_1=900\text{ J}$$

c. Variația temperaturii gazului este $\Delta T=-\frac{L}{\nu C_v}=-\frac{2L}{3\nu R}=-72{,}2\text{K}$

13. a. În transformarea adiabatică: $L=-\Delta U=-\nu C_v\Delta T=-\frac{5}{2}\nu R\Delta T=-6232{,}5\text{ J}$

b. Variația energiei interne a gazului și căldura schimbată cu mediul exterior sunt: $\Delta U=\nu C_v\Delta T=-L=6232{,}5\text{ J}$ și $Q=0$

c. Aplicăm ecuația transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T:

$$\Rightarrow T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}\Rightarrow V_2=V_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\Rightarrow V_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}\text{ m}^3\approx 354{,}6\text{ L, cu }\gamma=\frac{7}{5}.$$

14. a. Conform legii transformării $p=aV$ în stările 1 și 2: $p_1=aV_1$ și cum

$$p_2=aV_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_2}{V_1}=3p_1=3\cdot 10^5\text{ Pa}$$

b. Variația energiei interne a gazului este $\Delta U=\nu C_v\Delta T=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$

Conform ecuației de stare în starea 2, obținem: $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{9p_1V_1}{\nu R}=9T_1\Rightarrow$

$$\Rightarrow\Delta U=\frac{3}{2}\nu R\cdot 8T_1=12\nu RT_1=12p_1V_1=1200\text{ J}$$

c. Deoarece presiunea depinde direct proporțional de volum, pentru a calcula lucrul mecanic utilizăm interpretarea geometrică a lucrului mecanic (fig R 1.3.2), astfel că:

$$L=A_{trapez}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{4p_1\cdot 2V_1}{2}=4p_1V_1=400\text{J}$$

Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q=\Delta U+L=1600\text{ J}$

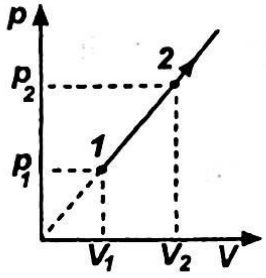


Fig. R 1.3.2

15. a. Impunem condiția de echilibru pistonului (fig R 1.3.3): $F_{el}=F_p\Rightarrow kx=pS$.

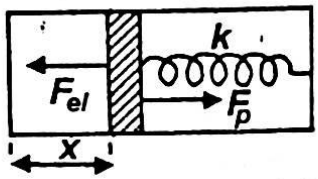


Fig. R 1.3.3

Cum $V=Sx\Rightarrow pS=k\frac{V}{S}\Rightarrow p=\frac{k}{S^2}V=aV$, unde

$a=\frac{k}{S^2}=ct$, observăm că presiunea gazului depinde direct proporțional de volumul acestuia

b. Conform ecuației termice de stare $\Rightarrow T=\frac{pV}{\nu R}\Rightarrow T=b\cdot p^2$ unde

$$b=\frac{S^2}{k\nu R}=ct\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2=2{,}25$$

c. Prin definiție $C=\frac{Q}{\nu\Delta T}=\frac{\Delta U+L}{\nu\Delta T}=\frac{\nu C_v\Delta T+L}{\nu\Delta T}\Rightarrow C=C_v+\frac{L}{\nu\Delta T}$

Dar $L=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{(aV_1+aV_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{a}{2}\left(V_2^2-V_1^2\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow L=\frac{aV_2^2-aV_1^2}{2}=\frac{p_2V_2-p_1V_1}{2}=\frac{\nu RT_2-\nu RT_1}{2}=\frac{\nu R\Delta T}{2}\Rightarrow C=C_v+\frac{R}{2}\Rightarrow$

căldura molară în această transformare depinde de tipul gazului. Astfel pentru un gaz monoatomic $C_v=\frac{3}{2}R\Rightarrow C=2R=16{,}62\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$

16. a. Ținând cont că energia internă este o mărime fizică aditivă, energia internă a amestecului se obține adunând energiile interne ale gazelor componente, astfel că $U=U_1+U_2=\nu_1C_{v_1}T_1+\nu_2C_{v_2}T_1$

Cum ambele gaze sunt biatomice, astfel că $C_{v_1}=C_{v_2}=\frac{5}{2}R$ și deoarece pe baza conservării numărului de moli $\nu=\nu_1+\nu_2\Rightarrow U=(\nu_1+\nu_2)\cdot\frac{5}{2}RT=\frac{5}{2}\nu RT$

Pe baza ecuației termice de stare $pV=\nu RT\Rightarrow U=\frac{5}{2}pV=4155\ \text{J}$

b. Variația energiei interne este $\Delta U=U_2'-U_1'=\frac{5}{2}\nu RT_2-\frac{5}{2}\nu RT_1=\frac{5}{2}\nu R\Delta T$

Cum $pV=\nu RT\Rightarrow \nu R=\frac{pV}{T}\Rightarrow\Delta U=\frac{5}{2}pV\frac{\Delta T}{T}=1385\ \text{J}$

c. Căldura primită de amestecul de gaze este $Q=\nu C_v\Delta T=\Delta U=1385$ J, deoarece fiecare gaz suferă prin încălzire o transformare izocoră (V=ct).

17. a. Utilizând formula căldurii schimbate de un gaz biatomic cu mediul în transformarea izocoră obținem:

$$Q=\nu C_v\Delta T=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)\Rightarrow T_2=\frac{2Q}{5\nu R}+T_1=500\ \text{K}$$

b. Pe baza datelor problemei

$$U_{mono}=U_{bi}\Rightarrow\nu_{mono}C_{v_{mono}}T=\nu_{bi}C_{v_{bi}}T\Rightarrow\nu_{mono}\frac{3}{2}RT=\nu_{bi}\frac{5}{2}RT\Rightarrow 3\nu_{mono}=5\nu_{bi}$$

Dar cum

$$\nu_{mono}=\frac{N_{atomi}}{N_A}=\frac{2N_{dis}}{N_A}=\frac{2fN_i}{N_A}=2f\nu$$

$$\nu_{bi}=\frac{N_{bi}}{N_A}=\frac{N_i-N_{dis}}{N_A}=\frac{N_i-fN_i}{N_A}=\frac{N_i(1-f)}{N_A}=(1-f)\nu$$

obținem: $3\cdot 2f\nu=5(1-f)\nu\Rightarrow 6f=5-5f\Rightarrow f\approx 45{,}45\ \%$

c. Energia internă a azotului în stare inițială este: $U_1=\nu C_vT=\frac{5}{2}\nu RT$

În stare finală $U_2=U_{mono}+U_{bi}=\nu_{mono}\frac{3}{2}RT'+\nu_{bi}\frac{5}{2}RT'=(3\nu_{mono}+5\nu_{bi})\frac{RT'}{2}$

$$\Rightarrow U_2=[3\cdot 2f\nu+5(1-f)\nu]\frac{RnT}{2}=(5+f)n\nu RT\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{n(5+f)}{5}=3{,}12$$

18. a. Aflăm presiunea din butelie aplicând ecuația termică de stare:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} = 24{,}93 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b. Deoarece transformarea gazului este izocoră:

$$Q = \nu C_v (T_2 - T_1) = \nu \cdot \frac{5}{2} R(3T - T) = 5\nu RT = 24{,}93 \text{ kJ}$$

c. Prin definiție: $C_v = \frac{Q_v}{\nu_f \Delta T} = \frac{Q_{\nu_{mono}} + Q_{\nu_{bi}}}{(\nu_{mono} + \nu_{bi})\Delta T} = \frac{\nu_{mono} C_{\nu_{mono}} \Delta T + \nu_{bi} C_{\nu_{bi}} \Delta T}{(\nu_{mono} + \nu_{bi})\Delta T}$, unde

$\nu_{mono} = 2f\nu$ şi $\nu_{bi} = (1-f)\nu$.

Cum $C_{\nu_{mono}} = \frac{3}{2}R$ şi $C_{\nu_{bi}} = \frac{5}{2}R$, deoarece prin disociere în incintă se găseşte un gaz monoatomic provenit din substanța biatomică care a disociat şi gaz biatomic provenit din substanța biatomică rămasă nedisociată, atunci:

$$C_v = \frac{2f\nu\frac{3}{2}R + (1-f)\nu\frac{5}{2}R}{(1+f)\nu} = \frac{R(5+f)}{2(1+f)} = 16{,}026 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

19. a. Deoarece incinta nu-şi modifică volumul atunci:

$$L = 0 \Rightarrow \Delta U = Q = \nu C_v \Delta T = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 5\nu RT_1 = 12465 \text{ J}$$

b. Masa care trebuie scoasă din incintă se calculează prin diferența dintre masa inițială şi cea finală, astfel că:

$$\Delta m = m_i - m_f = \mu(\nu_i - \nu_f) = \mu\left(\frac{pV}{RT_1} - \frac{pV}{RT_2}\right) = \frac{\mu pV}{RT_1T_2}(T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$\Delta m = \frac{2\mu pV}{3RT_1} = \frac{2\mu\nu}{3} = 18{,}67 \text{ g}$$

c. Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. Conform problemei precedente: $C_v = \frac{R(5+f)}{2(1+f)} \Rightarrow C_p = C_v + R = \frac{R(3f+7)}{2(1+f)} \Rightarrow$

Exponentul adiabatic este: $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \gamma = \frac{3f+7}{f+5} = 1{,}46$

20,a. Cum masa unei molecule de oxigen este $m_{oO2} = \frac{\mu_{O2}}{N_A}$ şi a unui atom de heliu este $m_{oHe} = \frac{\mu_{He}}{N_A}$ raportul cerut este: $\frac{m_{oO2}}{m_{0He}} = \frac{\mu_{O2}}{\mu_{He}} = 8$.

b. Deoarece pistonul se află în echilibru presiunile în cele două compartimente sunt egale, astfel că în primul compartiment $pV_1 = \frac{m_1}{\mu_1}RT$, iar în cel de-al doilea compartiment $pV_2 = \nu_2 RT$.

Cum $V = V_1 + V_2 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 p} + \frac{\nu_2 RT}{p} = \frac{RT}{p}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \nu_2\right) \Rightarrow p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \nu_2\right) = 3 \cdot 10^5$ Pa

c. Masa molară medie a amestecului este $\mu_m = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{m_1 + \mu_2 \nu_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \nu_2} = 20{,}8$ g/mol

d. Căldura necesară pentru dublarea temperaturii absolute a amestecului este:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{m_1}{\mu_1} C_{V,He}(T_2 - T) + \nu_2 C_{V,O2}(T_2 - T) = \left(\frac{3}{2}\frac{m_1}{\mu_1} R + \frac{5}{2}\nu_2 R\right)(T_2 - T) \Rightarrow$$

$$Q = \frac{R}{2} T\left(\frac{3m_1}{\mu_1} + 5\nu_2\right) = 5235{,}5 \text{ J}$$

21. a. Agentul termic cedează căldură aerului din cameră şi deoarece temperatura camerei se menţine constantă, această căldură este cedată de cameră mediului, astfel că $Q_p = |Q_c|$. Deoarece căldura primită de aerul dintr-o cameră de la agentul termic din calorifer este direct proporţională cu diferenţa de temperatură dintre sursele care schimbă căldură atunci $Q_p = a(t_a - t)$. Deoarece căldura cedată de aerul din cameră mediului exterior este direct proporţională cu diferenţa de temperatură dintre sursele care schimbă căldură, atunci $|Q_c| = b(t - t_e)$. Astfel că: $a(t_a - t) = b(t - t_e)$. Din $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ şi $a(t_a - t_2) = b(t_2 - t_{e2}) \Rightarrow$ prin împărţirea celor două relaţii obţinem:

$$\frac{t_a - t_1}{t_a - t_2} = \frac{t_1 - t_{e1}}{t_2 - t_{e2}} \Rightarrow t_2 = 10^0\text{C}$$

b. Analog $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ şi $a(t_a' - t_1) = b(t_1 - t_{e2}) \Rightarrow$ prin împărţirea celor două relaţii obţinem: $\frac{t_a - t_1}{t_a' - t_1} = \frac{t_1 - t_{e1}}{t_1 - t_{e2}} \Rightarrow t_a' = 80^0\text{C}$

c. Cum $a(t_a - t_1) = b(t_1 - t_{e1})$ şi $a(t_a - t_3) = b(t_3 - t_{e3}) \Rightarrow$ prin împărţirea celor două relaţii obţinem: $\frac{t_a - t_1}{t_a - t_3} = \frac{t_1 - t_{e1}}{t_3 - t_{e3}} \Rightarrow t_{e3} = -10^0\text{C}$

22. a. Studiem echilibrul pistonului (fig R 1.3.4).
Pe direcţia mişcării rezultanta forţelor este nulă:

$F_p = F_{p_0} + mg\sin\alpha \Rightarrow pS = p_0 S + mg\sin\alpha \Rightarrow$

$$p = p_0 + \frac{mg\sin\alpha}{S} = 2 \cdot 10^5 Pa$$

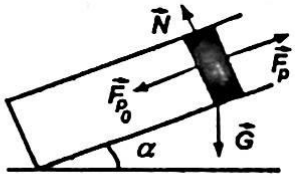


Fig. R 1.3.4

b. Transformarea gazului închis în cilindru este izobară, astfel că: $L = p\Delta V = pS\Delta\ell = 20$ J

c. $Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2}\nu R\Delta T = \frac{7}{2} p\Delta V = \frac{7}{2} pS\Delta\ell = 70$ J

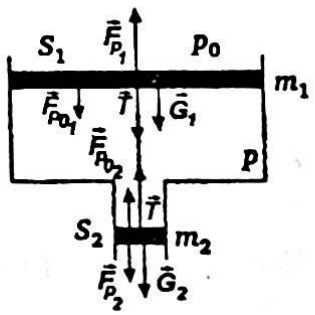


Fig. R 1.3.5

23. a. Aflăm presiunea gazului dintre cele două pistoane prin impunerea condiţiei de echilibru celor două pistoane (fig R 1.3.5). Pentru pistonul S_1:

$F_{p1} = F_{p01} + T + m_1 g \Rightarrow pS_1 = p_0 S_1 + T + m_1 g \Rightarrow T = (p - p_0)S - m_1 g$

Pentru pistonul S_2:

$F_{p_2} + G_2 = F_{p_{02}} + T \Rightarrow pS_2 + m_2 g = p_0 S_2 + T \Rightarrow T = (p - p_0) S_2 + m_2 g \Rightarrow$

$(p - p_0) S_1 - m_1 g = (p - p_0) S_2 + m_2 g \Rightarrow (p - p_0)(S_1 - S_2) = (m_1 + m_2) g \Rightarrow$

$p = p_0 + \frac{mg}{\Delta S} = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{Pa} \Rightarrow$ gazul dintre pistoane suferă o transformare izobară.

b. Conform ecuației transformării izobare:

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + S_1 \Delta \ell - S_2 \Delta \ell}{T_1 + \Delta T} \Rightarrow V_1 \Delta T = T_1 \Delta \ell (S_1 - S_2) \Rightarrow \Delta \ell = \frac{V_1 \Delta T}{T_1 \Delta S}$

Din ecuația termică de stare $pV_1 = \nu R T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu R T_1}{p} \Rightarrow \Delta \ell = \frac{\nu R \Delta T}{p \Delta S} \Rightarrow$

$\Delta \ell = \frac{\nu R \Delta T}{p_0 \Delta S + mg} = 27{,}7$ cm.

Deoarece gazul prin încălzire se dilată, pistoanele se deplasează în sus și prin urmare volumul crește cu $\Delta V = S_1 \Delta \ell - S_2 \Delta \ell = \Delta S \Delta \ell$

c. Căldura primită de gazul biatomic este $Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2} \nu R \Delta T = 29{,}085$ J

24. a. Reprezentăm în figura R 1.3.6 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V. Conform definiției $\Delta U = \nu C_v \Delta T$, obținem:

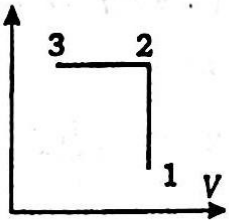


Fig. R 1.3.6

$\Delta U_{13} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = -300$ J

b. Lucrul mecanic total efectuat de gaz între stările 1 și 3 este:

$L_t = L_{12} + L_{23}$ cu $L_{12} = 0$ și $L_{23} = p_3 (V_3 - V_1) \Rightarrow L_t = p_3 (V_3 - V_1) = -3200$ J

c. Căldura totală în transformarea 1-2-3 este: $Q_t = Q_{12} + Q_{23}$

$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} V_1 (p_3 - p_1)$

$Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{5}{2} p_3 (V_3 - V_1)$

$Q_t = \frac{3}{2} V_1 (p_3 - p_1) + \frac{5}{2} p_3 (V_3 - V_1) = -3500$ J

Se observă că se verifică primul principiu al termodinamicii astfel că: $Q_t = \Delta U_{13} + L_t$

25. a. Transformarea 1-2 este izocoră: $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$.

Pentru transformarea 2-3 izobară: $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2)$

Cum $Q_{12} = Q_{23} \Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} (T_3 - T_2) \Rightarrow 3T_2 - 3T_1 = 5T_3 - 5T_2$

Dar din datele problemei: $T_3 = 4T_1 \Rightarrow 8T_2 = 23T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{23}{8} = 2{,}875$

b. Raportul cerut este: $\frac{\Delta U_{23}}{\Delta U_{12}} = \frac{\nu C_v (T_3 - T_2)}{\nu C_v (T_2 - T_1)} = 0{,}6$, deoarece $T_2 = \frac{23}{8} T_1$

c. $Q_i = Q_{12} + Q_{23} = 2Q_{12} = 2 \cdot \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{23}{8} T_1 - T_1 \right) = \frac{45}{8} \nu R T_1 = \frac{45}{8} p_1 V_1 = 4500$ J

26.a. Graficul transformărilor în coordonate *p-V* este reprezentat în figura R 1.3.7.

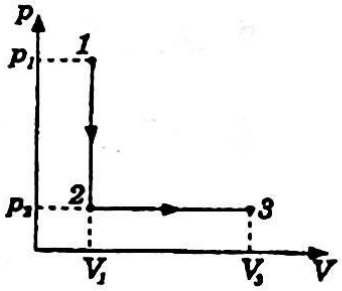


Fig. R 1.3.7

b. Lucrul mecanic în proces este:

$L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) \Rightarrow L_{123} = p_3 V_3 - p_2 V_3 = \nu R T_1 - \nu R T_2$

$\Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{L_{123}}{\nu R} = 200$ K. Din legea transformării izobare 2-3,

$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{V_1}{T_2} = \frac{V_3}{T_1} \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_1}{T_2} = 1{,}5$

c. Căldura primită este pe transformarea 2-3: $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu C_p (T_1 - T_2)$, iar căldura cedată este pe transformarea 1-2: $Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1)$, astfel că raportul dintre căldura primită şi modulul căldurii cedate este

$k = \frac{Q_{23}}{|Q_{12}|} = \frac{\nu C_p (T_1 - T_2)}{\nu C_V (T_1 - T_2)} = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} \Rightarrow C_V = \frac{R}{k-1} = \frac{3R}{2}$

d. Lucrul mecanic în transformarea izotermă 3-1 este:

$L_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_3} = -\nu R T_1 \ln 1{,}5 \approx 1$ kJ

27.a. Transformarea 1-2 este izocoră, astfel că $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = 2T_1$ şi 2-3 este o transformare izobară, astfel că $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2} = \frac{3V_1}{2}$

Reprezentarea proceselor 1→2→3 în coordonate *p* şi *V* este redată în figura R 1.3.8.

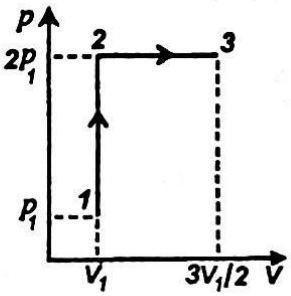


Fig. R 1.3.8

b. Energia internă a gazului în starea 2 este

$U_2 = \nu C_V T_2 = \frac{\nu R T_2}{\gamma - 1} = 3\nu R T_1 = 6232{,}5$ J

c. Lucrul mecanic schimbat de gaz în cursul transformării 2→3 este:

$L_{23} = p_2 (V_3 - V_2) = p_1 V_1 = \nu R T_1 = 2077{,}5$ J

d. Căldura schimbată de gaz în cursul transformării 1→2→3 este:

$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1} + \frac{\gamma \nu R T_1}{\gamma - 1} = 4\nu R T_1 = 8310$J

28. a. Deoarece pistonul este în echilibru şi se deplasează înseamnă că gazul suferă iniţial o transformare izobară. După ce pistonul se blochează gazul suferă prin încălzire o transformare izocoră. Reprezentarea succesiunii de procese la care este supus gazul este redată în figura R 1.3.9.

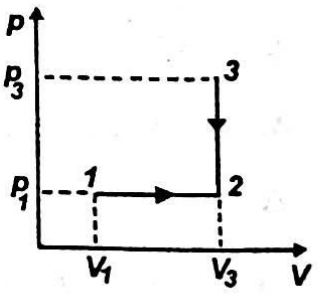


Fig. R 1.3.9

b. $L_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 V_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = p_1 V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = 2$ kJ,

deoarece din ecuația izobarei, obținem $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_2}{V_1}\Rightarrow V_2=3V_1$.

c. $\Delta U_{13}=\nu C_V(T_3-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=35p_1V_1$=35 kJ

d. $Q_{123}=Q_{12}+Q_{23}$, cu $Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{7}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{7}{2}p_1(V_2-V_1)\Rightarrow$

$Q_{12}=7p_1V_1$ și $Q_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_2)=\frac{5}{2}V_2(p_3-p_1)=30p_1V_1\Rightarrow$

$Q_{123}=37p_1V_1$=37 kJ sau $Q_{123}=\Delta U_{13}+L_{12}$, deoarece $L_{123}=L_{12}$.

29. a. Reprezentarea grafică a proceselor descrise într-un sistem de coordonate $p-V$ este redată în figura R.1.3.10.

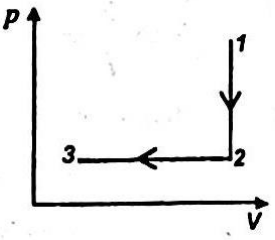


Fig. R 1.3.10

b. Cum $Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{\nu R(T_2-T_1)}{\gamma-1}=\frac{5}{2}(p_2V_1-p_1V_1)$

$\Rightarrow p_2=\frac{2Q_{12}}{5V_1}+p_1$=5·10⁴ Pa

c. Din $L_{23}=p_2(V_3-V_1)\Rightarrow V_3=\frac{L_{23}}{p_2}+V_1$=0.05 m³

d. Variația energiei interne a gazului între starea inițială și cea finală este:

$\Delta U_{13}=\nu C_V(T_3-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_3-p_1V_1)=-18{,}75$ kJ

30. a. Din datele problemei $T_2=T_1$, deoarece stările 1 și 2 se află pe aceeași izotermă. Conform legii transformării izoterme: $p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_1}{V_2}=\frac{p_1}{3}$.

Transformarea 2-3 este izobară astfel că: $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_2}=\frac{V_1T_1}{3V_1}=\frac{T_1}{3}$

Variația energiei interne între stările 1 și 3 este:

$\Delta U_{13}=\nu C_v(T_3-T_1)=\frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{3}-T_1\right)=-\nu RT_1=-2493$ J

b. Deoarece $L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{\left(p_1+\frac{p_1}{3}\right)(3V_1-V_1)}{2}=\frac{4}{3}p_1V_1$ și

$L_{23}=p_2(V_3-V_2)=\frac{p_1}{3}(V_1-3V_1)=-\frac{2p_1V_1}{3}\Rightarrow$ obținem raportul: $\frac{L_{12}}{L_{23}}=-2$.

c. căldura schimbată în transformarea 2-3 este:

$Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)=\frac{5}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{3}-T_1\right)=-\frac{5}{3}\nu RT_1=-4155$ J

d. Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{12}=\Delta U_{12}+L_{12}$ și cum $\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=0$, atunci $Q_{12}=L_{12}=\frac{4}{3}p_1V_1=\frac{4}{3}\nu RT_1$=3324 J

31. a. Conform datelor problemei $Q_{12}=Q_{23}$, cu $Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)$.

Din $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$ şi $C_p=C_v+R\Rightarrow \gamma C_v=C_v+R\Rightarrow C_v=\frac{R}{\gamma-1}$ şi $C_p=\frac{\gamma R}{\gamma-1}\Rightarrow$

$$Q_{12}=\nu\frac{\gamma R}{\gamma-1}(T_2-T_1)=\frac{\gamma}{\gamma-1}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{\gamma}{\gamma-1}p_1(V_2-V_1)=\frac{\gamma}{\gamma-1}p_1V_1$$

$$Q_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=p_2V_2\ln 4=4p_1V_1\ln 2$$

Din $Q_{12}=Q_{23}\Rightarrow\frac{\gamma p_1V_1}{\gamma-1}=4p_1V_1\ln 2\Rightarrow\gamma=\frac{4\ln 2}{4\ln 2-1}=1{,}56$

b. Din $L_{12}=p_1(V_2-V_1)=p_1V_1$ şi $L_{23}=Q_{23}=4p_1V_1\ln 2\Rightarrow\frac{L_{12}}{L_{23}}=\frac{1}{4\ln 2}=0{,}36.$

c. Din $\Delta U_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)$ şi $\Delta U_{13}=\nu C_v(T_3-T_1)=\nu C_v(T_2-T_1)\Rightarrow\frac{\Delta U_{12}}{\Delta U_{13}}=1$

32. a. Reprezetăm în figura R 1.3.11 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

b. Variaţia energiei interne pe transformarea 1-3 este:

$$\Delta U_{13}=\nu C_v(T_3-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_1)$$

Transformarea 2-3 este izobară, astfel că legea transformării este: $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_1T_2}{V_2}=\frac{V_1T_1}{e^2V_1}=\frac{T_1}{e^2}\Rightarrow$

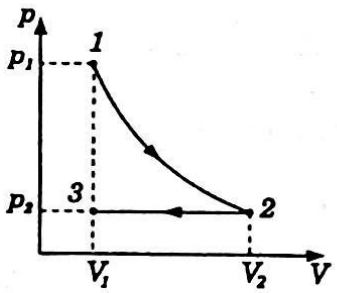


Fig. R 1.3.11

$$\Delta U_{13}=\frac{5}{2}\nu RT_1\left(\frac{1}{e^2}-1\right)=-\frac{5}{2}p_1V_1\frac{e^2-1}{e^2}\Rightarrow\Delta U_{13}\approx-2{,}16\text{ kJ}$$

c. Lucrul mecanic total este $L_{13}=L_{12}+L_{23}$, cu $L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln e^2=2p_1V_1$

şi $L_{23}=p(V_1-V_2)=\nu R(T_3-T_1)=-\nu RT_1\left(1-\frac{1}{e^2}\right)=-p_1V_1\frac{(e^2-1)}{e^2}$

$$L_{13}=p_1V_1\left(2-\frac{e^2-1}{e^2}\right)=p_1V_1\frac{(e^2+1)}{e^2}=1136\text{ J}$$

d. Pe baza primului principiu al termodinamicii căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul este: $Q_{13}=\Delta U_{13}+L_{13}=-1024$ J

33. a. Gazul suferă două transformări: 1-2 o transformare izocoră şi 2-3 o transformare izotermă. Reprezentarea grafică este redată în figura R 1.3.12.

b. Variaţia energiei interne între stările 1 şi 2 este:

$$\Delta U_{12}=\nu C_{v'}(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1).$$

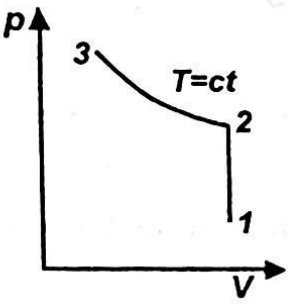


Fig. R 1.3.12

Din legea transformării izocore: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}=2T_1\Rightarrow$

$$\Delta U_{12}=\frac{3}{2}\nu RT_1\approx 18{,}7\text{ kJ}$$

c. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul este:

$L_{123} = L_{12} + L_{23}$ cu $L_{12}=0$ şi $L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = -p_2V_2 \ln 2 \Rightarrow$

$L_{123} = L_{23} = -2p_1V_1 \ln 2 = -2\nu RT_1 \ln 2 \approx -17451$ J

d. Căldura totală schimbată de gaz cu mediul exterior este: $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu

$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1$ şi $Q_{23} = L_{23} = -2\nu RT_1 \ln 2 = \nu RT_1(1{,}5 - 2\ln 2) \approx 1246{,}5$ J

34. a. Reprezentăm în figura R 1.3.13 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

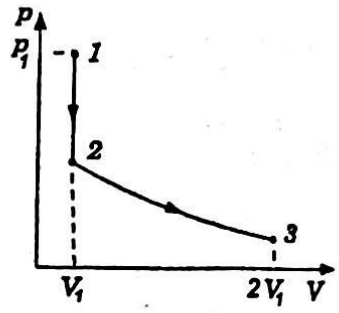


Fig. R 1.3.13

b. Lucrul mecanic efectuat de gaz în transformarea 2-3 este: $L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = \nu RT_2 = p_2V_1$

Aflăm presiunea p_2 pornind de la expresia căldurii

$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_1)$

$= \frac{3}{2}V_1(p_2 - p_1) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{2Q_{12}}{3V_1} \Rightarrow p_2 = 2\cdot 10^5$ Pa $\Rightarrow L_{23} = 200$ J

c. Variaţia energiei interne între stările 1 şi 3 este:

$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = Q_{12} = -300$ J

d. $L_{13} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = 200$ J, deoarece pe izocoră $L_{12}=0$.

$Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}$ cu $Q_{23} = L_{23} = 200$ J, deoarece pe izotermă $\Delta U_{23}=0 \Rightarrow Q_{13}=-100$ J

Conform primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -100$ J

5. a. Deoarece energia internă a gazului rămâne constantă, cum $U = \nu C_v T$ înseamnă că temperatura absolută a acestuia nu se modifică $\Rightarrow$ 1-2 este o transformare izotermă. Deoarece densitatea gazului rămâne constantă, cum $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow$ volumul gazului se menţine constant şi transformarea 2-3 este izocoră.

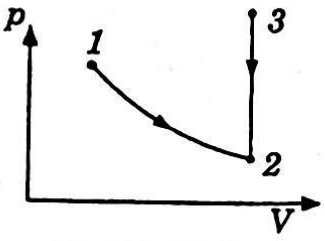


Fig. R 1.3.14

Reprezetăm în figura R 1.3.14 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

b. $L_{13} = L_{12} + L_{23}$ cu $L_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1$ şi $L_{23} = 0 \Rightarrow L_{13} = L_{12} = p_1V_1 = 271$J

c. Conform legii transformării izoterme $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1}{e} = 10^5$ Pa

În transformarea izocoră: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2T_3}{T_1} \Rightarrow p_3 = 3p_1 \Rightarrow p_3 = 3\cdot 10^5$ Pa

d. Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = L_{13} + \Delta U_{13}$, cu

$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \nu \cdot \frac{5}{2} R(3T_1 - T_1) = 5\nu RT_1 = 5p_1V_1$

$Q_{13} = p_1V_1 + 5p_1V_1 = 6p_1V_1 = 1626$ J

36. a. 1-2 este izobară, astfel că $p_1=p_2$, iar 2-3 este izotermă, astfel că $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{V_2}{V_3} = \frac{4}{3}$

b. Energia internă a gazului în starea 3 este $U_3 = \nu C_V T_3 = \frac{3}{2}\nu R T_3$.

Din legea transformării izobare obținem: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = 2T_1$ și cum $T_3=T_2 \Rightarrow U_3 = 3\nu R T_1 = 7479$ J

c. Lucrul mecanic în transformarea 2-3 este $L_{23} = \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln\frac{3}{4} \Rightarrow$

$L_{23} = -2p_1V_1 \ln\frac{4}{3} = -2\nu R T_1 \ln\frac{4}{3} \approx -1445{,}94$ J

d. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$.

Din legea transformării izobare: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2 \Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}\nu R T_1$ și

$Q_{23} = L_{23} = -2\nu R T_1 \ln\frac{4}{3} \Rightarrow Q_{123} = \nu R T_1\left(\frac{5}{2} - 2\ln\frac{4}{3}\right) \approx 4786{,}56$ J

37. a. Din legea transformării izoterme $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{p_2V_2}{p_1} = 3V_1 = 9$ L

b. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este $L_t=L_{12}+L_{23}$., unde $L_{12} = \frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{4}$, pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic și $L_{23} = \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln\frac{p_2}{p_3} = 3p_1V_1 \ln 2 = 3p_1V_1\left(\frac{1}{4} + \ln 2\right) \Rightarrow$

$L_{23} = 2{,}85 p_1V_1 \approx 1710$ J

c. Căldura totală schimbată de gaz cu exteriorul este $Q_t=Q_{12}+Q_{23}$.

Din primul principiu al termodinamicii $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, cum $L_{12} = \frac{3p_1V_1}{4}$ și

$\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 3p_1V_1 \Rightarrow Q_{12} = \frac{15}{4}p_1V_1$

Cum transformarea 2-3 este izotermă $Q_{23} = L_{23} = 3p_1V_1 \ln 2$, atunci

$Q_t = 3p_1V_1\left(\frac{5}{4} + \ln 2\right) \approx 3510$ J

d. Variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3 este:

$\Delta U_{13} = \nu C_V(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 3p_1V_1 = 1800$J

38. a. Reprezentarea succesiunea de procese 1→2→3 în sistemul de coordonate p–V este redată în figura R.1.3.15.

b. Cum $L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2}$. Din ecuația transformării izoterme $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{p_2}{p_3} = \frac{2p_1}{p_1} = 2$, astfel că $T_2 = \frac{L_{23}}{\nu R \ln 2} \approx 400$ K

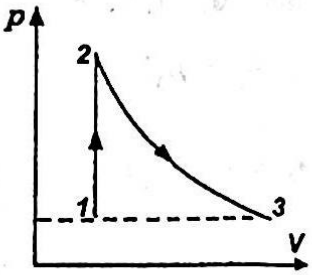


Fig. R 1.3.15

c. Din legea transformării izocore $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_1 = \frac{p_1T_2}{p_2} = \frac{T_2}{2}$, iar din ecuația de stare în starea 1, $p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} = 10$ L

d. Căldura primită pe parcursul transformării 1→2→3 este:

$$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_V(T_2 - T_1) + L_{23} = \frac{5}{2}\nu RT_1 + L_{23} \approx 3{,}9 \text{ kJ}$$

39. a. Reprezentarea succesiunii de transformări suferite de gaz în sistemul de coordonate *p-V* este redată în figura R. 1.3.16.

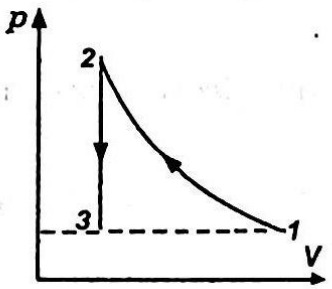


Fig. R 1.3.16

b. $L_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -\nu RT_1 \ln 2 \Rightarrow \nu = -\frac{L_{12}}{RT_1 \ln 2} = 400$ moli, astfel că $\mu = \frac{m}{\nu} = -\frac{mRT_1 \ln 2}{L_{12}} \approx 4$ g/mol

c. Variația energiei interne a gazului în transformarea 2→3 este:

$$\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = -\frac{3}{4}p_1V_1 = -\frac{3}{4}\nu RT_1 \Rightarrow$$

$\Delta U_{23} = -7{,}5 \cdot 10^5$ J

d. Căldura schimbată totală de gaz cu mediul exterior este:

$$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + \nu C_V(T_3 - T_2) = L_{23} + \Delta U_{12} = -1{,}45 \text{ MJ}$$

40. a. Determinăm temperatura absolută în starea 2 aplicând legea transformării adiabatice scrisă în coordonate *V* și *T*, astfel că:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{8^{\gamma-1}}.$$

Cum $\gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{4} \Rightarrow L_{12} = -\frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{4} - T_1\right) = \frac{9}{8}\nu RT_1 = \frac{9}{8}p_1V_1$

Din ecuația termică de stare, obținem: $p_2 = \frac{\nu RT_2}{V_2} = \frac{\nu RT_1}{4 \cdot 8V_1} = \frac{p_1}{32} \Rightarrow 6{,}25 \cdot 10^3$ Pa

b. Lucrul mecanic total este $L_{123} = L_{12} + L_{23}$ Deoarece în comprimarea adiabatică:

$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = -\frac{9}{4}\nu RT_1$ și în transformarea izobară

$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = -\frac{p_1V_1}{8}$ obținem $L_{123} = p_1V_1 = 1600$ J

c. Variația energiei interne în procesul 1-2-3 este:

$\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$. Utilizăm legea transformării izobare:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2 V_3}{V_2} = \frac{T_2}{2} = \frac{T_1}{8} \Rightarrow \Delta U_{13} = -\frac{21}{16}\nu R T_1 = -\frac{21}{16} p_1 V_1 = -2100 \text{ J}$$

d. Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = -\frac{5}{16} p_1 V_1 = -500 \text{ J}$$

Verificăm principiul I al termodinamicii.

Calculăm $Q_{13} = Q_{12} + Q_{23} = Q_{23}$, deoarece în transformarea adiabatică $Q_{12} = 0$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{8} - \frac{T_1}{4}\right) = -\frac{5}{16}\nu R T_1 = -\frac{5}{16} p_1 V_1 = -500\text{J} \Rightarrow Q_{13} = -500\text{J}$$

Observăm că obținem aceeași valoare a căldurii cu cea calculată cu primul principiu al termodinamicii.

41. a. Reprezetăm în figura R 1.3.17 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

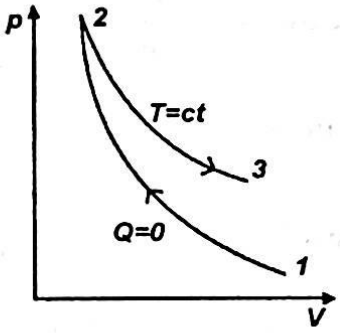


Fig. R 1.3.17

b. Conform datelor problemei: $\Delta U_{12} = Q_{23}$.

Dar $\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) \Rightarrow$

$$T_2 = \frac{2\Delta U_{12}}{5\nu R} + T_1 = \frac{2\mu \Delta U_{12}}{5mR} + T_1 = 940 \text{ K}$$

c. Aflăm din ecuația volumul V_2.

Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate V și T, astfel că:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \text{ cu } \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow V_2 = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1}\cdot\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{5/2} \approx 0{,}448 \text{ L}$$

d. Cum $Q_{23} = \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \ln\frac{V_3}{V_2} = \frac{\mu Q_{23}}{mRT_2} = \frac{\mu \Delta U_{12}}{mRT_2} = 1{,}7 \Rightarrow$ volumul la sfârșitul destinderii izoterme este $V_3 = V_2 e^{1.7} \approx 2{,}45$ L

42. a. Reprezetăm în figura R 1.3.18 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

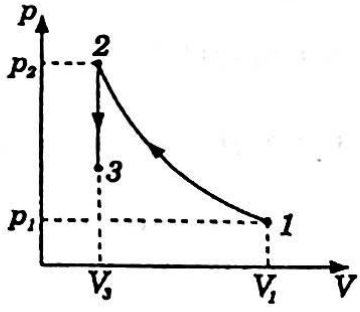


Fig. R 1.3.18

b. $\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_1 V_1)$

$\Delta U_{13} = 250$ J

c. $Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = 0$; $Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) =$

$$= \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_3) = \frac{5}{2} V_3 (p_3 - p_2)$$

Aflăm presiunea în starea 2 utilizând ecuația transformării adiabatice în coordonate p, V știind că pentru gazul biatomic $\gamma = \frac{7}{5}$. Obținem:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_3^{\gamma} \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{7/5} \approx 3{,}6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow Q_1 = Q_{23} = -300 \text{ J}$$

d. Lucrul mecanic total efectuat de gaz este:

$L_{13} = L_{12} + L_{23} = L_{12}$, deoarece $L_{23} = 0$

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_2V_3) \Rightarrow$$

$$L_{13} = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_2V_3) = -550 \text{ J sau } L_{13} = Q_1 - \Delta U_{13} = -550\text{J}.$$

43. a. Reprezentăm în figura R 1.3.19 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

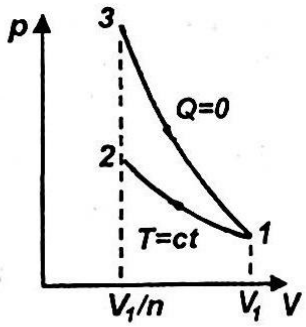


Fig. R 1.3.19

b. Pentru că 1-2 este o transformare izotermă, atunci $T_2 = T_1$. Scriem legea transformării adiabatice în coordonate V şi T şi obţinem: $T_1V_1^{\gamma-1} = T_3V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

Cum $V_2 = \frac{V_1}{n} \Rightarrow T_3 = T_1 n^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = n^{\gamma-1} = 8^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$, deoarece pentru monoatomic şi exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$.

c. $\Delta U_{13} = \nu C_v (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{9}{2}\nu RT_1 = 11218{,}5 \text{ J}$

d. Cum $L_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -\nu RT_1 \ln n = -3\nu RT_1 \ln 2$ şi $L_{13} = -\Delta U_{13} = -\frac{9}{2}\nu RT_1 \Rightarrow$

raportul lucrurilor mecanice este $\frac{L_{12}}{L_{13}} = \frac{2\ln 2}{3} = 0{,}462$

44. a. Pornim de la informaţia problemei că $Q_{12} = Q_{13}$. Transformarea 1-2 este izocoră, astfel că $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\Delta T_{12} = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_{12}$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{13} = L_{13} + \Delta U_{13}$

Dar $\Delta U_{13} = \nu C_v \Delta T_{13} = \frac{\nu R}{\gamma - 1}\Delta T_{13} = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_{13}$ şi $L_{13} = \frac{(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)}{2}$, pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic.

Cum $p = aV \Rightarrow p_1 = aV_1$ şi $p_3 = aV_3 \Rightarrow L = \frac{a(V_3^2 - V_1^2)}{2} = \frac{aV_3^2 - aV_1^2}{2} =$

$$= \frac{aV_3 \cdot V_3 - aV_1 \cdot V_1}{2} = \frac{p_3V_3 - p_1V_1}{2} = \frac{\nu RT_3 - \nu RT_1}{2} = \frac{\nu R\Delta T_{13}}{2} \Rightarrow Q_{13} = 3\nu R\Delta T_{13}.$$

$$Q_{12} = Q_{13} \Rightarrow \frac{5}{2}\nu R\Delta T_{12} = 3\nu R\Delta T_{13} \Rightarrow \frac{\Delta T_{12}}{\Delta T_{13}} = 1{,}2$$

b. Deoarece transformarea 1-2 este izocoră: $\Delta U_{12} = \nu C_v \Delta T_{12} = Q_{12} = 12465 \text{ J}$

c. Conform definiţiei: $C_{13} = \frac{Q_{13}}{\nu\Delta T_{13}} = 3R = 24{,}93 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

45. a. Deoarece energia internă depinde doar de stările A şi C obţinem:

$$\Delta U_{ABC} = \nu C_V (T_C - T_A) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_C - T_A) = \frac{p_C V_C - p_A V_A}{\gamma - 1} = 0$$

b. $L_{ABC} = L_{AB} + L_{BC} = \frac{(p_A + p_B)(V_B - V_A)}{2} = 300$ J

c. $Q_{BC} = \nu C_V (T_C - T_B) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_C - T_B) = \frac{p_C V_C - p_B V_B}{\gamma - 1} = \frac{(p_C - p_B) V_B}{\gamma - 1} \Rightarrow$

$Q_{BC} = -1200$ J

d. $\Delta U_{AB} = \nu C_V (T_B - T_A) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_B - T_A) = \frac{p_B V_B - p_A V_A}{\gamma - 1} = 1200$ J $\Rightarrow$

$Q_{AB} = L_{AB} + \Delta U_{AB} = 1500$ J

46. a. Din ecuția transformării izoterme: $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1}{2}$ şi din ecuația procesului general 2-3: $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V_3}{V_2} = \frac{p_1}{4} = 10^5$ Pa

b. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este $L_{123} = L_{12} + L_{23}$, cu $L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2$ şi $L_{23} = \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)}{2} = -\frac{3 p_1 V_1}{8} \Rightarrow$

$L_{123} = p_1 V_1 (\ln 2 - 3/8) \approx 130$ J

c. $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = L_{12} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln 2$ şi $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$, conform primului principiu al termodinamicii

Cum $\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{5}{2}\left(\frac{p_1}{4} V_1 - p_1 V_1\right) \Rightarrow$

$\Delta U_{23} = -\frac{15}{8} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{23} = -\frac{9}{4} p_1 V_1 \Rightarrow Q_{123} = p_1 V_1 \left(\ln 2 - \frac{9}{4}\right) \approx -620$ J

d. Variația energiei interne a gazului între stările 1 şi 3 este:

$\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R (T_3 - T_1) = \frac{5}{2}(p_3 V_3 - p_1 V_1) = -\frac{15}{8} p_1 V_1 = -750$ J

47. a. Transformarea 1-2 este descrisă de ecuația $\frac{p}{V} = ct$, astfel că $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$

$\Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1} = \frac{V_1}{2} = 1{,}25$ L

b. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul în cursul transformării 2→3 este: $L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln 2 = \frac{p_1 V_1}{4} \ln 2 \approx 175$ J

c. Diferența dintre energiile interne în stările 2 şi 1 este:

$U_2 - U_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{\nu R (T_2 - T_1)}{\gamma - 1} = 3\nu R (T_2 - T_1) = 3(p_2 V_2 - p_1 V_1) = -\frac{9}{4} p_1 V_1$

$\Rightarrow U_2 - U_1 = -2250$ J

d. Din primul principiu al termodinamicii obținem: $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, unde $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{8}$, astfel că $Q_{12} = -\frac{21}{8} p_1V_1 = -2625$ J

48.a. $\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$. Din legea transformării 1-2: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1} = 2p_0 \Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{15}{2} p_0V_0$ =2250 J

b. Căldura absorbită de gaz în procesul 2-3 este:

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{7}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{7}{2} p_2(V_3 - V_2) = 7p_0V_0 = 2{,}1\text{kJ}$$

c. Prin definiție căldura molară a gazului pe transformarea 1-2 este $C_{12} = \frac{Q_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{\Delta U_{12} + L_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = \frac{\nu C_V \Delta T_{12} + L_{12}}{\nu \Delta T_{12}} = C_V + \frac{L_{12}}{\nu \Delta T_{12}}$.

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_0V_0}{2}$

Pe baza ecuațiilor termice de stare în stările 1 și 2: $T_1 = \frac{p_0V_0}{\nu R}$ și $T_2 = \frac{4p_0V_0}{\nu R} = 4T_1$

obținem $C_{12} = \frac{5R}{2} + \frac{p_0V_0}{2\nu T_1} = \frac{5R}{2} + \frac{R}{2} = 3R$ =24,93 J/molK

d. Căldura absorbită de gaz în transformarea 1-2 este:

$Q_{12} = \nu C_{12}(T_2 - T_1) = 9\nu RT_1 = 9p_1V_1$ =2700 J

49. a. Deoarece $p_0 > p_1$ dacă nu ar exista opritorul, pistonul s-ar deplasa și ar comprima gazul. Încălzind gazul acesta suferă o transformare izocoră până când presiunea gazului devine p_0. Aflăm până la ce temperatură maximă putem încălzi izocor gazul, astfel că: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_0}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_0T_1}{p_1} = 4T_1$.

Deoarece pistonul se află în echilibru presiunea gazului este egală cu cea din exteriorul cilindrului când pistonul se deplasează , astfel că transformarea gazului devine izobară. Aflăm temperatura în starea finală 3, aplicând legea transformării izobare:

$\frac{V_1}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3T_2}{V_1} = 3T_2 = 12T_1$

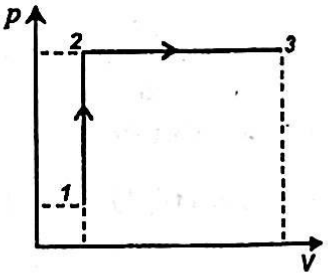


Fig. R 1.3.20

b. Reprezetăm în figura R 1.3.20 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p și V.

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz este: $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_0(V_3 - V_1) = 2p_0V_1 = 400$J

d. Căldura totală schimbată de gaz în cursul procesului este:

$$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_v (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{49}{2}\nu RT_1 = \frac{49}{2} p_1V_1 = 1225\text{J}$$

50. a. Aplicăm ecuația termică de stare pentru a afla la ce înălțime este suspendat inițial pistonul: $p_0Sh = \nu RT \Rightarrow h = \frac{\nu RT}{p_0S} = 12{,}465$ cm

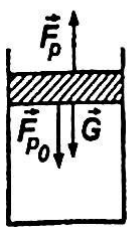


Fig. R 1.3.21

b. Încălzind inițial gazul, presiunea acestuia crește și tensiunea în firul de susținere al pistonului scade până devine nulă, astfel că

transformarea 1-2 este izocoră. Aflăm la ce presiune se slăbeşte firul şi pistonul începe să urce, punând condiţia că pistonul să se afle în echilibru (fig R 1.3.21),

astfel că: $F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow p_1 S = p_0 S + mg \Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{Pa} \Rightarrow p = 1{,}5 p_0$

Deoarece $p=const$, transformarea 2-3 este izobară.

c. Reprezetăm în figura R 1.3.22 succesiunea de transformări suferite de gaz în coordonate p şi V.

d. căldura totală transferată gazului în acest proces este: $Q_{123} = Q_{12} + Q_{23}$, unde

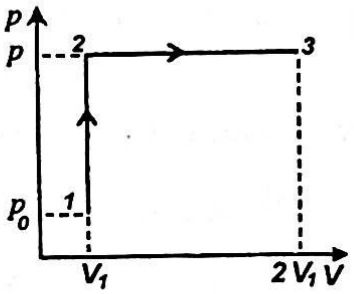


Fig. R 1.3.22

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T) = \frac{5}{2}\nu RT\left(\frac{T_2}{T} - 1\right).$$

Deoarece transformarea 1-2 este izocoră, atunci:

$$\frac{p_0}{T} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T} = \frac{p}{p_0} \Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}\nu RT\left(\frac{p}{p_0} - 1\right) = \frac{5\nu RT}{4}$$

Transformarea 2-3 este izobară, astfel că: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_1} = 2T_2 \Rightarrow$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2}\nu RT_2 = \frac{7}{2}\nu RT\frac{p}{p_0} = \frac{21}{4}\nu RT \Rightarrow Q_{123} = \frac{13}{2}\nu RT \approx 162 \text{ J}$$

51. a. Aflăm presiunea gazului dintre pistoane impunând condiţia de echilibru pistoanelor (fig R 1.3.23). Pentru pistonul cu secţiunea 4S: $F_{p_1} = F_{p_0} + F \Rightarrow F = (p - p_0) \cdot 4S \quad (1)$

Pentru pistonul cu secţiunea S:

$F_{p_2} = F_{p_{02}} + F \Rightarrow F = (p - p_0) \cdot S \quad (2)$. Din (1) şi (2)

cum $p=p_0$ înseamnă că gazul dintre pistoane prin răcire suferă o transformare izobară la presiunea atmosferică p_0.

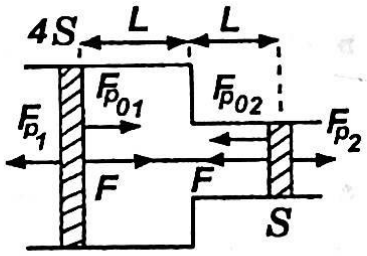


Fig. R 1.3.23

Deoarece gazul se răceşte, pistoanele se deplasează pe distanţa L spre dreapta până ce pistonul cu secţiunea 4S se blochează, astfel că $V_2 = 2SL$. Iniţial volumul este $V_1 = 4SL + SL = 5SL$. Aflăm la ce temperatură se blochează pistonul 4S:

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_2}{V_1}T_1 = \frac{2}{5}T_1$. Cum temperatura continuă să scadă până la $T_2 = \frac{T_1}{5}$, gazul va suferi o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_0}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_0 T_2}{T_3} = \frac{p_0}{2}$

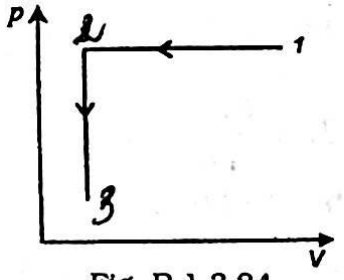


Fig. R 1.3.24

Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.24.

b. Variaţia de energie internă a gazului este:

$$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{5} - T_1\right) = -\frac{6}{5}\nu RT_1 = -9972 \text{ J}$$

c. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior este:

$$L = L_{13} + L_{32} = p_0(V_3 - V_1) = \nu R(T_3 - T_1) = -\frac{3}{5}\nu RT_1 = -4986 \text{ J}$$

d. Căldura totală cedată de gaz este: $Q_{132}=Q_{13}+Q_{32}$.

$$Q_{13}=\nu C_p(T_3-T_1)=\frac{5}{2}\nu R\left(\frac{2T_1}{5}-T_1\right)=-\frac{3\nu RT_1}{2}$$

$$Q_{32}=\nu C_v(T_2-T_3)=\frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_1}{5}-\frac{2T_1}{5}\right)=-\frac{3\nu RT_1}{10}\Rightarrow Q_{132}=-\frac{9}{5}\nu RT_1=-14958\ \text{J}$$

52. a. Din legea izotermei obținem: $V_3=V_2=\frac{p_1V_1}{p_2}=\frac{V_1}{2}=1$ L

b. Valoarea maximă a energiei interne a gazului este în starea 4, astfel că

$$U_4=\nu C_V T_4=\frac{3}{2}\nu RT_4=\frac{9}{2}p_1V_1=450\ \text{J}$$

c. Căldura schimbată de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2 este:

$$Q_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln\frac{p_1}{p_2}=-p_1V_1\ln 2\approx -70\ \text{J}$$

d. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este:

$$L_{1234}=L_{12}+L_{23}+L_{34}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}+p_3(V_4-V_3)=-p_1V_1\ln 2+\frac{3}{2}p_1V_1=80\ \text{J}$$

53. a. Temperatura maximă este în starea 4, astfel că valoarea maximă a energiei interne a gazului $U_4=\nu C_V T_4=\frac{3}{2}\nu RT_4=\frac{3}{2}p_4V_4=\frac{9}{2}p_1V_1=450$ J

b. Căldura schimbată de gaz cu exteriorul în cursul transformării 1→2 este:

$$Q_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=\nu RT_1\ln\frac{p_1}{p_2}=-p_1V_1\ln 2\approx -70\ \text{J}$$

c. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul este:

$$L_{1234}=L_{12}+L_{23}+L_{34}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}+p_2(V_3-V_2)=-p_1V_1\ln 2+2p_1(V_1-\frac{V_1}{2})\Rightarrow$$

$$L_{1243}=p_1V_1(1-\ln 2)\approx 30\ \text{J}$$

d. Reprezentarea grafică a transformării 1→2→3→4 într-un sistem de coordonate *V-T* este redată în figura R 1.3.25.

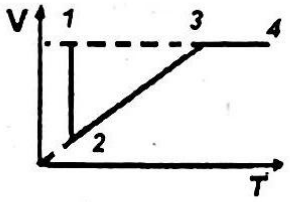


Fig. R 1.3.25

54. a. Din $T_1=\frac{2pV}{\nu R}$, $T_2=\frac{4pV}{\nu R}$, $T_3=\frac{4pV}{\nu R}$, $T_4=\frac{6pV}{\nu R}$ și $T_5=\frac{6pV}{\nu R}$, astfel că $T_1<T_2=T_3<T_4=T_5$.

b. Căldura Q_{34} schimbată de gaz cu exteriorul în procesul 3-4 este $Q_{34}=\nu C_V(T_4-T_3)$ și din cum $Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)$ obținem $\frac{Q_{12}}{Q_{34}}=\frac{T_2-T_1}{T_4-T_3}=\frac{p_2V_2-p_1V_1}{p_4V_4-p_3V_3}$

$$\Rightarrow\frac{Q_{12}}{Q_{34}}=\frac{4pV-2pV}{6pV-4pV}=1\Rightarrow Q_{34}=Q_{12}=200\ \text{J}.$$

c. Mărimile nule sunt $L_{12}=0$, $\Delta U_{23}=0$, $L_{34}=0$ și $\Delta U_{34}=0$.

d. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic $L_{23}>L_{34}$. Din calcul $L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=2\nu RT_1\ln 2$ și $L_{45}=\nu RT_4\ln\frac{V_5}{V_4}=3\nu RT_1\ln\frac{3}{2}$, astfel că $L_{23}>L_{34}$

55. a. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.26.

b. Lucrul mecanic pe transformarea 1-2 este:

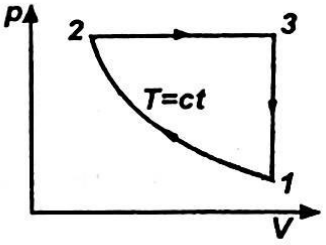


Fig. R 1.3.26

$$L_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -542\ \text{J}$$

c. Utilizăm legea transformării izoterme astfel că:

$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \dfrac{p_1V_1}{V_2} = 5{,}42\cdot10^5$ Pa. Obținem:

$$Q_{31} = \nu C_v(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_1) = \frac{3}{2}(p_1 - p_2)V_1 = -1390{,}23\text{J}$$

d. Energia internă în starea 2 este: $U_2 = \nu C_V T_2 = \dfrac{3}{2}\nu RT_1 = \dfrac{3}{2}p_1V_1 = 831\text{J}$

56. a. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.27.

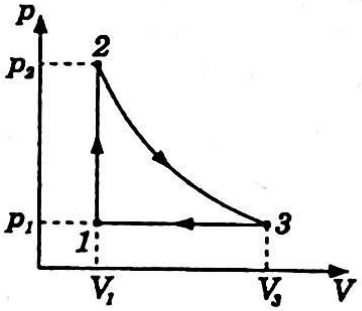


Fig. R 1.3.27

b. Pe transformările 1-2 şi 2-3 gazul primeşte căldură, iar pe transformarea 3-1 se cedează căldură, astfel că

$$\Rightarrow Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) = \frac{7}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{7}{2}p_1(V_1 - V_3)$$

$$= \frac{7}{2}(p_1V_1 - p_1V_3) = \frac{7}{2}p_1(V_1 - V_3)$$

Aflăm volumul în starea 3 utilizând legea 2-3 a transformării izoterme: $p_2V_1 = p_1V_3 \Rightarrow V_3 = \dfrac{3p_1V_1}{p_1} = 3V_1 \Rightarrow Q_{31} = \dfrac{7}{2}p_1(V_1 - 3V_1) = -7p_1V_1 = -700\text{J}$

c. Lucrul mecanic total este: $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$; $L_{31} = p_1(V_1 - V_3) = -2p_1V_1$ şi cu $L_{12} = 0$ şi $L_{23} = \nu RT_2 \ln\dfrac{V_3}{V_1} = p_2V_1 \ln 3 = 3p_1V_1 \ln 3 \Rightarrow L_t = p_1V_1(3\ln 3 - 2) = 130\text{J}$

d. În transformarea ciclică $\Delta U_{ciclu} = U_f - U_i = 0$, deoarece $U_f = U_i$.

57. a. Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria trapezului cuprins între dreapta *AC*, axa *OV* şi cele două ordonate construite prin extremităţi, luată cu semn schimbat deoarece volumul gazului se micşorează: $L_{CA} = \dfrac{(p_A + p_C)(V_A - V_C)}{2} = -2p_AV_A = -1600\ \text{J}$

b. Căldura primită în transformarea *AB* este: $Q_{AB} = \nu C_V(T_B - T_A) \Rightarrow$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2}\nu R(T_B - T_A) = \frac{5}{2}(p_BV_B - p_AV_A) = 5p_AV_A = 4\ \text{kJ}$$

c. Deoarece $L_{BC} = p_B(V_C - V_B) = p_CV_C - p_BV_B = \nu RT_C - \nu RT_B = \nu R(T_C - T_B)$ şi cum

$\Delta U_{BC} = \nu C_V(T_C - T_B) = \dfrac{5}{2}\nu R(T_C - T_B) \Rightarrow$ raportul cerut este $\dfrac{\Delta U_{BC}}{L_{BC}} = 2{,}5$

58. a. Reprezentarea ciclului în sistemul de coordonatele *p-V* este redată în figura R.1.3.28.

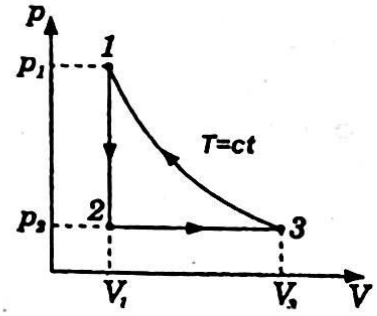


Fig. R 1.3.28

b. Energia internă a gazului în starea 1 este:

$$U_1 = \nu C_V T_1 = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1} = \frac{5}{2}\nu RT_1 = \frac{5}{2}p_1V_1.$$

Lucrul mecanic în ciclu este $L_{123} = L_{12} + L_{23} = p_2(V_3 - V_1)$.

Din legea izotermei $p_1V_1 = p_3V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{p_1V_1}{p_2} = \frac{3V_1}{2}$, obținem

$$L = \frac{p_1V_1}{3} \Rightarrow p_1V_1 = 3L \Rightarrow U_1 = \frac{15L}{2} \approx 6225 \text{ J}$$

c. Căldura primită de gaz în timpul unui ciclu este $Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{\gamma \nu R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{7}{2}(p_1V_1 - p_2V_1) = \frac{7}{6}p_1V_1 = \frac{7L}{2} = 2905 \text{ J}$$

d. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul în comprimarea izotermă este:

$$L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = p_1V_1 \ln\frac{2}{3} = 3L \ln\frac{2}{3} \approx -996 \text{ J}$$

59. a. Identificăm transformările şi apoi completăm tabelul. Astfel transformările sunt: 1-2 destindere izotermă; 2-3 răcire izobară şi 3-1 încălzire izocoră.

Deoarece 1-2 este o transformare izotermă, $\Delta U_{12} = 0$ şi pe baza primului principiu al termodinamicii $\Delta U_{12} = Q_{12} - L_{12} \Rightarrow Q_{12} = L_{12} = 30$ J

b. Pe transformarea ciclică 1231, $\Delta U = 0$, deoarece starea finală coincide cu cea inițială, astfel că $Q_t = L_t = 15$ J. Prin urmare lucrul mecanic efectuat pe transformarea ciclică este egal cu căldura totală schimbată de gaz cu mediul extern. Deoarece $\Delta U_{ciclu} = 0 = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} \Rightarrow \Delta U_{23} = -\Delta U_{12} - \Delta U_{31} \Rightarrow -15\text{J}$

c. Deoarece $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31} \Rightarrow L_{23} = L_{ciclu} - L_{12} - L_{31}$

Cum $L_{31} = 0 \Rightarrow L_{23} = L_{ciclu} - L_{12} = -15$ J

Dar $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23} = -30$ J şi $Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = 15$ J

d. Prin definiție exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

Cum $Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2)$ şi $\Delta U_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) \Rightarrow \gamma = \frac{Q_{23}}{\Delta U_{23}} = 2.$

Dar $\gamma \in \left[\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right] \Rightarrow$ datele din tabel nu sunt corecte.

60. a. Reprezentarea ciclului în coordonate p şi V este redată în figura R 1.3.29.

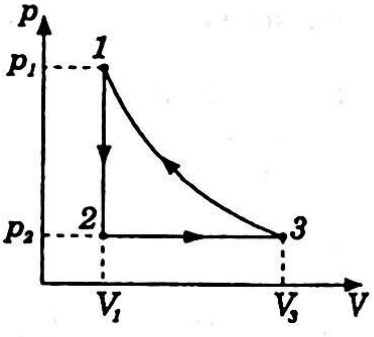


Fig. R 1.3.29

b. $L_{123} = L_{12} + L_{23} = L_{23} = p_2(V_3 - V_1) = \frac{p_1}{n}(V_3 - V_1)$,

deoarece în transformarea izocoră este L_{12}=0.

Cum transformarea 3-1 este izotermă $p_1V_1 = p_3V_3 \Rightarrow$

$$V_3 = \frac{p_1V_1}{p_3} = nV_1 \Rightarrow L_{123} = \frac{p_1V_1}{n}(n-1) = \frac{\nu RT_1(n-1)}{n} \Rightarrow$$

$$T_1 = \frac{nL_{123}}{\nu R(n-1)} = \frac{3L_{123}}{\nu R} = 300 \text{ K}$$

c. Calculăm căldurile schimbate de gaz pe fiecare transfornare. Astfel:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\nu RT_1}{\gamma - 1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$$ şi din legea transformării

izocore: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{p_2}{p_1}=\frac{1}{n}$ obținem: $Q_{12}=-\frac{5}{2}\nu RT_1\frac{n-1}{n}=-\frac{5}{6}\nu RT_1$.

$Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)=\nu\frac{\gamma R}{\gamma-1}(T_3-T_2)=\frac{\gamma}{\gamma-1}p_2(V_3-V_2)=\frac{7}{2}\nu RT_1\frac{n-1}{n}=\frac{7}{6}\nu RT_1$, iar

$Q_{31}=\nu RT_1\ln\frac{V_1}{V_3}=-\nu RT_1\ln n=-\nu RT_1\ln 1{,}5=-0{,}4\nu RT_1$

Căldura primită este de gaz pe întreg ciclu este $Q_{23}=\frac{7}{6}\nu RT_1=3{,}5L_{123}\approx 2908{,}5$ J

d. Căldura cedată de gaz pe întreg ciclu este:

$Q_c=Q_{12}+Q_{31}\approx -1{,}23\nu RT_1=-3{,}7L_{123}\approx -3074{,}7$ J

61. a. Reprezentarea procesului 1→2→3→1 în sistemul de coordonate *p-V* este redată în figura R 1.3.30.

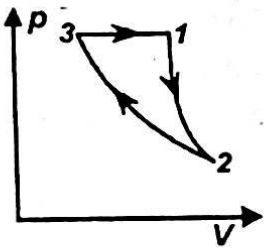


Fig. R 1.3.30

b. Din ecuația transformării adiabate obținem:

$p_1V_1^{\gamma}=p_2V_2^{\gamma}\Rightarrow V_2=V_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}=8V_1\Rightarrow$

$T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}\Rightarrow T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_1}{2}=300$ K

c. Lucrul mecanic efectuat în procesul 3→1 este:

$L_{31}=p_1(V_1-V_3)=p_1V_1-p_3V_3=p_1V_1-p_2V_2=1200$ J

d. Variația energiei interne a gazului în procesul 1→2 este:

$\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=-\nu\frac{R}{\gamma-1}\frac{T_1}{2}=-\frac{p_1V_1}{2(\gamma-1)}=-3600$J

62. a. Reprezentarea grafică a procesului 1-2-3-1 în coordonate *p* și *V* este redată în figura R 1.3.31.

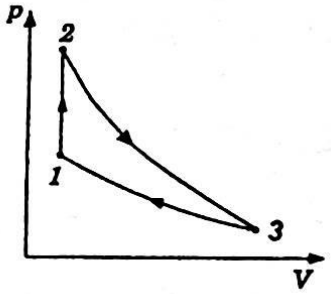


Fig. R 1.3.31

b. Din legea transformării adiabate în coordonate *V* și *T* aflăm temperatura în starea 2. Deoarece $T_3=T_1$ obținem:

$T_2V_2^{\gamma-1}=T_3V_3^{\gamma-1}\Rightarrow T_2=T_3\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1}=T_1\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1}$

Din ecuația transformării izoterme:

$p_3V_3=p_1V_1\Rightarrow\frac{V_3}{V_1}=\frac{p_1}{p_3}=2\Rightarrow T_2=2^{\gamma-1}T_1\Rightarrow$ raprtul cerut este $T_2/T_1=2^{0.4}\approx 1{,}32$

c. Lucrul mecanic în destinderea adiabatică este:

$L_{23}=-\Delta U_{23}=-\nu C_V(T_3-T_2)=-\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_2)\Rightarrow$

$L_{23}=-\frac{5}{2}\nu R(T_1-2^{\gamma-1}T_1)=\frac{5}{2}\nu RT_1(2^{\gamma-1}-1)=\frac{5}{2}p_1V_1(2^{0.4}-1)\approx 320$ J

d. Căldura totală schimbată de gaz este $Q_t=Q_{12}+Q_{23}+Q_{31}$, cu $Q_{23}=0$;

$Q_{31}=\nu RT_1\ln\frac{V_1}{V_3}=-p_1V_1\ln 2$ și $Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(2^{\gamma-1}T_1-T_1)=\frac{5}{2}p_1V_1(2^{\gamma-1}-1)$

$\Rightarrow Q_{12}=0{,}8p_1V_1$, astfel că $Q_t=p_1V_1(0{,}8-\ln 2)\approx 40$ J

63. a. În cazul transformării 1-2-3 obținem $L_{123}=L_{12}+L_{23}=p_2(V_3-V_1)$

Deoarece transformarea 1-2 este reprezentată grafic printr-o dreaptă care trece prin origine, atunci $p = aV$ reprezintă legea acestei transformări scrise în coordonate p şi $V \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1} = 3V_1 = 6\ \text{L} \Rightarrow L_{123} = 6p_1V_1 = 2400\ \text{J}$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem lucrul mecanic la trecerea 1-2: $L_{12} = A_{trapez} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 4p_1V_1 = 1600\ \text{J}$

b. Variaţia energiei interne $\Delta U_{1\text{-}3}$ este:

$$\Delta U_{13} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = 12p_1V_1 = 4800\ \text{J}$$

c. Din primul principiu al termodinamicii aflăm căldura primită de gaz în fiecare situaţie: $Q_{123} = \Delta U_{13} + L_{123} = 18p_1V_1 = 7200\ \text{J}$ şi $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} = 16p_1V_1 = 6400\ \text{J}$

d. Lucrul mecanic în transformarea 1-2-3-1 este $L_{1231} = L_{123} + L_{31} = 2p_1V_1 = 800\ \text{J}$

64. a. Raportul cerut este $\frac{\Delta U_{132}}{\Delta U_{142}} = \frac{\nu C_v (T_2 - T_1)}{\nu C_v (T_2 - T_1)} = 1$, deoarece conform primului principiu al termodinamicii variaţia energiei interne depinde numai de stările iniţială 1 şi finală 2 şi nu depinde de stările intermediare.

b. Diferenţa dintre energia internă în starea 2 şi cea din starea 1 este:

$$\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \nu C_V T_2 - \nu C_V T_1 = \frac{5}{2}\nu R T_2 - \frac{5}{2}\nu R T_1 = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{55}{2}p_1V_1$$

$$\Rightarrow \Delta U_{12} = 2750\ \text{J}$$

c. Căldurile în cele două transformări sunt:

$$Q_{132} = Q_{13} + Q_{32} = \nu C_v (T_3 - T_1) + \nu C_p (T_2 - T_3) \Rightarrow$$

$$Q_{132} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{7}{2}\nu R(T_2 - T_3) = \frac{5}{2}(3p_1V_1 - p_1V_1) + \frac{7}{2}(12p_1V_1 - 3p_1V_1) \Rightarrow$$

$$Q_{132} = 5p_1V_1 + \frac{63}{2}p_1V_1 = \frac{73}{2}p_1V_1$$

$$Q_{142} = Q_{14} + Q_{42} = \nu C_p (T_4 - T_1) + \nu C_v (T_2 - T_4) \Rightarrow$$

$$Q_{142} = \frac{7}{2}\nu R(T_4 - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_4) = \frac{7}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) + \frac{5}{2}(12p_1V_1 - 4p_1V_1) \Rightarrow$$

$Q_{142} = 20p_1V_1 + \frac{21}{2}p_1V_1 = \frac{61}{2}p_1V_1$. Obţinem: $Q_{132} - Q_{142} = 6p_1V_1 = 600\ \text{J}$

d. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul pe ciclul 1-3-2-4-1 reprezintă fizic aria dreptunghiului, astfel că:

$L = (p_3 - p_1)(V_4 - V_1) = 2p_1 \cdot 3V_1 = 6p_1V_1 = 600\ \text{J}$, adică $L = Q_{132} - Q_{142}$.

65.a. Reprezentarea transformării ciclice în coordonate p şi V este redată în figura R 1.3.32

b. Scriem ecuaţiile de stare în fiecare din cele patru stări şi obţinem: în starea 1: $p_1V_1 = \nu RT_1$, în starea 2: $p_2V_1 = \nu RT_2$, în starea 3: $p_2V_3 = \nu RT_3$ şi în starea 4: $p_1V_3 = \nu RT_4$. Înmulţim prima şi a treia ecuaţie, la fel procedăm cu a doua şi a patra. Obţinem:

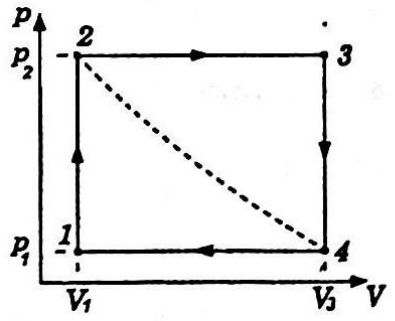


Fig. R 1.3.30

$p_1V_1p_2V_3 = \nu^2R^2T_1T_3$ şi respectiv $p_2V_1p_1V_3 = \nu^2R^2T_2T_4 \Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} T_1T_3 = T_2T_4 \\ T_2 = T_4 \end{array}\right\} \Rightarrow T_1T_3 = T_2^2 \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1T_3} = 600K \Rightarrow t_2 = 327°C$$

c. Calculăm căldura primită de gaz în transformarea ciclică:

$$Q_p = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_v(T_2 - T_1) + \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{7}{2}\nu R(T_3 - T_2) \Rightarrow$$

$Q_p = \frac{5}{2}\nu RT_1 + \frac{7}{2}\nu R2T_1 = \frac{19}{2}\nu RT_1$, deoarece $T_2 = T_4 = 2T_1$ şi $T_3 = 4T_1$.

Calculăm căldura cedată de gaz în transformarea ciclică:

$$Q_c = Q_{34} + Q_{41} = \nu C_v(T_4 - T_3) + \nu C_p(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_3) + \frac{7}{2}\nu R(T_1 - T_4) \Rightarrow$$

$$Q_c = \frac{5}{2}\nu R(-2T_1) + \frac{7}{2}\nu R(-T_1) = -\frac{17}{2}\nu RT_1$$

Mediul primeşte căldura $Q = |Q_c|$, iar fracţiunea cerută este: $f = \frac{|Q_c|}{Q_p} \approx 89{,}4\%$

d. Diferenţa dintre căldura primită pe un ciclu şi modulul căldurii cedate pe un ciclu este $Q_p - |Q_c| = 4986$ J

Cum transformarea este ciclică, atunci $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_t - L_t = 0$.

Cum $L_t = Q_t = Q_p + Q_c = Q_p - |Q_c| \Rightarrow$ diferenţa dintre căldura primită şi modulul căldurii cedate semnifică fizic lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu.

66. a. Reprezentarea procesul ciclic în sistemul de coordonate p–V este redată în figura R 1.3.31.

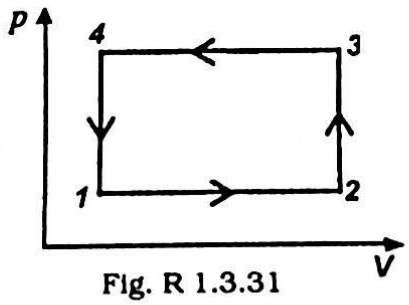


Fig. R 1.3.31

b. Energia internă a gazului în starea 2 este $U_2 = \nu C_V T_2 = 3\nu RT_1 \approx 7{,}5$ kJ

c. Lucrul mecanic total în cursul unui ciclu este conform interpretării geometrice aria ciclului luată cu semnul minus, deoarece ciclul este parcurs în sens trigonometric. Astfel: $L_{ciclu} = -(p_4 - p_1)(V_2 - V_1)$. Deoarece transformarea 1-2 este izobară $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} = 2V_1$.

Obţinem: $L_{ciclu} = -p_1V_1 = -\nu RT_1 \approx -2{,}5$ kJ

d. Căldura primită de gaz în cursul unui ciclu este $Q_p = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_p(T_2 - T_1) + \nu C_V(T_3 - T_2)$

Deoarece transformarea 2-3 este izocoră $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3T_2}{p_2} = 4T_1$, astfel că:

$$Q_p = \frac{5}{2}\nu RT_1 + 3\nu RT_1 = \frac{11}{2}\nu RT_1 \approx 13{,}75 \text{ kJ}$$

67. a. Reprezentarea grafică, în sistemul de coordonate p-V, a procesului ciclic 1→2→4→1 este redată în figura anterioară R 1.3.31.

b. Din ecuațiile transformărilor izobare 1-2 $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2T_1}{V_1}$ și izocore 2-3 $\frac{V_3}{T_3}=\frac{V_4}{T_4}\Rightarrow T_4=\frac{V_1T_3}{V_2}$, astfel $T_2T_4=T_1T_3\Rightarrow T_2^2=T_1T_3$. Obținem temperatura stării 3: $T_3=\frac{T_2^2}{T_1}=4T_1=1200\text{K}$, astfel că $U_3=\nu C_V T_3=\frac{3}{2}\nu RT_3=6\nu RT_1=6p_1V_1=1200\text{ J}$

c. Cum $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow V_2=\frac{T_2V_1}{T_1}=2V_1$ și $\frac{p_4}{p_1}=\frac{T_4}{T_1}\Rightarrow p_4=\frac{p_1T_2}{T_1}=2p_1\Rightarrow$ pe baza interpretării geometice a lucrului mecanic obținem:

$L_{12341}=-A_{12341}=-(p_4-p_1)(V_2-V_1)=-p_1V_1=-200\text{ J}$

d. Căldura primită de gaz de la mediul exterior în transformarea ciclică este:

$Q_p=Q_{12}+Q_{23}=\nu C_p(T_2-T_1)+\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{5}{2}\nu RT_1+\frac{3}{2}\nu R2T_1=\frac{11}{2}p_1V_1$ Q_p=1100 J

68. a. Reprezentarea transformării ciclice în sistemul de coordonate (V,T) este redată grafic în figura R 1.3.32.

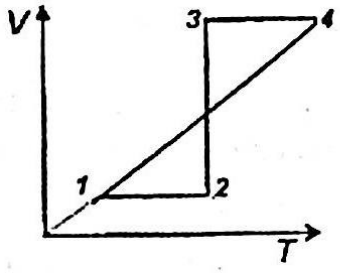


Fig. R 1.3.32

b. Deoarece transformarea este ciclică $\Delta U_{ciclu}=0$ și cum din primul principiu $\Delta U_{ciclu}=Q_t-L_t$, iar lucrul mecanic schimbat de gaz pe parcursul acestui proces este nul, astfel că L_t=0, atunci căldura schimbată de gaz cu exteriorul pe parcursul ciclului este Q_t=0.

c. Cum $L_t=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}\Rightarrow$

$L_t=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}+p_1(V_1-V_4)=2\nu RT_2+\nu R(T_1-T_4)=0$. Din legea transformării izobare: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_3}{T_4}\Rightarrow T_4=\frac{T_1V_3}{V_1}=T_1e^2$, astfel că $T_2=\frac{T_1(e^2-1)}{2}$=960 K

d. Variația energiei interne în procesul 1-2 este:

$\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu RT_1\left(\frac{e^2-3}{2}\right)\approx 8{,}2\text{ kJ}$

69. a. Reprezentarea grafică în sistemul de coordonate p–V a succesiunii de transformări: 1→2→3→4→1 este redată în figura R.1.3.33.

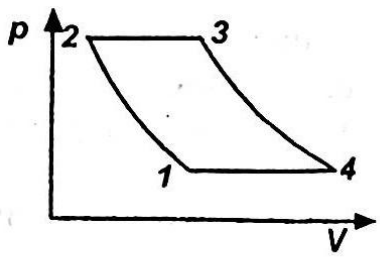


Fig. R 1.3.33

b. variația energiei interne a gazului între stările 1 și 3:

$\Delta U_{13}=\nu C_V(T_3-T_1)=\frac{\nu R(T_3-T_1)}{\gamma-1}=\frac{3}{2}(p_2V_3-p_1V_1)$=3,75 kJ

c. În transformarea izobară: $L_{23}=p_2(V_3-V_2)$ și din ecuația transformării izoterme $p_1V_1=p_2V_2$ obținem $L_{23}=p_2V_3-p_1V_1$=2500 J

d. Căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în compresia izobară este:

$Q_{41}=\nu C_p(T_1-T_4)=\frac{\nu\gamma R(T_1-T_4)}{\gamma-1}=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_4V_4)=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_2V_3)=-6{,}25\text{ kJ}$

70. a. Reprezentarea grafică a transformarea ciclice 1→2→3→4→1 în sistemul de coordonate p–V este redată grafic în ficura R.1.3.34.

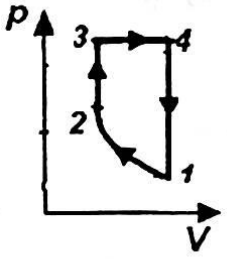


Fig. R 1.3.34

b. Energia internă a gazului în starea 4 este:

$U_4 = \nu C_v T_4 = \frac{3}{2}\nu R T_4 = \frac{3}{2} p_4 V_4 = \frac{3}{2} p_3 V_1$. Din ecuaţia izotermei

$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = 2p_1$ şi $p_3 = 2p_2 = 4p_1$ obţinem $U_4 = 6p_1V_1$=600 J

c. Lucrul mecanic total este: $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + p_3(V_4 - V_3)$

$\Rightarrow L_{ciclu} = -p_1V_1 \ln 2 + 2p_1V_1 \approx 1{,}3 p_1V_1 \approx 130$ J

d. Căldura schimbată de gaz cu mediul exterior în transformarea 3→4 este:

$Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}(p_4V_4 - p_3V_3) = 5p_1V_1$=500 J

71. a. Reprezentarea grafică este redată grafic în figura R.1.3.35.

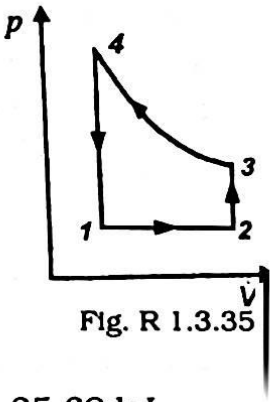


Fig. R 1.3.35

b. $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_1(2V_1 - V_1) = p_1V_1 = \nu R T_1$=2493 J

c. $Q_{34} = \nu R T_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = p_3V_3 \ln\frac{V_1}{2V_1} = -4p_1V_1 \ln 2$

$Q_{41} = \nu C_v(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) \Rightarrow$

$Q_{41} = \frac{5}{2}(p_1V_1 - 4p_1V_1) = -\frac{15}{2}p_1V_1$, astfel căldura cedată de gaz

într-un ciclu este $Q_c = Q_{34} + Q_{41} = -p_1V_1(4\ln 2 + 7{,}5) = -10{,}3\nu R T_1 \approx -25{,}68$ kJ

d. Variaţia energiei interne a gazului între stările 1 şi 3 este:

$\Delta U_{13} = \nu C_v(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) = \frac{5}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = 7{,}5p_1V_1 = 7{,}5\nu R T_1 \approx 18{,}7$ kJ

72. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate (p,V) esre redată grafic în figura R.1.3.36.

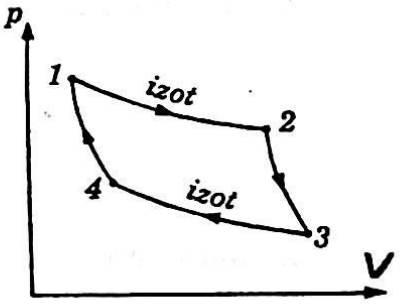


Fig. R 1.3.36

b. Scriem ecuaţiile de stare penrtu toate transformările:

$p_1V_1 = p_2V_2$, $p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma$, $p_3V_3 = p_4V_4$ şi $p_4V_4^\gamma = p_1V_1^\gamma$.

Înmulţim ecuaţiile şi simplificăm cu produsul presiunilor şi obţinem $V_1V_2^\gamma V_3V_4^\gamma = V_2V_3^\gamma V_4V_1^\gamma$.

Împărţim cu produsul volumelor $V_1V_2V_3V_4$ şi obţinem:

$V_2^{\gamma-1}V_4^{\gamma-1} = V_3^{\gamma-1}V_1^{\gamma-1} \Rightarrow V_2V_4 = V_1V_3$

c. Din $\Delta U_{ciclu} = 0 \Rightarrow Q - L = 0 \Rightarrow L = Q_{12} + Q_{34} \Rightarrow Q_{34} = L - Q_{12} = -500$ J.

Din $Q_{12} = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$ şi $Q_{34} = \nu R T_3 \ln\frac{V_4}{V_3} \Rightarrow \frac{Q_{12}}{Q_{34}} = -\frac{T_1}{T_3} \Rightarrow T_1 = -\frac{T_3Q_{12}}{Q_{34}}$=900 K

d. Cum $L_{41} = \nu C_V(T_3 - T_1)$ şi $L_{23} = \nu C_V(T_1 - T_3) \Rightarrow L_{41} = -L_{23} = -7{,}479$ kJ

73. a. Energia internă a gazului în starea (2) este $U_2 = \nu C_V T_2 = 1{,}5\nu R T_2$ şi din

$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_V(T_2 - T_1) = 1{,}5\nu R(T_1 - T_2) \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{L_{12}}{1{,}5\nu R}$=600 K, astfel că

obținem: U_2=14958 J

b. Căldura schimbată de gaz în procesul 2→3 este $Q_{23}=\nu C_{V'}(T_3-T_2)$ și din legea transformării izocore $\frac{p_2}{T_2}=\frac{p_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{p_3T_2}{p_2}=3T_2$, astfel că obținem $Q_{23}=4{,}5\nu RT_2=3U_2$=29916 J

c. Din legea transformărilor adiabatice $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$ și $T_3V_2^{\gamma-1}=T_4V_1^{\gamma-1}$ prin împărțire obținem $\frac{T_1}{T_4}=\frac{T_2}{T_3}\Rightarrow T_4=\frac{T_1T_3}{T_2}$=900 K

d. Raportul cerut este: $\frac{Q_{23}}{Q_{41}}=\frac{\nu C_v(T_3-T_2)}{\nu C_{V'}(T_1-T_4)}=-2$

74. a. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.3.37.

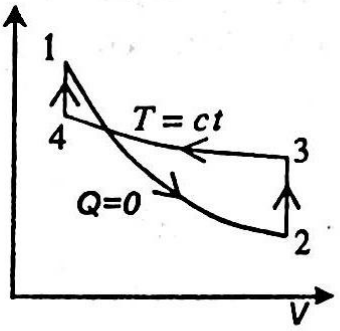


Fig. R 1.3.37

b. $L_{ciclu}=0\Rightarrow L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}=0$

Cum transformările 2-3 și 4-1 sunt izocore atunci $L_{23}=L_{41}=0\Rightarrow L_{12}+L_{34}=0$.

Cum 1-2 este o transformare adiabatică:

$$L_{12}=-\Delta U_{12}=-\nu C_v(T_2-T_1)\Rightarrow L_{12}=-\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_2-T_1),$$

iar 3-4 este o transformare izotermă: $L_{34}=\nu RT\ln\frac{V_4}{V_3}=\nu RT\ln\frac{V_1}{V_2}$.

Scriem ecuația transformării adiabatice 1-2 în coordonate V și T, astfel că:

$$T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}\Rightarrow\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\Rightarrow L_{34}=\frac{\nu RT}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\Rightarrow$$

$$0=L_{12}+L_{34}\Rightarrow -L_{34}=L_{12}\Rightarrow -\frac{\nu RT}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)=\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_1-T_2)\Rightarrow$$

$$T=\frac{T_1-T_2}{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}=(e-1)T_2=513\text{ K}$$

c. Căldura primită de gaz în transformarea izocoră este:

$$Q_{23}=\nu C_V(T-T_2)=\frac{\nu RT_2}{\gamma-1}(e-2)=\frac{3\nu RT_2}{2}(e-2)\approx 2665\text{ J}$$

d. Lucrul mecanic efectuat de gaz în destinderea adiabatică este:

$$L_{12}=-\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_2-T_1)=\frac{\nu RT_2(e-1)}{\gamma-1}=\frac{3\nu RT_2}{2}(e-1)\approx 6394{,}5\text{ J}$$

75. a. $1\to 2$ este o tranformare izobară astfel că $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2T_1}{V_1}=2T_1$.

$2\to 4$ este o tranformare izotermă astfel că: $\frac{p_4}{T_4}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_4=\frac{p_4T_2}{p_2}=8T_1$.

Transformarea $5 \to 1$ este reprezentată grafic printr-un segment de dreaptă care trece prin orginea axelor, astfel că legea de dependență dintre presiunea și volumul gazului este $\frac{p}{V}=a \Rightarrow \frac{p_1}{V_1}=\frac{p_5}{V_5} \Rightarrow V_5=\frac{p_5V_1}{p_1}=4V_1$. Din ecuația termică de stare: $p_5V_5=\nu RT_5 \Rightarrow T_5=\frac{p_5V_5}{\nu R}=\frac{16p_1V_1}{\nu R}=16T_1 \Rightarrow \frac{T_5}{T_1}=16.$

b. Din $V_3=V_2=2V_1 \Rightarrow \frac{p_1}{V_1}=\frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3=\frac{p_1V_3}{V_1}=2p_1=2\cdot 10^5$ Pa

c. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta este egal cu aria transformării ciclice. Cum ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic pe porțiunea 3453, lucrul mecanic este pozitiv și egal cu aria A_{3453}. Pe porțiunea 1231 ciclul este parcurs în sens trigonometric și lucrul mecanic este negativ și egal cu aria A_{1231}, astfel că:

$$L_{ciclu}=A_{3453}-A_{1231}=\frac{(p_4-p_3)(V_5-V_4)}{2}-\frac{(p_3-p_1)(V_2-V_1)}{2}=\frac{3p_1V_1}{2}=150 \text{ J}$$

d. Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel: $Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu RT_1$,

$Q_{24}=\nu C_V(T_4-T_2)=9\nu RT_1$, $Q_{45}=\nu C_p(T_5-T_4)=20\nu RT_1$ și $Q_{51}=\Delta U_{51}+L_{51}$,

unde $\Delta U_{51}=\nu C_V(T_1-T_5)=-22{,}5\nu RT_1$ și $L_{51}=\frac{(p_5+p_1)(V_1-V_5)}{2}=-7{,}5\nu RT_1$

Astfel căldura cedată este $Q_{51}=-30\nu RT_1=-30p_1V_1=-3000$ J.

Căldura primită este $Q_p=Q_{12}+Q_{24}+Q_{45}=31{,}5\nu RT_1=31{,}5p_1V_1=3150$ J

76. a. Identificăm transformările $1 \to 2$ izocoră; $2 \to 3$ izotermă; $3 \to 4$ izocoră și $4 \to 1$ izobară.

Reprezentăm ciclul în coordonate p și T (fig R 1.3.38):

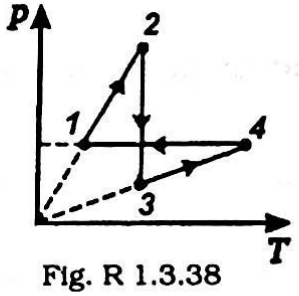


Fig. R 1.3.38

b. $\Delta U_{41}=\nu C_V(T_1-T_4)=\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_4)=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_4V_4) \Rightarrow$

$$\Delta U_{41}=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_14V_1)=-\frac{9p_1V_1}{2}$$

c. $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}=L_{23}+L_{41}$, deoarece pe transformările izocore

$L_{12}=L_{34}=0 \Rightarrow L_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=p_2V_2\ln 4=6p_1V_1\ln 2$ și $L_{41}=p_1(V_1-V_4) \Rightarrow$

$L_{41}=-3p_1V_1$, astfel că $L_{ciclu}=6p_1V_1\ln 2-3p_1V_1=3p_1V_1(2\ln 2-1)\approx 1{,}2p_1V_1$, deci în transformarea ciclică 12341 gazul efectuează lucrul mecanic

d. Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel pe transformarea 1-2 $Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$. Din legea transformării izocore

$T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}=3T_1$, obținem $Q_{12}=3\nu RT_1=3p_1V_1$. Pentru celelalte transformări:

$Q_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=3\nu RT_1\ln 4=6p_1V_1\ln 2$, $Q_{34}=\nu C_V(T_3-T_4)=\frac{3}{2}\nu R(T_3-T_4) \Rightarrow$

$Q_{34}=\frac{3}{2}(p_4V_4-p_3V_3)=\frac{3}{2}(4p_1V_1-p_2V_2)=\frac{3}{2}p_1V_1$ şi $Q_{41}=\nu C_p(T_1-T_4)\Rightarrow$

$Q_{41}=\frac{5}{2}\nu R(T_1-T_4)=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_4V_4)=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_14V_1)=-\frac{15p_1V_1}{2}$

Căldura primită pe ciclu este $Q_p=Q_{12}+Q_{23}+Q_{34}\approx 8,7p_1V_1$ şi cea cedată pe ciclu este $Q_{41}=-7,5p_1V_1$.

77. a. Din interpretarea geometrică a lucrului mecanic obţinem:

$L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}$. Din legea transformării procesului $p=aV\Rightarrow$

$\frac{p_1}{V_1}=\frac{p_2}{V_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_2}{V_1}=2,5p_1$=2,5·10^5 Pa$\Rightarrow L_{12}$=525 J

b. Căldura schimbată în procesul 2-3 este: $Q_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}$.

Din ecuaţia termică de stare obţinem:

$T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}\Rightarrow T_2=6,25\frac{p_1V_1}{\nu R}=6,25T_1$=1875K, deoarece V_2=V_4=2,5V_1.

Din ecuaţia transformării izoterme $p_2V_2=p_3V_3$ obţinem:

$V_3=\frac{p_2V_2}{p_3}=\frac{2,5p_1\cdot 2,5V_1}{p_1}=6,25V_1\Rightarrow Q_{23}=6,25p_1V_1\ln 2,5\approx 1150$ J

c. Variaţia energiei interne în procesul 3-4 este:

$\Delta U_{34}=\nu C_V(T_4-T_3)=\frac{5}{2}\nu R(T_4-T_3)=\frac{5}{2}(p_4V_4-p_3V_3)$. Din legea transformării 3-4

aflăm presiunea gazului în starea 4: $\frac{p_4}{V_4}=\frac{p_3}{V_3}\Rightarrow p_4=\frac{p_3V_4}{V_3}=\frac{2,5p_1V_1}{6,25V_1}=\frac{p_1}{2,5}$

$\Rightarrow\Delta U_{34}=\frac{5}{2}(p_1V_1-6,25p_1V_1)=-13,125p_1V_1=-2625$ J

78. a. Raportul energiilor interne este $\frac{U_A}{U_B}=\frac{\nu C_vT_A}{\nu C_vT_B}=2$, deoarece energia internă a unui gaz depinde de temperatura absolută a acestuia după legea $U=\nu C_vT$ şi de numărul de moli ν, iar $\nu_A=\nu_B=\nu$.

b. Deoarece sistemul este izolat adiabatic, el nu poate schimba energie cu mediul exterior sub formă de căldură , astfel că $Q=0\Rightarrow Q_A+Q_B=0$.

Deoarece peretele care separă cele două incinte *A* si *B* este unul termoconductor, gazele ajung la aceeaşi temperatură.

Gazul din incinta *A* suferă o transformare izocoră, astfel că $Q_A=\nu C_v(T-T_A)$.

Gazul din incinta *B* suferă o transformare izobară la presiunea p_0 din exterior, deoarece pistonul *P* este în echilibru, astfel că: $Q_B=\nu C_p(T-T_B)\Rightarrow$

$\nu C_v(T-T_A)+\nu C_p(T-T_B)=0\Rightarrow\frac{3}{2}R(T-T_A)+\frac{5}{2}R(T-T_B)=0\Rightarrow T=\frac{5T_B+3T_A}{8}=$

T=440 K/

c. Deoarece pistonul P se deplasează, gazul B schimbă cu mediul exterior energie sub formă de lucru mecanic, astfel că:

$$L = p\left(V_f - V_i\right) = \nu RT - \nu RT_B = \nu R\left(T - T_B\right) \Rightarrow L = 997{,}2 \text{ J}$$

Deoarece volumul incintei A rămâne neschimbat, gazul din incinta A nu schimbă energie sub formă de lucru mecanic cu mediul exterior şi ambele gaze schimbă cu mediul exterior energie sub formă de lucru mecanic L.

Pe baza primului principiu al termodinamicii pentru ansamblul de gaze $\Delta U = Q - L \Rightarrow \Delta U = -L = -997{,}2$ J. Energia internă totală a gazelor A şi B scade până în momentul realizării echilibrului termic pe seama lucrului mecanic efectuat de gazul B.

79. a. Utilizăm figura R.1.3.39 şi pe baza formulei energiei interne $U = \nu C_v T \Rightarrow$ raportul cerut este: $\frac{U_{O_2}}{U_{He}} = \frac{\nu_{O_2} C_{v_1} T}{\nu_{He} C_{v_2} T}$, cu $C_{v_1} = \frac{5}{2}R$ pentru oxigen şi cu $C_{v_2} = \frac{3}{2}R$ pentru heliul.

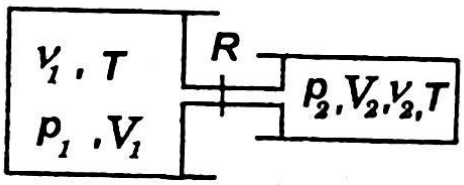


Fig. R 1.3.39

Din ecuaţiile de stare $\nu_{O_2} = \frac{p_1 V_1}{RT}$ şi $\nu_{He} = \frac{p_2 V_2}{RT} \Rightarrow \frac{U_{O_2}}{U_{He}} = \frac{5p_1V_1}{3p_2V_2} = \frac{5}{6} = 0{,}833$

b. Prin definiţie $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v}$ şi aflăm căldura molară la volum constant pentru amestecul obţinut:

$$C_v = \frac{Q_v}{\nu \Delta T} = \frac{Q_{v_1} + Q_{v_2}}{(\nu_1 + \nu_2)\Delta T} = \frac{\nu_1 C_{v_1} \Delta T + \nu_2 C_{v_2} \Delta T}{(\nu_1 + \nu_2)\Delta T} \Rightarrow C_v = \frac{R}{2} \cdot \frac{5p_1V_1 + 3p_2V_2}{p_1V_1 + p_2V_2} \Rightarrow$$

$$C_V = \frac{11R}{6} \Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{17}{11} \approx 1{,}545$$

c. Variaţia energiei interne este: $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \nu_1 C_{v_1} \Delta T + \nu_2 C_{v_2} \Delta T \Rightarrow$

$$\Delta U = \frac{p_1V_1}{RT} \cdot \frac{5R}{2}(T_1 - T) + \frac{p_2V_2}{RT} \cdot \frac{3R}{2}(T_1 - T) = \frac{(5p_1V_1 + 3p_2V_2)(T_1 - T)}{2T} = 2200 \text{ J}$$

80*. a. Ecuaţia transformării adiabatice în p şi V este de forma $pV^\gamma = ct$, unde γ este exponentul adiabatic. Cum în transformarea adiabatică Q=0 atunci pe baza primului principiu al termodinamicii $L_{ad} = -\Delta U_{ad}$, astfel că $L_{ad} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) \Rightarrow$ prin analogie putem scrie şi lucrul mecanic efectuat în cursul destinderii politrope, schimbând γ cu n, astfel că:

$$L_{politropa} = -\frac{\nu R}{n-1}(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{n-1}(T_1 - T_2).$$

b. Din primul principiu al termodinamicii $\Rightarrow \Delta U = Q - L_{politropa} \Rightarrow$

$$Q = \Delta U + L_{politropa} = \nu C_v (T_2 - T_1) + L_{politropa} = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) - \frac{\nu R}{n-1}(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\nu R(n - \gamma)(T_2 - T_1)}{(\gamma - 1)(n - 1)}$$

c. Din definiție căldura molară este: $C=\frac{Q}{\nu(T_2-T_1)}=\frac{(n-\gamma)R}{(\gamma-1)(n-1)}$

Cum $n=ct,\gamma=ct,R=ct$ înseamnă că în transformarea politropă căldura molară este constantă.

81*. a. Pentru a determina ecuația procesului în coordonate p și V se utilizează ecuația termică de stare $pV=\nu RT$ (1) și ecuația procesului $V=aT^2\Rightarrow T=\sqrt{\frac{V}{a}}\Rightarrow$ (2).

Din (1) și (2) obținem: $pV=\nu R\sqrt{\frac{V}{a}}\Rightarrow p\sqrt{V}=\frac{\nu R}{\sqrt{a}}=ct\Rightarrow pV^{1/2}=ct$ și obținem ecuația unei transformări politrope cu indicele politropei n=0,5.

b. Conform problemei precedente lucrul mecanic pe transformarea politropă este: $L=\frac{\nu R}{n-1}(T_1-T_2)=-2\nu R(T_1-T_2)=2\nu R(T_2-T_1)$ (1)

Cum $\Delta U=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$ (2) prin împărțirea cele două relații (1) și (2) și obținem: $\frac{L}{\Delta U}=\frac{4}{3}\Rightarrow L=\frac{4}{3}\Delta U=200$ J

Căldura schimbată cu mediul extern este conform principiului I al termodinamicii: $Q=\Delta U+L=\frac{7}{3}\Delta U$ =350 J (1)

c. Prin definiție căldura molară este: $C=\frac{Q}{\nu(T_2-T_1)}=\frac{QR}{\nu R(T_2-T_1)}$ (2)

Cum $\Delta U=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)\Rightarrow\nu R(T_2-T_1)=\frac{2\Delta U}{3}$ (3)

Dacă introducem (1) și (3) în (2) obținem $C=\frac{7}{2}R=29{,}085$ J/mol·K

Putem afla căldura molară aplicând formula căldurii molare determinată pentru transformarea politropă la punctul **c.** al problemei precedente $C=\frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}$

cu $n=\frac{1}{2}$ și $\gamma=\frac{5}{3}\Rightarrow C=\frac{7}{2}R=29{,}085$ J/mol·K

82*. a. Din variația energiei interne:

$$\Delta U=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)\Rightarrow T_2=T_1+\frac{2\Delta U}{3\nu R}\Rightarrow T_2\approx 500{,}56\text{K}$$

b. Determinăm ecuația procesului suferit de gaz în coordonate p și V. Utilizăm atât ecuația procesului $T=aV^2$ cât și ecuația de stare $pV=\nu RT$ și obținem: $pV=\nu RaV^2\Rightarrow p=\nu RaV=bV$ unde $b=\nu Ra=ct$.

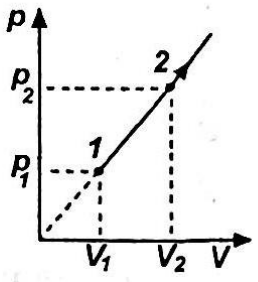


Fig. R 1.3.40

Metoda I: dacă reprezentăm p în funcție de V în figura R 1.3.40, obținem o dreaptă care trece prin origine. Pe baza interpretării geometrice a lucrului

mecanic, acesta reprezintă aria trapezului, astfel că:

$$L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{(aV_1+aV_2)(V_2-V_1)}{2}\Rightarrow$$

$$L_{12}=\frac{a}{2}\left(V_2^2-V_1^2\right)=\frac{aV_2^2-aV_1^2}{2}=\frac{aV_2\cdot V_2-aV_1\cdot V_1}{2}\Rightarrow$$

$$L_{12}=\frac{p_2V_2-p_1V_1}{2}=\frac{\nu RT_2-\nu RT_1}{2}=\frac{\nu R(T_2-T_1)}{2}$$

Cum $\Delta U_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)\Rightarrow\frac{L_{12}}{\Delta U_{12}}=\frac{1}{3}\Rightarrow L_{12}=\frac{\Delta U_{12}}{3}=100\text{ J}$

Metoda II: Cum $p=bV\Rightarrow pV^{-1}=b\Rightarrow$ transformarea este o transformare politropă cu $n=-1\Rightarrow L_{12}=-\frac{\nu R}{n-1}(T_2-T_1)=\frac{\nu R}{2}(T_2-T_1)$ (1)

Cum $\Delta U_{12}=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$ (2) şi prin împărţirea relaţiilor (1) şi (2) obţinem:

$$\frac{L_{12}}{\Delta U_{12}}=\frac{1}{3}\Rightarrow L_{12}=\frac{\Delta U_{12}}{3}=100\text{ J}$$

c. Pe baza principiului I al termodinamicii: $Q_{12}=\Delta U_{12}+L_{12}=\frac{4}{3}\Delta U_{12}=400\text{ J}$

83. a. Densitatea gazului este $\rho=\frac{m}{V}$ şi din ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT$ obţinem: $V=\frac{\nu RT}{p}\Rightarrow\rho=\frac{mp}{\nu RT}=\frac{p\mu}{RT}=\frac{\mu aT^{1/2}}{RT}=\frac{\mu a}{R}\cdot T^{-1/2}=bT^{-1/2}$, unde $b=\frac{\mu a}{R}=$ct

b. Determinăm ecuaţia procesului în coordonate p şi V.

Cum $p=aT^{1/2}\Rightarrow T=\frac{p^2}{a^2}$ şi introducând T în ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT$ obţinem: $pV=\nu R\frac{p^2}{a^2}\Rightarrow p=\frac{a^2V}{\nu R}=ct\cdot V\Rightarrow pV^{-1}=ct\Rightarrow n=-1$.

Putem afla valoarea căldurii molare pe această politropă, ţinem cont că pentru gazul monoatomic exponentul adiabatic este $\gamma=\frac{5}{3}$, astfel că:

$$C=\frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}=2R.$$

În transformarea politropă putem scrie căldura:

$Q=\nu C(T_2-T_1)=2\nu R(T_2-T_1)$ (1) şi $\Delta U=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$ (2)

Împărţim relaţia (1) la (2) şi obţinem: $\frac{Q}{\Delta U}=\frac{4}{3}\Rightarrow\Delta U=\frac{3}{4}Q=-600\text{ J}$

c. Din primul principiu al termodinamicii:

$$Q=\Delta U+L\Rightarrow L=Q-\Delta U=\frac{Q}{4}=-200\text{J}$$

1.4. Aplicaţii ale principiului 2 al termodinamicii

1. a. Scriem ecuaţiile de stare celor patru transformări din fig R 1.4.1:

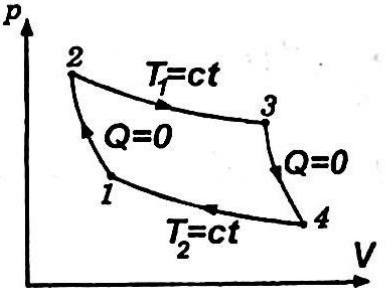


Fig. R 1.4.1

1-2 adiabatică: $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$;

2-3 izotermă: $p_2V_2 = p_3V_3$;

3-4 adiabatică: $p_3V_3^{\gamma} = p_4V_4^{\gamma}$;

4-1 izotermă: $p_4V_4 = p_1V_1$

Înmulţim cele patru ecuaţii şi obţinem:

$$p_1p_2p_3p_4V_1^{\gamma}V_2V_3^{\gamma}V_4 = p_2p_3p_4p_1V_2^{\gamma}V_3V_4^{\gamma}V_1$$

Împărţim ecuaţia cu produsul tuturor presiunilor şi al volumelor şi obţinem:

$$V_1^{\gamma-1}V_3^{\gamma-1} = V_2^{\gamma-1}V_4^{\gamma-1} \Rightarrow V_1V_3 = V_2V_4$$

Scriem ecuaţiile termice de stare pentru fiecare stare, astfel că:

$p_1 = \frac{\nu RT_2}{V_1}$; $p_2 = \frac{\nu RT_1}{V_2}$; $p_3 = \frac{\nu RT_1}{V_3}$ şi $p_4 = \frac{\nu RT_2}{V_4}$, astfel că:

$$p_1p_3 = \frac{\nu^2R^2T_1T_2}{V_1V_3} = p_2p_4 \Rightarrow p_1p_3 = p_2p_4$$

b. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} = 1 - \frac{|Q_{cedată}|}{Q_{primită}}$

$Q_{23} = \nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2}$ şi $Q_{41} = \nu RT_2 \ln\frac{V_1}{V_4} = -\nu RT_2 \ln\frac{V_4}{V_1} \Rightarrow Q_{primită} = Q_{23}$ şi $Q_{cedată} = Q_{41}$,

deoarece $Q_{12} = Q_{34} = 0 \Rightarrow$ randamentul ciclului Carnot este:

$\eta_c = 1 - \frac{\nu RT_2 \ln\frac{V_4}{V_1}}{\nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2}}$. Cum $V_1V_3 = V_2V_4 \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 50\%$.

Obsevaţie: Ciclul format din două transformări izoterme şi două transformări adiabatice este un ciclu ideal, denumit şi ciclul Carnot. Randamentul ciclului Carnot nu depinde de natura substanţei de lucru, ci depinde numai de temperatura sursei reci şi a sursei calde. Pentru orice alt ciclu care fucţionează între temperaturile extreme ale ciclului Carnot randamentul este mai mic decât randamentul ciclului Carnot.

c. Lucrul mecanic total efectuat de gaz este:

$$L = \eta_cQ_{23} = \eta_c\nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2} = \eta_c\nu RT_1 = 13296 \text{ J}$$

d. Căldura primită de gaz pe un ciclu Carnot este: $Q_{23} = \nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_2}$ şi din

$$V_1V_3 = V_2V_4 \Rightarrow V_1^2 = e^2V_2^2 \Rightarrow V_1 = eV_2 \Rightarrow Q_{23} = \nu RT_1 = 26592 \text{ J}$$

2. a. Randamentul ciclului Carnot este $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 40\%$

b. Lucrul mecanic efectuat pe un ciclu este $L=\eta Q_p=\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)Q_p=2{,}4$ kJ

c. Dacă ambele temperaturi se măresc cu ΔT, se modifică randamentul circuitului, astfel că:

$$\eta_c'=1-\frac{T'_{\min}}{T'_{\max}}=1-\frac{T_{\min}+\Delta T}{T_{\max}+\Delta T}=\frac{T_{\max}-T_{\min}}{T_{\max}+\Delta T}=\frac{T_1-T_2}{T_1+\Delta T}=\frac{1}{3}$$

$$\eta_c'=1-\frac{T_2+\Delta T}{T_1+\Delta T}=1-\frac{|Q_c'|}{Q_p}\Rightarrow\frac{T_2+\Delta T}{T_1+\Delta T}=\frac{|Q_c'|}{Q_p}\Rightarrow|Q_c'|=\frac{(T_2+\Delta T)Q_p}{T_1+\Delta T}$$

astfel căldura cedată sursei reci într-un ciclu este $Q_c'=-4$ kJ

d. Din $\frac{\eta_c'-\eta_c}{\eta_c}=\frac{\eta_c'}{\eta_c}-1=\frac{T_1}{T_1+\Delta T}-1=-\frac{\Delta T}{T_1+\Delta T}=-16{,}66\%\Rightarrow$ prin mărirea ambelor temperaturi cu acelaşi număr de grade se constată că randamentul ciclului Carnot scade.

3. a. Utilizăm formula randamentului ciclului Carnot:

$$\eta_c=1-\frac{T_{\min}}{T_{\max}}=\frac{T_{\max}-T_{\min}}{T_{\max}}=\frac{\Delta T}{T_{\max}}\Rightarrow T_{\max}=\frac{\Delta T}{\eta_c}=400\text{ K}$$

$$\Delta T=T_{\max}-T_{\min}\Rightarrow T_{\min}=T_{\max}-\Delta T=\frac{\Delta T}{\eta_c}-\Delta T=\frac{\Delta T(1-\eta_c)}{\eta_c}=100\text{ K}$$

b. Din $\eta_c=\frac{L}{Q_p}\Rightarrow Q_p=\frac{L}{\eta_c}$. Dar $\eta_c=1-\frac{|Q_c|}{Q_p}\Rightarrow\frac{|Q_c|}{Q_p}=1-\eta_c\Rightarrow$

$|Q_c|=\frac{L}{\eta_c}(1-\eta_c)=300$ J $\Rightarrow Q_c=-300$ J $\Rightarrow$ dacă pe un ciclu se cedează căldura Q_c la N cicluri se cedează căldura $Q_{tc}=NQ_c=-3$ kJ

c. Prin definiţie $\rho=\frac{m}{V}$ şi din ecuaţia termică de stare $pV=\nu RT_{\max}=\frac{m}{\mu}RT_{\max}$

obţinem: $m=\frac{pV\mu}{RT_{\max}}\Rightarrow\rho=\frac{p\mu}{RT_{\max}}\approx 1{,}68$ kg/m^3

d. Concentraţia volumică la introducerea gazului este $n=\frac{N}{V}=\frac{\nu N_A}{V}=\frac{pN_A}{RT_{\max}}$

$\Rightarrow n\approx 3{,}62\cdot 10^{25}$ molecule/m^3

4. a. Destinderea adiabatică este 3-4 (fig R 1.4.1) astfel: $T_4=\frac{T_3}{n}\Rightarrow T_{\max}=nT_{\min}$

Cum randamentul ciclului Carnot: $\eta_c=1-\frac{T_{\min}}{T_{\max}}=1-\frac{1}{n}=\frac{n-1}{n}=66{,}66\%$

b. Dar $\eta_c=\frac{L}{Q_p}\Rightarrow Q_p=\frac{L}{\eta_c}$. Cum $\eta_c=1-\frac{|Q_c|}{Q_p}\Rightarrow|Q_c|=Q_p(1-\eta_c)=\frac{L}{\eta_c}(1-\eta_c)\Rightarrow$

$|Q_c|=300$ J $\Rightarrow Q_c=-300$ J

c. Scriem ecuaţia transformării adiabatice în coordonate V şi T între stările 3 şi 4

$T_3V_3^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_{max}}{T_{min}} = n \Rightarrow \frac{V_4}{V_3} = n^{\frac{1}{\gamma-1}}$ cu $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ pentru gazul ideal monoatomic şi obţinem: $\frac{V_4}{V_3} = 5{,}2$

d. Puterea motorului este $P = \frac{L_{total}}{t} = \frac{NL_{ciclu}}{t}$ =200 W

5. a. Pe baza definiţiei randamentului unei maşini termice: $\eta = \frac{L}{Q_p} \approx 40\%$

b. Pentru ciclul Carnot $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1(1-\eta_c) = 240$ K

Cum transformarea este ciclică $\Delta U_{ciclu} = 0$, deoarece energia internă depinde numai de starea iniţială şi de cea finală. Conform primului principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L \Rightarrow L = Q = Q_p + Q_c \Rightarrow Q_c = L - Q_p = -2504$ J

c. Utilizăm ecuaţia termică de stare pentru a calcula volumul:

$pV = \nu RT_2 \Rightarrow pV = \frac{m}{\mu}RT_2 \Rightarrow V = \frac{mRT_2}{p\mu} \approx 20$ L

d. Din $Q_p = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_p}{\nu RT_1} \approx 2$ obţinem $\frac{V_2}{V_1} = e^2 \approx 7{,}34$

6. a. Maşina ideală descrisă funcţionează după ciclul Carnot, astfel că:

$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \Rightarrow \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \eta_c \Rightarrow \frac{T_{max}}{T_{min}} = \frac{1}{1-\eta_c} = 2{,}5$

b. Mărim temperatura sursei calde cu ΔT: $\eta_{c1} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max} + \Delta T} = \frac{T_{max} + \Delta T - T_{min}}{T_{max} + \Delta T}$

Micşorăm temperatura sursei reci cu ΔT: $\eta_{c2} = 1 - \frac{T_{min} - \Delta T}{T_{max}} = \frac{T_{max} - T_{min} + \Delta T}{T_{max}}$

Din cele două relaţii se observă că $\eta_{c1} < \eta_{c2} \Rightarrow$ se micşorează mai mult randamentul unei maşini ideale, dacă mărim cu acelai număr de grade temperatura sursei calde, decât dacă micşorăm cu acelaşi număr de grade temperatura sursei reci.

c. Noul randament este: $\eta_{c3} = 1 - \frac{T_{min} - \Delta T}{T_{max} + \Delta T} = \frac{T_{max} - T_{min} + 2\Delta T}{T_{max} + \Delta T}$

Dacă $T_{max} = 800$ K $\Rightarrow T_{min} = T_{max}(1-\eta_c) = 320$ K $\Rightarrow \eta_{c3} \approx 75{,}55\%$

d. Temperaturile surselor devin $T'_{max} = \frac{4}{3}T_{max}$ şi $T'_{min} = \frac{3}{4}T_{min}$, astfel că randamentul maşinii termice devine $\eta'_c = 1 - \frac{T'_{min}}{T'_{max}} = 1 - \frac{9}{16}\frac{T_{min}}{T_{max}} = 77{,}5\%$

7. a. Randamentul ciclului este: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 75\%$

b. Deoarece transformarea 1-2 este izotermă: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$. Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate p și T: $p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = ct$ între stările 4 și 1 și obținem: $p_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma} = p_4^{\gamma-1}T_2^{-\gamma}$. Se ține cont din datele problemei că $p_2 = p_4$, astfel că: $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 128$

c. Pe transformarea ciclică se primește căldură în destinderea izotermă astfel că:

$$Q_p = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{m}{\mu}RT_1 \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$$

Prin definiție puterea consumată de mașină este

$$P_c = \frac{Q_p}{t} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{t}\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \approx 3{,}49 \text{ MW}$$

d. Cum $\eta_c = \frac{L_u}{Q_p} = \frac{P_u}{P_c} \Rightarrow P_u = \eta_c P_c \approx 2{,}62$ MW

8. a. Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate p și V: $pV^{\gamma} = ct$ și ecuția temică de stare $pV = \nu RT$. Eliminăm V din cele două ecuații, astfel că

$$V^{\gamma} = \frac{\nu^{\gamma}R^{\gamma}T^{\gamma}}{p^{\gamma}} \Rightarrow p\frac{\nu^{\gamma}R^{\gamma}T^{\gamma}}{p^{\gamma}} = ct \Rightarrow p^{1-\gamma}T^{\gamma} = ct \Rightarrow Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct.$$

Conform relației lui Mayer $C_p = C_v + R = 4R \Rightarrow$ exponentul adiabatic este:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{4}{3} \Rightarrow Tp^{\frac{1}{4}} = ct$$

b. Scriem formula randamentului ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$.

Conform legii destinderii adiabatice în V și T:

$$T_{\max}V_2^{\gamma-1} = T_{\min}V_3^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \eta_c = 33{,}33\%$$

c. Din $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} \Rightarrow \frac{Q_p}{Q_c} = -\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = -\frac{3}{2}$

d. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.4.2.

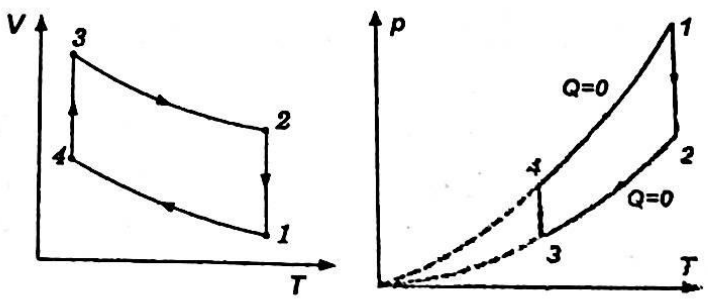


Fig. R 1.4.2

9. a. Variația energiei interne în procesul 2-3 este:

$$\Delta U_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{5}{2}\nu R(T_3-T_2)=\frac{5}{2}(p_3V_3-p_2V_2)=15p_1V_1=30\text{ kJ}$$

b. Căldura primită de gaz în procesul 1-2-3 este:

$$Q_{123}=Q_{12}+Q_{23}=\nu C_V(T_2-T_1)+\nu C_p(T_3-T_2)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)+\frac{7}{2}\nu R(T_3-T_2)$$

$$Q_{123}=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)+\frac{7}{2}(p_3V_3-p_2V_2)=\frac{47}{2}p_1V_1=47\text{ kJ}$$

c. Pe baza interpretării grafice a lucrului, lucrul mecanic total schimbat de gaz cu exteriorul în procesul ciclic este aria ciclului, astfel că:

$$L_{ciclu}=\frac{(p_2-p_1)(V_3-V_2)}{2}=\frac{3}{2}p_1V_1=3\text{ kJ}$$

d. Randamentul unui motor termic care ar funcționa după un ciclu Carnot între temperaturile extreme este $\eta_c=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_3}=1-\frac{p_1V_1}{p_3V_3}=1-\frac{1}{8}=87{,}5\%$

10. a. Reprezentarea ciclului în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.3.

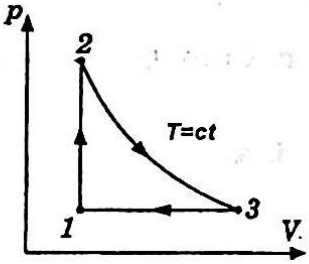


Fig. R 1.4.3

b. Conform definiției $\eta=\frac{L}{Q_p}\Rightarrow Q_p=\frac{L}{\eta}=3\text{ kJ}$

c. În cazul transformării ciclice $\Delta U=0\Rightarrow Q_t-L=0\Rightarrow$

$Q_t=L\Rightarrow Q_p+Q_c=L\Rightarrow Q_c=L-Q_p=-2100\text{ J}.$

d. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme din ciclul dat este $\eta_c=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{min}=T_1$ și $T_{max}=T_2$. Utilizăm legea transformării izocore: $\frac{p_2}{T_2}=\frac{p_1}{T_1}\Rightarrow\frac{T_1}{T_2}=\frac{p_1}{p_2}=\frac{p_{min}}{p_{max}}\Rightarrow\eta_c=1-\frac{p_{min}}{p_{max}}=40\%$

11.a. Reprezentarea ciclului în coordonate p și V este redată grafic în figura R 1.4.4.

b. Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_c=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_2}$.

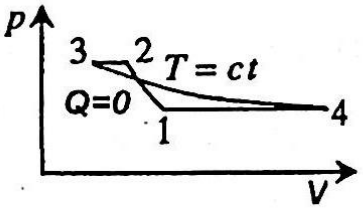


Fig. R 1.4.4

Din ecuația termică de stare $pV=\nu RT$ și legea transformării adiabatice $pV^\gamma=ct$ aflăm ecuația transformării adiabatice în coordonate p și T, astfel că obținem: $p^{\gamma-1}=ctT^\gamma$.

Astfel $\left(\frac{p_{max}}{p_{min}}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^\gamma\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{p_{max}}{p_{min}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=e^{\frac{2}{5}}\approx\frac{3}{2}$. Astfel randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_c\approx 33\%$

c. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea adiabatică este $L_{12}=-\Delta U_{12}=-\nu C_V(T_2-T_1)=-\frac{3}{2}\nu R\left(T_2-\frac{2T_2}{3}\right)=-\frac{\nu RT_2}{2}=-3739{,}5\text{J}$

d. Căldura cedată în transformarea izotermă este: $Q_{34} = \nu RT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = \nu RT_3 \ln\frac{p_{max}}{p_{min}}$

$\Rightarrow Q_{34} = \nu RT_3$, deoarece în transformarea izotermă $p_{max}V_3 = p_{min}V_4$.

Cum lucrul mecanic pe întreg ciclu este nul, atunci $L_{ciclu} = 0$ şi cum $L_{ciclu} = Q_t - \Delta U_{ciclu}$, iar $\Delta U_{ciclu} = 0$, obţinem $Q_t = 0 \Rightarrow Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 0 \Rightarrow$

$Q_t = \nu C_p(T_3 - T_2) + \nu RT_3 + \nu C_p(T_1 - T_4) = 0 \Rightarrow \nu RT_3 + \nu C_p(T_1 - T_2) = 0 \Rightarrow$

$\nu RT_3 - \frac{5}{2}\nu R\left(T_2 - \frac{2T_2}{3}\right) = 0 \Rightarrow T_3 = \frac{5T_2}{6} \Rightarrow Q_{34} = \frac{5}{6}\nu RT_2$ =6232,5 J

12. a. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, acesta reprezintă fizic aria ciclului: $L = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{2p_1 \cdot 8V_1}{2} = 8p_1V_1 = 1600$ J

b. Căldura schimbată pe transformarea 3-1 este $Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) \Rightarrow$

$Q_{31} = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_1V_3) = \frac{5}{2}p_1(V_1 - 9V_1) = -20p_1V_1 = -4$ kJ

c. Variaţia energiei interne pe transformarea 1-2 este:

$\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$.

Cum transformarea 1-2 este de forma $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2V_1}{p_1} = 3V_1$,

astfel că $\Delta U_{12} = 12p_1V_1$ =2400 J

d. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme atinse în ciclul este $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$ cu $T_{min} = T_1$.

Aflăm dacă temperatura maximă se obţine pe transformarea 2-3. Scriem ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$. Legea transformări 2-3 este de forma $p = aV + b$, unde a şi b sunt constante. Aflăm aceste constante punând condiţia ca punctele 2 şi 3 să se afle pe dreapta descrisă de ecuaţia $p = aV + b$. Obţinem $p_2 = aV_2 + b$ şi $p_3 = aV_3 + b$.

Sistemul de ecuaţii care se obţine: $3p_1 = 3aV_1 + b$ (1) şi $p_1 = 9aV_1 + b$ (2).

Scădem (2) din (1) şi obţinem: $2p_1 = -6aV_1 \Rightarrow a = -\frac{p_1}{3V_1} \Rightarrow b = p_1 - 9aV_1 = 4p_1$

$\Rightarrow p = -\frac{p_1}{3V_1}V + 4p_1 \Rightarrow T = -\frac{p_1V^2}{3\nu RV_1} + \frac{4p_1V}{\nu R} \Rightarrow$ se obţine o funcţie de gradul al doilea cu: $A = -\frac{p_1}{3\nu RV_1}, B = \frac{4p_1}{\nu R}$ şi C=0 $\Rightarrow V_{T\,max} = -\frac{B}{2A} = 6V_1$, care aparţine intervalului $(3V_1, 9V_1)$.

Temperatura maximă este: $T_{max} = \frac{12p_1V_1}{\nu R} = 12T_1$, astfel că randamentul ciclului Carnot cerut este $\eta_c = 1 - \frac{T_1}{12T_1} = \frac{11}{12} \approx 91{,}66\%$.

13. a. Calculăm randamentele ciclurilor Carnot: $\eta_1 = 1 - \frac{T_D}{T_A} = 50\%$ şi $\eta_2 = 1 - \frac{T_G}{T_A} = 75\%$.

b. Deoarece $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \gamma C_v$ şi conform relaţiei lui Robert Mayer $C_p = C_v + R \Rightarrow \gamma C_v = C_v + R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1} \Rightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$. Scriem ecuaţia adiabatei *E-F* în coordonate *V* şi *T*: $T_A V_E^{\gamma-1} = T_G V_F^{\gamma-1}$, deoarece punctele *A*, *B* şi *E* se află pe aceeaşi izotermă, astfel că $\left(\frac{V_F}{V_E}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_G} \Rightarrow n^{\gamma-1} = 4 \Rightarrow 8^{\gamma-1} = 4 \Rightarrow$

$2^{3(\gamma-1)} = 2^2 \Rightarrow 3\gamma - 3 = 2 \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow$ gazul ideal este monoatomic şi $C_p = \frac{5}{2}R$.

c. Cum $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_{p1}}$ şi $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_{p2}} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{Q_{p2}}{Q_{p1}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1 Q_{p1}}{\eta_2 Q_{p2}} \Rightarrow$

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{\nu R T_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{\nu R T_A \ln\left(\frac{V_E}{V_B}\right)}$. Conform proprietăţii problemei $V_B^2 = V_A \cdot V_E$ obţinem

$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_E}{V_B} \Rightarrow Q_{p1} = Q_{P2} = \nu R T_A \ln\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667$.

Calculăm randamentul ciclului *ABEFGCDA*: $\eta = \frac{L}{Q_p} = \frac{L}{Q_{p1} + Q_{p2}} = \frac{L}{2Q_{p1}}$. Cum lucrul mecanic pe transformarea ciclică reprezintă fizic aria ciclului, înseamnă că $L = L_1 + L_2$. Deoarece fiecare lucru mecanic reprezintă aria ciclului *ABCDA* şi respectiv *BEFGCB*, obţinem:

$L = L_1 + L_2 = L_1 + \frac{L_1\eta_2}{\eta_1} = L_1\frac{(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1} \Rightarrow \eta = \frac{L_1}{2Q_{p1}} \cdot \frac{(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} = 62{,}5\%$

d. Lucrul mecanic efectuat pe ciclu este $L = L_1 + L_2 = L_1\left(1 + \frac{\eta_2}{\eta_1}\right) = 1$ kJ şi căldura primită de gaz pe ciclu este $Q_p = \frac{L}{\eta} = 1{,}6$ kJ

14. a. Din formula randamentului $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_1} \Rightarrow L_1 = \eta_1 Q_1$=40 kJ

b. Din $\eta_1 = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \Rightarrow |Q_2| = Q_1(1-\eta_1)$ reprezintă căldura cedată de motorul M_1 motorului M_2. Deoarece $|Q_2|$ este preluată integral de motorul M_2, atunci din $\eta_2 = 1 - \frac{|Q_3|}{|Q_2|}$, obținem căldura cedată în cursul unui ciclu de motorul M_2:

$|Q_3| = |Q_2|(1-\eta_2) = Q_1(1-\eta_1)(1-\eta_2)$=36 kJ $\Rightarrow Q_3 = -36$ kJ

c. Căldura cedată de motorul M_2 $|Q_3|$ este preluată integral de motorul M_3. Din formula radamentului $\eta_3 = \frac{L_3}{|Q_3|}$ obținem lucul mecanic efectuat în cursul unui ciclu de motorul M_3 $L_3 = \eta_3|Q_3|$=14,4 kJ

d. Ansamblul de motoare primește căldura Q_1 și efectuează lucrul mecanic L_3 astfel că randamentul ansamblului este $\eta = \frac{L_3}{Q_1}$=14,4%

15. a. Variația energiei interne în procesul izobar este:

$$\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1).$$

Din legea transformării izoterme: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1}{3}$, iar din legea transformării izocore: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_2T_1}{p_1} = \frac{T_1}{3}$.

Astfel $\Delta U_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) = -\frac{5}{3}\nu RT_1 = -\frac{5}{3}p_1V_1 = -1$ kJ

b. Lucrul mecanic total schimbat pe ciclu este:

$$L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + p_2(V_3 - V_2) = p_1V_1 \ln 3 + \frac{p_1}{3}(V_1 - 3V_1) = \frac{1,3}{3}p_1V_1 \Rightarrow$$

L_{ciclu}=260 J

c. Căldura primită de gaz pe ciclu este:

$$Q_p = Q_{12} + Q_{32} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + \nu C_V(T_1 - T_3) = 1,1p_1V_1 + \frac{5}{2}\nu R\left(T_1 - \frac{T_1}{3}\right) = \frac{8,3}{3}p_1V_1 = 1660 \text{ J}$$

d. Randamentul ciclului este $\eta_c = \frac{L_{ciclu}}{Q_p} \approx 15,66\%$

16. a. Reprezentarea procesul ciclic în coordonate p,V este redată în figura R 1.4.5.

b. Din relația dintre căldura molară și căldura specifică corespunzătoare transformării 1→2 obținem:

$$C_V = \mu c_V \Rightarrow c_V = \frac{C_V}{\mu} = \frac{R}{\mu(\gamma-1)} = \frac{3R}{2\mu} \approx 6232,5 \text{ J/kgK}$$

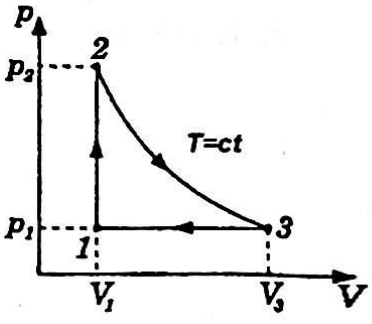


Fig. R 1.4.5

c. Căldura cedată într-un ciclu este $Q_c = Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) \Rightarrow$

$$Q_c = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_1 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_2) = -\frac{5}{2}\nu R T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = -\frac{5}{2}p_1V_1(e-1)$$

Lucrul mecanic pe ciclu este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31} = 0 + \nu R T_2 \ln\frac{V_3}{V_2} + p_1(V_1 - V_3)$.

Din legea transformării izocore: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = ep_1$, şi din legea transformării izoterme $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{p_2V_2}{p_1} = eV_1$.

Obţinem $L_{ciclu} = e\nu R T_1 \ln\frac{V_3}{V_1} + p_1(V_1 - eV_1) = ep_1V_1 + p_1V_1(1-e) = p_1V_1$, astfel că

$$Q_{31} = -\frac{5}{2}L(e-1) = -427{,}5\ \text{J}$$

d. Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p}$. Cum transformarea 1-2-3-1 este ciclică,

$$\Delta U_{ciclu} = Q_t - L_{ciclu} = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q_t = Q_p - |Q_c| \Rightarrow Q_p = L_{ciclu} + |Q_c| = \frac{p_1V_1}{2}(5e-3).$$

Obţinem: $\eta = \frac{2}{5e-3} \approx 18{,}95\%$

17. a. Identificăm transformările: 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-1 izotermă.

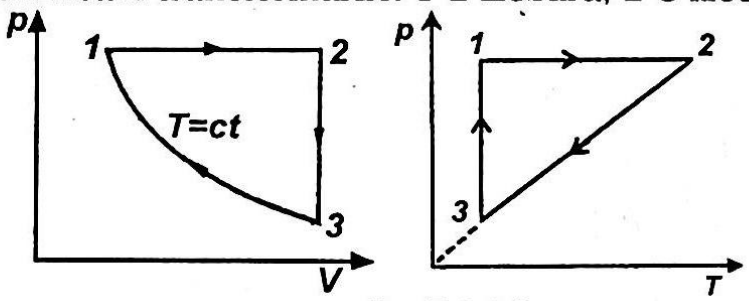


Fig. R 1.4.6

Reprezentările cerute sunt redate grafic în figura R 1.4.6.

b. Din legea transformării izobare obţinem: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_1} = \varepsilon$, astfel că $\frac{U_2}{U_1} = \frac{\nu C_V T_2}{\nu C_V T_1} = \varepsilon$

c. Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$

Cum $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{\gamma\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu R T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1V_1(\varepsilon - 1) > 0$

$\Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2.

$$Q_{23}=\nu C_v(T_3-T_2)=\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_3-T_2)=\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_1-T_2)=\nu\frac{R}{\gamma-1}T_1\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)\Rightarrow$$

$Q_{23}=-\frac{p_1V_1}{\gamma-1}(\varepsilon-1)<0\Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 2-3.

$Q_{31}=\nu RT_1\ln\frac{V_1}{V_3}=-p_1V_1\ln\varepsilon<0\Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 3-1.

Randamentul ciclului este $\eta=1-\frac{|Q_{23}+Q_{31}|}{Q_{12}}=\frac{(\gamma-1)(\varepsilon-1-\ln\varepsilon)}{\gamma(\varepsilon-1)}$

d. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_c=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_2}=1-\frac{1}{\varepsilon}=\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$.

18. a. Identificăm transformările: 1-2 izotermă, 2-3 izobară și 3-1 izocoră. Reprezentările cerute sunt redate grafic în figura R 1.4.7.

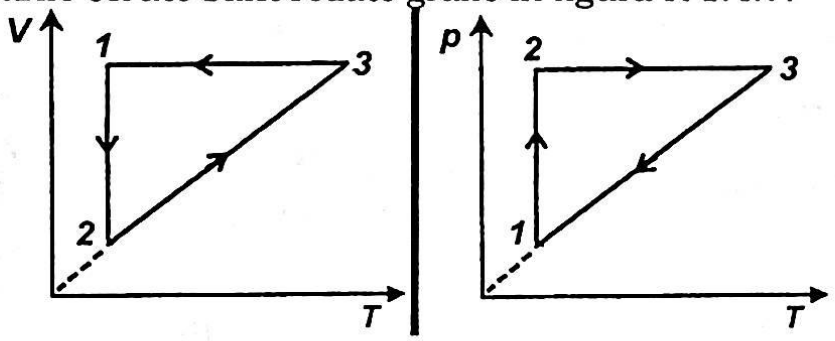


Fig. R 1.4.7

b. Energia internă în starea 1 este $U_1=\nu C_v T_1=\frac{5}{2}\nu RT_1=\frac{5}{2}p_1V_1=250$ J

c. Lucrul mecanic primit pe ciclu este $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{31}$ cu $L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$.

Scriem legea transformării izobare: $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow V_2=\frac{T_2V_3}{T_3}\Rightarrow V_2=\frac{T_1V_1}{eT_1}=\frac{V_1}{e}$ și

obținem $L_{12}=-p_1V_1$ și $L_{23}=p_2(V_3-V_2)=p_2\left(V_1-\frac{V_1}{e}\right)=p_2V_1\frac{e-1}{e}$

Scriem legea transformării izoterme: $p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_1e}{V_1}=ep_1\Rightarrow$

$L_{23}=p_1V_1(e-1)$ și $L_{31}=0\Rightarrow L_{ciclu}=-p_1V_1+p_1V_1(e-1)=p_1V_1(e-2)=71$ J

d. Randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{23}}$ și cum $Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)\Rightarrow$

$Q_{23}=\frac{7}{2}\nu R(eT_1-T_1)=\frac{7}{2}\nu RT_1(e-1)=\frac{7}{2}p_1V_1(e-1)\Rightarrow\eta=\frac{2(e-2)}{7(e-1)}\approx 11{,}86\%$

19. a. Identificăm transformările: 1-2 izotermă, 2-3 este descrisă de legea $\rho T=ct\Rightarrow\frac{m}{V}T=ct\Rightarrow\frac{V}{T}=ct\Rightarrow$ transformarea este izobară, 3-1 este izocoră,

deoarece $\rho = \frac{m}{V} = ct \Rightarrow V = ct$.

b. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4.8.

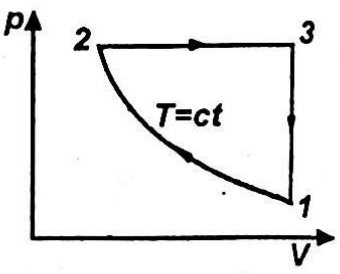


Fig. R 1.4.8

c. Pe transformarea 1-2 căldura schimbată este: $Q_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -2\nu RT_1 \ln 2 \approx -6910{,}6 \text{ J} \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 1-2.

Din legea transformării izobare obţinem: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} = \frac{V_1 T_1}{V_2} = 4T_1$, astfel că putem calcula Q_{23} şi Q_{31}. Obţinem:

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{15}{2}\nu RT_1 = 3739{,}5 \text{ J} \Rightarrow$$ gazul primeşte căldură pe transformarea 2-3.

$$Q_{31} = \nu C_v (T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2}\nu RT_1 \approx -2243{,}7\text{J} \Rightarrow$$ gazul cedează căldură pe transformarea 3-1.

d. Conform definiţiei randamentului ciclului: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{12} + Q_{31}|}{Q_{23}} \Rightarrow$

$$\eta = 1 - \frac{2\nu RT_1 \ln 2 + \frac{9}{2}\nu RT_1}{\frac{15}{2}\nu RT_1} = \frac{2(3 - 2\ln 2)}{15} \approx 32{,}28\%$$

20. a. Reprezentarea cerută în coordonate p şi V este redată în figura R 1.4.9.

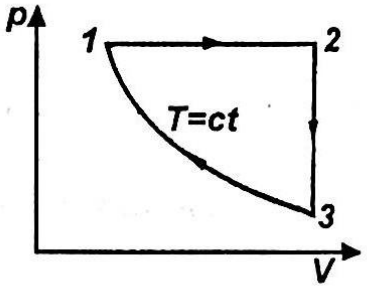


Fig. R 1.4.9

b. 1-2 este izobară $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$

$$\Rightarrow Q_{12} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(4p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{3\gamma p_1 V_1}{\gamma - 1} > 0$$

2-3 este izocoră: $Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{-3p_1 V_1}{\gamma - 1} < 0$

3-1 este izotermă: $Q_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -2\nu RT_1 \ln 2 = -2p_1 V_1 \ln 2 < 0$

$Q_{primit} = Q_{12} = \frac{3\gamma p_1 V_1}{\gamma - 1}$ şi $Q_{cedat} = Q_{23} + Q_{31} = \frac{-3p_1 V_1}{\gamma - 1} - 2p_1 V_1 \ln 2$, astfel că

$$Q_{primit} - |Q_{cedat}| = 3p_1 V_1 - 2p_1 V_1 \ln 2 = p_1 V_1 (3 - 2\ln 2)$$

c. Prin definiţie randamentul este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} = \frac{Q_{12} - |Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{p_1 V(\gamma - 1)_1 (3 - 2\ln 2)}{3\gamma p_1 V_1} = \frac{\gamma - 1}{3\gamma}(3 - 2\ln 2) = \frac{1{,}6(\gamma - 1)}{3\gamma}$$

d. Calculăm randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme: $T_{max}=T_2$ și $T_{min}=T_1$, astfel că $\eta_c = 1-\frac{T_{min}}{T_{max}} = 1-\frac{T_1}{T_2}$. Cum transformarea 1-2 este izobară: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{4} \Rightarrow$ randamentul ciclului este: $\eta_c = 75\%$.

21. a. Aflăm parametrii în stările 2 și 3 în funcție de parametrii stării 1.
1-2 este o transformare adiabatică și conform ecuației acesteia în coordonate p și V, obținem: $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \Rightarrow p_1V_1^{\gamma} = 32p_1V_2^{\gamma}$. Deoarece gazul este monoatomic,

$$\gamma=\frac{C_p}{C_v}=\frac{5}{3} \Rightarrow V_1^{\frac{5}{3}} = 2^5V_2^{\frac{5}{3}} \Rightarrow V_1 = 2^3V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{8}$$

Parametrii stării 2 sunt: $p_2 = 32p_1; V_2 = \frac{V_1}{8}$ și din ecuația termică de stare obținem $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{4p_1V_1}{\nu R} = 4T_1$

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_2 = 32p_1; V_3 = V_1$ și din ecuația termică de stare obținem $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{32p_1V_1}{\nu R} = 32T_1$.

b. Calculăm lucrul mecanic pe întreg ciclul: $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v(T_2-T_1) = -\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1) = -\frac{3}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) = -\frac{9}{2}p_1V_1$$

$$L_{23} = p_2(V_3-V_2) = 32p_1(V_1-\frac{V_1}{8}) = 28p_1V_1,\ L_{31}=0 \Rightarrow L_{1231} = 23{,}5p_1V_1 = 37{,}6\ \text{kJ}$$

c. Din $Q_{23} = \nu C_p(T_3-T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3-T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}\cdot 32\cdot p_1(V_1-\frac{V_1}{8})$

$\Rightarrow Q_{23} = 70p_1V_1 > 0 \Rightarrow$ pe izobara 2-3 se primește căldură, astfel că Q_{23}=112 kJ

d. Prin definiție randamentul este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \frac{L_{1231}}{Q_{23}}$

Pe izocora 3-1 gazul cedează căldură, deoarece $Q_{31} = \nu C_v(T_1-T_3) < 0 \Rightarrow$

randamentul este: $\eta = \frac{23{,}5p_1V_1}{70p_1V_1} \approx 33{,}57\%$

22. a. Prin definiție exponentul adiabatic al gazului este $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V+R}{C_V} = 1{,}5$

b. Din legea transformării adiabatice calculăm presiunea maximă p_2:

$$p_2V_2^{\gamma} = p_3V_3^{\gamma} \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma} = p_1 4^{3/2} = 8p_1.$$

c. Căldura primită de gaz în procesul 1-2 este
$Q_{12} = \nu C_V(T_2-T_1) = 2(p_2V_2 - p_1V_1) = 14p_1V_1 = 1400\text{J}$

d. Randamentul motorului termic este $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$. Deorece procesul 2-3 este adiabatic, atunci $Q_{23}=0$, iar căldura cedată de gaz în procesul 3-1 este:

$Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) = 3(p_1V_1 - p_3V_3) = -9p_1V_1$. Astfel $\eta = 1 - \frac{|Q_{31}|}{Q_{12}} = \frac{5}{14} \approx 35{,}7\%$

23. a. Cum transformarea 2-3 este adiabatică, atunci:

$p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma = p_1\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\gamma = p_1\varepsilon^\gamma$, deoarece $p_1=p_3$

b. Lucrul mecanic efectuat de gaz este: $L_{1231} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, unde $L_{12} = 0$,

$$L_{23} = -\Delta U_{23} = -\nu C_v(T_3 - T_2) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{p_2V_2 - p_3V_3}{\gamma - 1} \Rightarrow$$

$$L_{23} = \frac{p_1V_1\varepsilon^\gamma - p_1V_1\varepsilon}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1(\varepsilon^\gamma - \varepsilon)}{\gamma - 1} \text{ şi } L_{31} = p_1(V_1 - V_3) = p_1(V_1 - \varepsilon V_1) = -p_1V_1(\varepsilon - 1)$$

$$\Rightarrow L_{ciclu} = p_1V_1\left(\frac{\varepsilon^\gamma - \varepsilon}{\gamma - 1} - \varepsilon + 1\right)$$

c. Conform definiţiei randamentului ciclului: $\eta_{ciclu} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primita}}$

$$Q_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1\varepsilon^\gamma - p_1V_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1(\varepsilon^\gamma - 1)}{\gamma - 1}$$

Cum $Q_{12} > 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2.

Transformarea 2-3 este o transformare adiabatică, astfel că $Q_{23} = 0$, iar pe transformarea 3-1 gazul cedează căldură, deoarece $Q_{31} = \nu C_p(T_1 - T_3) < 0$.

Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{\varepsilon^\gamma - \varepsilon - (\varepsilon - 1)(\gamma - 1)}{\varepsilon^\gamma - 1}$

d. Conform definiţiei: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{\min} = T_1$ şi $T_{\max} = T_2$, deoarece în destinderea adiabatică 2-3, temperatura absolută scade.

Pe baza ecuaţiei termice de stare $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R}$ şi $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} \Rightarrow$ randamentul ciclului Carnot este: $\eta_c = 1 - \frac{p_1V_1}{p_2V_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^\gamma}$.

19. a. Reprezentarea succesiunii de transformări în coordonate p şi V este redată în figura Fig. R 1.4.10.

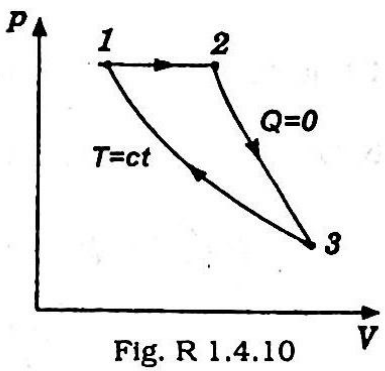


Fig. R 1.4.10

b. Căldura primită pe transformarea 1-2 este:

$$Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu RT_1(e^2 - 1)$$

$$\Rightarrow Q_{12} = \frac{5}{2}p_1V_1(e^2 - 1) = 15{,}85 \text{ kJ}$$

c. Scriem ecuația transformării adiabatice în coordonate V și T: $T_2V_2^{\gamma-1}=T_3V_3^{\gamma-1}$, unde $\gamma=\frac{5}{3}$, deoarece gazul este monoatomic astfel că:

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_2}{T_3}=\frac{T_2}{T_1}=e^2\Rightarrow\frac{V_3}{V_2}=\left(e^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=\left(e^2\right)^{\frac{3}{2}}=e^3.$$

Deoarece 1-2 este o transformare izobară și conform acestei legi:

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{T_2}{T_1}=e^2\Rightarrow V_2=V_1e^2\Rightarrow\left(\frac{V_3}{V_1}\right)=e^5\approx 146$$

d. Conform definiției randamentului ciclului: $\eta_{ciclu}=1-\frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

Cum pe 1-2, $Q_{12}>0\Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primește căldură și pe 3-1 cum $Q_{31}=\nu RT_1\ln\frac{V_1}{V_3}=\nu RT_1\ln\frac{1}{e^5}=-5\nu RT_1<0\Rightarrow$ gazul cedează căldură. Astfel:

$$\eta_{ciclu}=1-\frac{|Q_{31}|}{Q_{12}}=1-\frac{5\nu RT_1}{\frac{5}{2}\nu RT_1(e^2-1)}=1-\frac{2}{e^2-1}=\frac{e^2-3}{e^2-1}\approx 68{,}45\%$$

25.a.b. Identificăm transformările: 1-2 izotermă; 2-3 izobară și 3-1 adiabatică. Reprezentările cerute sunt redate în figura R 1.4.11.

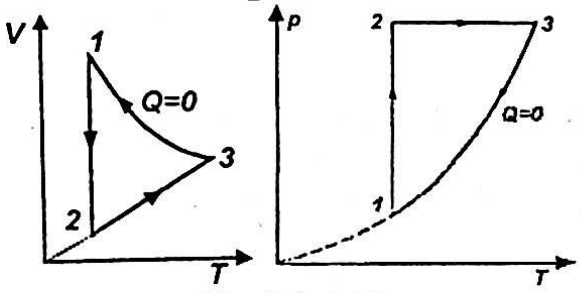


Fig. R 1.4.11

c. Scriem ecuația transformării adiabatice 3-1 în coordonatele V și T, astfel că:

$$T_1V_1^{\gamma-1}=T_3V_3^{\gamma-1}\Rightarrow\frac{T_3}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1}$$ și în coordonate p și V, astfel că:

$$p_1V_1^{\gamma}=p_3V_3^{\gamma}\Rightarrow\left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma}=\frac{p_3}{p_1}\Rightarrow\frac{V_1}{V_3}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Transformarea 1-2 este izotermă, astfel că pe baza legii acesteia:

$$p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow\frac{p_2}{p_1}=\frac{V_1}{V_2}=\varepsilon\Rightarrow\frac{V_1}{V_3}=\varepsilon^{\frac{1}{\gamma}}\Rightarrow\frac{T_3}{T_1}=\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

d. Prin definiție randamentul ciclului este $\eta_{ciclu}=1-\frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$

$Q_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = -\nu RT_1 \ln\varepsilon < 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul cedează căldură.

Cum $Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_1) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma-1}\left(T_1\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1\right) = \gamma\frac{\nu RT_1}{\gamma-1}\left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) > 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 2-3 şi $Q_{31} = 0$.

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{(\gamma-1)\ln\varepsilon}{\gamma\left(\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}$

26. a. Reprezentarea grafică în coordonate p şi V a ciclului este redată în figura R 1.4.12.

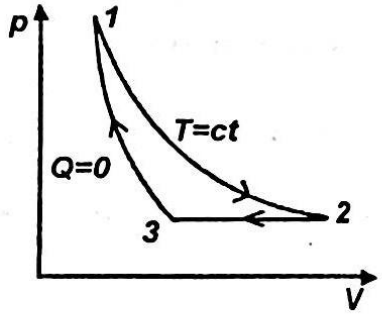


Fig. R 1.4.12

b. Randamentul ciclului este $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$, unde

$Q_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln\varepsilon > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izotermă gazul primeşte căldură.

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma-1}(T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{\gamma}{\gamma-1}p_2(V_3 - V_2)$$

Conform legii transformării izoterme: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1}{\varepsilon}$.

Scriem legea transformării adiabatice 3-1 în coordonate p şi V. Obţinem:

$$p_1V_1^\gamma = p_3V_3^\gamma \Rightarrow V_3^\gamma = V_1^\gamma\frac{p_1}{p_2} = \varepsilon V_1^\gamma \Rightarrow V_3 = V_1\varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_1}{\varepsilon}\left(V_1\varepsilon^{\frac{1}{\gamma}} - V_1\varepsilon\right) = -\frac{\gamma}{\gamma-1}p_1V_1\left(1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$$

Pe comprimarea izobară gazul cedează căldură. Cum $Q_{31} = 0$, randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\gamma\left(1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)}{(\gamma-1)\ln\varepsilon}$

c. Randamentul unui ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$. Pe baza ecuaţiei termice de stare $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R}$ şi $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R}$, obţinem $\eta_c = 1 - \frac{p_3V_3}{p_1V_1} = 1 - \varepsilon^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

27. a. Calculăm parametrii în stările 2 şi 3. Scriem legea transformării adiabatice în coordonate p şi V, astfel că:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_1 \cdot 16^{\frac{3}{4}} = 8V_1$$

Parametrii stării 2 sunt: $p_2 = p_1/16 = 6{,}25$ kPa; $V_2 = 8V_1 = 8$ L şi conform ecuaţiei de stare: $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = \frac{p_1V_1}{2\nu R} = \frac{T_1}{2} = 150$ K

Parametrii stării 3 sunt: $p_3 = p_2 = p_1/16 = 6{,}25$ kPa; $T_3 = T_1 = 300$ K şi conform ecuaţiei transformării izobare 2-3: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2T_3}{T_2} = 16V_1 = 16$ L

b. Variaţia energiei interne între stările 1 şi 2 este $\Delta U_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) \Rightarrow$

$$\Delta U_{12} = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{\gamma - 1} = -\frac{\nu RT_1}{2(\gamma - 1)} = -\frac{p_1V_1}{2(\gamma - 1)} = -150 \text{ J}$$

c. Lucrul mecanic total pe un ciclu este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$, cu

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = -3\nu R(\frac{T_1}{2} - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1 = \frac{3}{2}p_1V_1$$

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{p_1}{16}(16V_1 - 8V_1) = \frac{p_1V_1}{2};\ L_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow$$

$$L_{ciclu} = 2p_1V_1(1 - 2\ln 2) = -800 \text{ J}$$

d. Dacă transformarea este parcursă în sens invers faţă de figura R 1.4 13, atunci: $L'_{ciclu} = -L_{ciclu} = 2p_1V_1(2\ln 2 - 1) = 800$ J

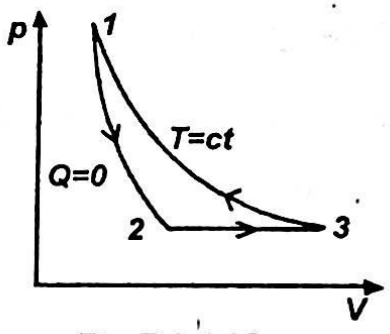


Fig. R 1.4.13

Randamentul transformării ciclice este $\eta = \frac{L'_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

$Q_{13} = \nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_1} = 4p_1V_1 \ln 2 > 0 \Rightarrow$ pe destinderea izotermă 1-3 gazul primeşte căldură, iar pe 3-2, cum $T_2 < T_3 \Rightarrow Q_{23} = \nu C_p(T_2 - T_3) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură. Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L'_{ciclu}}{Q_{13}} = \frac{2\ln 2 - 1}{2\ln 2} \approx 28{,}57\%$

28. a. b. Identificăm transformările: 1-2 este o transformare generală în care presiunea gazului depinde direct proporţional de volumul acestuia, astfel că $p=\alpha V$, unde α=constantă; 2-3 este o transformare izocoră şi 3-1 este o transformare izobară.

Determinăm ecuaţia procesului 1-2 în coordonate V şi T, respectiv p şi T, utilizând ecuaţia procesului 1-2 în coordonate p şi V şi ecuaţia termică de stare: $pV = \nu RT$ şi obţinem: $aV^2 = \nu RT \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\nu RT}{a}} = b\sqrt{T}$ iar $\frac{p^2}{a} = \nu RT$

$\Rightarrow p = \sqrt{\nu RaT} = c\sqrt{T}$, unde b şi c sunt constante.

Reprezentările grafice sunt redate în figura R 1.4 14:

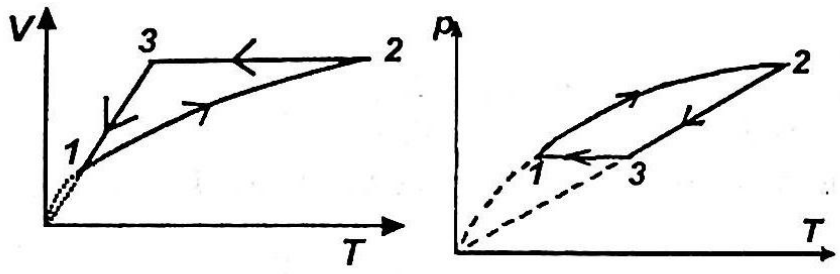


Fig. R 1.4.14

c. Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, deoarece acesta este parcurs în sensul acelor de ceasornic lucrul mecanic este egal cu aria ciclului în coordonate p și V, astfel că: $L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2}$. Pe baza legii procesului 1-2 $p=\alpha V$ obținem: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} = 6p_1 \Rightarrow L_{ciclu} = \frac{25 p_1 V_1}{2}$.

Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare. În transformarea 1-2 pe baza principiului 1 al termodinamicii:

$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, iar $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{35 p_1 V_1}{2}$ și

$\Delta U_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{105}{2} p_1 V_1$.

Obținem $Q_{12} = 70 p_1 V_1 > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primește căldură.

Cum $Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) < 0$ iar $Q_{31} = \nu C_p (T_1 - T_3) < 0 \Rightarrow$ pe transformările 2-3 și 3-1 gazul cedează căldură, astfel că $\eta = \frac{5}{28} \approx 17{,}86\%$

d. Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$, deoarece $T_{max} = T_2$ și $T_{min} = T_1$.

Utilizăm ecuația termică de stare în starea 2: $p_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow$

$T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{36 p_1 V_1}{\nu R} = 36 T_1 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{1}{36} \approx 97{,}22\%$

29. a. Din legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3 T_1}{V_1} = 2T_1 = 600$ K

b. Variația energiei interne în transformarea 2-3 este $\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2)$. Deoarece în transformarea 1-2 presiunea depinde direct proporțional de volumul gazului, atunci $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V_2}{V_1} = 2p_1$ și din ecuația de stare în starea 2 $p_2 V_2 = \nu R T_2$ obținem $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{4 p_1 V_1}{\nu R} = 4T_1$, astfel că:

$\Delta U_{23} = 3\nu R(2T_1 - 4T_1)/2 = -3\nu R T_1 \approx -7479$ J

c. Căldura molară în transformarea 1-2 este:

$$C_{12}=\frac{Q_{12}}{\nu\Delta T_{12}}=\frac{\Delta U_{12}+L_{12}}{\nu\Delta T_{12}}=\frac{\nu C_V\Delta T_{12}+L_{12}}{\nu\Delta T_{12}}=C_V+\frac{L_{12}}{\nu(T_2-T_1)}=\frac{3}{2}R+\frac{L_{12}}{3\nu T_1}.$$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem $L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{3}{2}p_1V_1$, astfel că $C_{12}=2R$=16,62 J/molK

d. Randamentul motorului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_p}$, unde lucrul mecanic pe ciclu este aria acestuia $L_{ciclu}=\frac{(p_2-p_1)(V_2-V_1)}{2}=\frac{p_1V_1}{2}$, iar căldura primită este

$Q_{p12}=\nu C_{12}(T_2-T_1)=6\nu RT_1=6p_1V_1$. Obţinem $\eta=\frac{1}{12}\approx 8{,}33\%$

30. a.b. Identificăm transformările: 1-2 izocoră, 2-3 izobară şi 3-1 o transformare generală care în p şi V este descrisă de ecuaţia $p=aV$. Transformarea 3-1 este descrisă în coordonate V şi T după legea $V=b\sqrt{T}$ iar în coordonate p şi T după legea $p=c\sqrt{T}$, unde b şi c sunt constante Reprezentările grafice sunt redate în figura R 1.4.15:

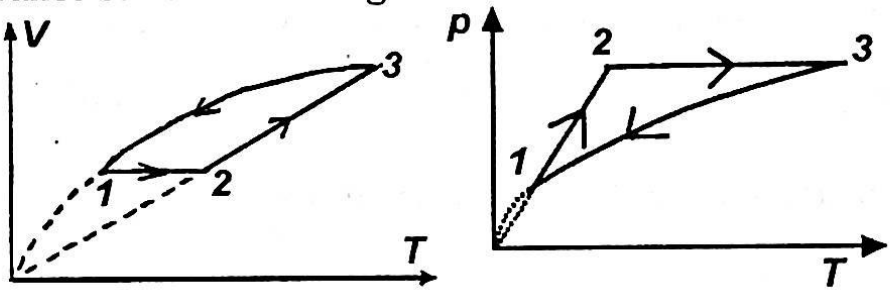


Fig. R 1.4.15

c. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare, astfel că:

$$Q_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{5}{2}(5p_1V_1-p_1V_1)=10p_1V_1\Rightarrow$$

$$Q_{12}>0;\ Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)=\frac{7}{2}\nu R(T_3-T_2)=\frac{7}{2}(p_3V_3-p_2V_2)$$

Utilizăm ecuaţia procesului 3-1: $p=aV\Rightarrow\frac{p}{V}=a\Rightarrow\frac{p_1}{V_1}=\frac{p_3}{V_3}\Rightarrow$

$$V_3=\frac{p_3V_1}{p_1}=\frac{p_2V_1}{p_1}=5V_1\Rightarrow Q_{23}=\frac{7}{2}(25p_1V_1-5p_1V_1)=70p_1V_1>0$$

Deoarece transformarea 3-1 este generală, atunci: $Q_{31}=\Delta U_{31}+L_{31}$ unde $\Delta U_{31}=\nu C_v(T_1-T_3)<0$ şi $L_{31}<0$ deoarece $V_1<V_3\Rightarrow Q_{31}<0$

Pe transformările 1-2 şi 2-3 gazul primeşte căldură iar pe 3-1 gazul cedează căldură, astfel că: $Q_{primita}=Q_{12}+Q_{23}=80p_1V_1=80$ kJ.

d. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$ şi $L_{ciclu}=A_{ciclului}$, conform

interpretării geometrice a lucrului mecanic, astfel că:

$$L=\frac{(p_2-p_1)(V_2-V_1)}{2}=8p_1V_1\Rightarrow\eta=10\%$$

31. a. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare. Deoarece transformarea 1-2 este generală, pe baza principiul 1 al termodinamicii: $Q_{12}=\Delta U_{12}+L_{12}$, unde

$$\Delta U_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_2-T_1)=2(p_2V_2-p_1V_1)=2(4p_1V_3-p_1V_1)$$

Din ecuația procesului general 3-1 descris de ecuația $p=aV$ în coordonate p și V, obținem: $\frac{p_1}{V_1}=\frac{p_3}{V_3}\Rightarrow V_3=\frac{p_3V_1}{p_1}=2V_1\Rightarrow\Delta U_{12}=14p_1V_1$, iar

$$L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{5}{2}p_1V_1\Rightarrow Q_{12}=14p_1V_1+\frac{5}{2}p_1V_1=\frac{33}{2}p_1V_1>0;$$

$Q_{23}=\nu C_v(T_3-T_2)<0$, iar $Q_{31}=\Delta U_{31}+L_{31}<0\Rightarrow$ gazul primește căldură numai pe transformarea 1-2, astfel că: $Q_{primit}=Q_{12}=\frac{33p_1V_1}{2}=1650$ J.

b. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul mecanic este egal cu aria ciclului realizat în coordonate p și V, dacă ciclul este parcurs în sensul acelor de ceasornic, astfel că: $L_{ciclu}=\frac{(p_1-p_3)(V_3-V_1)}{2}=p_1V_1=100$ J.

c. Prin definiție randamentul ciclului este: $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}=\frac{2}{33}\approx6{,}06\%$

d. Prin definiție căldura molară pe transformarea 1-2 este $C_{12}=\frac{Q_{12}}{\nu(T_2-T_1)}$,

iar $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=8T_1\Rightarrow C_{12}=\frac{33p_1V_1}{14\nu T_1}\approx2{,}35R\approx19.52$ J/molK

32. a. Pentru a afla parametrii stării 2, utilizăm ecuația procesului 1-2 în coordonate p și V și obținem din $p=aV\Rightarrow\frac{p_1}{V_1}=\frac{p_2}{V_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1V_2}{V_1}$.

Cum $V_2=2V_1\Rightarrow p_2=2V_1$, iar din ecuația termică de stare pentru starea 2 obținem: $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{4p_1V_1}{\nu R}=4T_1$.

Aflăm parametrii în starea 3: $V_3=V_1;T_3=T_2=4T_1$ și pe baza ecuației procesului izoterm: $p_2V_2=p_3V_3\Rightarrow p_3=\frac{p_2V_2}{V_3}=4p_1$.

b. Conform principiului 1 al termodinamicii: $Q_{12}=L_{12}+\Delta U_{12}$, iar $L_{12}=\frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2}=\frac{3}{2}p_1V_1$ și cum $\Delta U_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)$

$\Rightarrow \Delta U_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{9}{2}p_1V_1 \Rightarrow Q_{12} = 6p_1V_1$ şi cum $Q_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2}$

$Q_{23} = -p_2V_2 \ln 2 = -4p_1V_1 \ln 2$ iar $Q_{31} = \nu C_v(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) \Rightarrow$

$Q_{31} = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) = -\frac{9}{2}p_1V_1 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură numai pe transformarea 1-2, astfel că: $Q_p = Q_{12} = 6p_1V_1 = 1800\,\text{J}$

c. Căldura molară pe transformarea 1-2 este $C_{12} = \frac{Q_{12}}{\nu(T_2 - T_1)} = \frac{6p_1V_1}{3\nu T_1} = 2R$

d. Dacă ciclul este parcurs în sens invers (în sensul acelor de ceasornic) devine un motor termic, al cărui randament se calculează cu relaţia:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{21}|}{Q_{13} + Q_{32}} = 1 - \frac{6p_1V_1}{\frac{9}{2}p_1V_1 + 4p_1V_1\ln 2} = \frac{8\ln 2 - 3}{9 + 8\ln 2} \approx 17{,}5\%$$

33. a. Pentru starea 2, utilizăm ecuaţia procesului 1-2 în coordonate p şi V: $p = aV \Rightarrow \frac{p}{V} = ct \Rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1}$. Utilizăm şi legea transformării izoterme: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow \frac{p_1V_2^2}{V_1} = 3p_1V_1 \Rightarrow V_2 = V_1\sqrt{3} \Rightarrow p_2 = p_1\sqrt{3}$.

b. Conform ecuaţiei termice de stare: $T_2 = \frac{p_2V_2}{\nu R} = 3\frac{p_1V_1}{\nu R} = 3T_1$.

Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este:

$$\eta = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \approx 66{,}66\%$$

c. Din ecuaţia termică de stare $pV = \nu RT$ şi din ecuaţia procesului $p = aV$ obţinem $aV^2 = \nu RT$. Procesul general 1-2 are în coordonate V şi T ecuaţia: $V = ct\sqrt{T} \Rightarrow$ reprezentarea grafică este o parabolă faţă de axa temperaturii absolute. Reprezentarea ciclului în coordonate V şi T este redată în figura R 1.4.16.

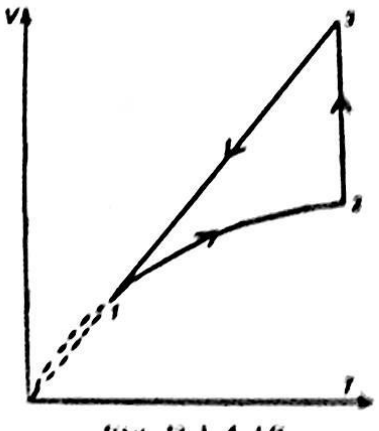


Fig. R 1.4.16

d. Randamentului ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) + \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{(p_1 + p_1\sqrt{3})(V_1\sqrt{3} - V_1)}{2} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + p_1V_1 \Rightarrow$$

$Q_{12}=\frac{3}{2}(3p_1V_1-p_1V_1)+p_1V_1=4p_1V_1$; $Q_{23}=\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_1}=p_2V_2\ln\sqrt{3}=1{,}65p_1V_1$ şi

$Q_{31}=\nu C_p(T_1-T_3)=\frac{5}{2}\nu R(T_1-T_3)=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_3V_3)=-5p_1V_1$ astfel că obţinem:

$$\eta=1-\frac{|Q_{31}|}{Q_{12}+Q_{23}}=1-\frac{5p_1V_1}{4p_1V_1+1{,}65p_1V_1}=1-\frac{5}{5{,}65}\approx 11{,}5\%.$$

34. a. Aflăm parametrii stării 3 utilizând ecuaţia transformării adiabatice 3-1 scrisă în coordonate p şi V: $p_1V_1^{\gamma}=p_3V_3^{\gamma}\Rightarrow p_3=p_1\left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma}=p_1\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}}=\frac{p_1}{16}$,

$V_3=8V_1$ şi utilizând ecuaţia termică de stare obţinem: $T_3=\frac{p_3V_3}{\nu R}=\frac{p_1V_1}{2\nu R}=\frac{T_1}{2}$.

Aflăm parametrii stării 2: $p_2=p_1$ şi utilizând ecuaţia procesului general în coordonate p şi V obţinem: $\frac{p_3}{V_3}=\frac{p_2}{V_2}\Rightarrow V_2=\frac{p_2V_3}{p_3}=\frac{p_1\cdot 8V_1\cdot 16}{p_1}=128V_1$ şi din ecuaţia termică de stare obţinem $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=128T_1$.

b. Pe ciclu lucrul mecanic schimbat cu mediul extern este $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{31}$, unde $L_{12}=p_1(V_2-V_1)=127p_1V_1$;

$$L_{23}=\frac{(p_2+p_3)(V_3-V_2)}{2}=\frac{\left(p_1+\frac{p_1}{16}\right)(8V_1-128V_1)}{2}=-\frac{17p_1}{32}\cdot 120V_1=-\frac{255p_1V_1}{4}$$

$$L_{31}=-\Delta U_{31}=-\nu C_V(T_1-T_3)=-\frac{\nu R}{\gamma-1}(T_1-T_3)=-3(p_1V_1-p_3V_3)=-\frac{3}{2}p_1V_1$$

Obţinem: $L_{ciclu}=127p_1V_1-\frac{255}{4}p_1V_1-\frac{3}{2}p_1V_1=\frac{247}{4}p_1V_1$

c. Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_p}$.

Calculăm căldura primită: $Q_p=Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)\Rightarrow$

$$Q_{12}=\frac{\nu\gamma R}{\gamma-1}(T_2-T_1)=4(\nu RT_2-\nu RT_1)=4(p_2V_2-p_1V_1)=508p_1V_1\Rightarrow\eta\approx 12{,}16\%$$

d. Căldura molară pe transformarea 2-3 este $C_{23}=\frac{Q_{23}}{\nu(T_3-T_2)}=\frac{\Delta U_{23}+L_{23}}{\nu(T_3-T_2)}$

$$\Rightarrow C_{23}=\frac{\nu C_V(T_3-T_2)+L_{23}}{\nu(T_3-T_2)}=C_V+\frac{L_{23}}{\nu(T_3-T_2)}=\frac{R}{\gamma-1}+\frac{L_{23}R}{p_3V_3-p_2V_2}=\frac{7R}{2}$$

35. a. Din legea transformării izoterme: $p_B V_B = p_C V_C \Rightarrow V_C = \frac{p_B V_B}{p_C} = 6V_A = 6$ L

b. Raportul cerut este $\frac{\Delta U_{AB}}{\Delta U_{CA}} = \frac{\nu C_V (T_B - T_A)}{\nu C_V (T_A - T_C)} = -1$, derorece $T_B = T_C$.

c. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul într-un ciclu este $L_{ciclu} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}$. Astfel conform interpretării geometrice a lucrului mecanic pe transformările *AB* şi *CA* obţinem: $L_{AB} = \frac{(p_A + p_B)(V_B - V_A)}{2} = 5p_A V_A$ şi $L_{CA} = \frac{(p_C + p_A)(V_A - V_C)}{2} = -\frac{15}{2} p_A V_A$. Din $L_{BC} = \nu R T_B \ln \frac{V_C}{V_B} = p_B V_B \ln 2 \Rightarrow$ $L_{BC} = 12 p_A V_A \ln 2 \approx 8{,}4 p_A V_A$, atunci $L_{ciclu} \approx 3{,}4 p_A V_A \approx 340$ J

d. Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p}$, unde $Q_p = Q_{AB} + Q_{BC}$.

Cum transformarea *A-B* este o transformare generală, pe baza primului principiu al termodinamicii obţinem: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + L_{AB}$.

Din $\Delta U_{AB} = \nu C_V (T_B - T_A) = \frac{3}{2} \nu R (T_B - T_A) = \frac{3}{2} (p_B V_B - p_A V_A) = 16{,}5 p_A V_A$ obţinem $Q_{AB} = 21{,}5 p_A V_A$, astfel că $Q_p \approx 29{,}9 p_A V_A$, deoarece $Q_{BC} = L_{BC} \approx 8{,}4 p_A V_A$.
Astfel obţinem $\eta \approx 11{,}37\%$

36. a. Procesul 1-2 este descris de ecuaţia $p = aV$ în coordonate p şi V şi de ecuaţia $V = b\sqrt{T}$ în coordonate V şi T (vezi problema **33** punctul **c**).
Reprezentările grafice ale procesului cerut sunt redate în figura R 1.4.17.

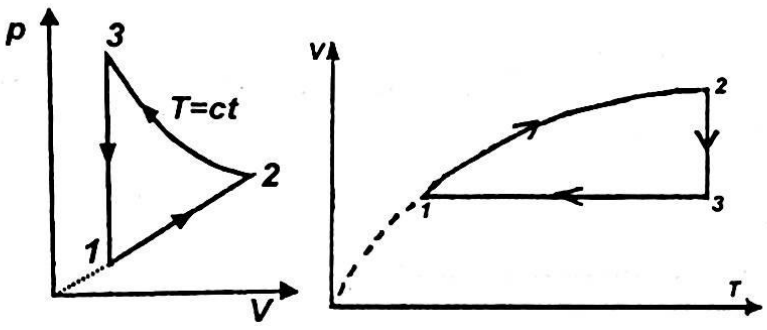


Fig. R 1.4.17

b. $L_{total} = L_{12} + L_{23} + L_{31}$. Dar $L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2}$, cu $p_2 = \frac{p_1}{V_1} \cdot V_2 = 4p_1 \Rightarrow$

$L_{12} = \frac{15 p_1 V_1}{2}$; $L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = p_2 V_2 \ln \frac{V_1}{4V_1} = -2 \cdot 16 p_1 V_1 \ln 2 = -32 p_1 V_1 \ln 2$, iar

$L_{31} = 0 \Rightarrow L_{total} = p_1 V_1 \left(\frac{15}{2} - 32 \ln 2 \right) \approx -14{,}676 p_1 V_1$.

c. $L_{total} < 0$, deoarece în coordonate p şi V ciclul este parcurs în sensul trigonometric şi gazul care evoluează după această transformare primeşte lucru

mecanic de la mediu. O astfel de maşină este o maşină frigorifică. Calculăm căldura totală cedată de gaz mediului: $Q_{23} = L_{23} = -32p_1V_1 \ln 2$ iar

$$Q_{31} = \nu C_V (T_1 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_3V_1) = \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_3)$$

Scriem ecuaţia transformării izoterme: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{16p_1V_1}{V_1} = 16p_1 \Rightarrow$

$Q_{31} = -\frac{45}{2}p_1V_1$. Astfel: $Q_{\text{cedat}} = Q_{23} + Q_{31} = -32p_1V_1 \ln 2 - \frac{45}{2}p_1V_1 = -44{,}676p_1V_1$.

Pe baza definiţiei eficienţei maşinii frigorifice: $\varepsilon = \frac{Q_{\text{cedat}}}{L} \approx 3{,}044$.

37. a. Identificăm transformările: 1-2 izocoră; 2-3 izobară şi 3-1 este o transformare generală descrisă de ecuaţia $T = ap^2$. Determinăm ecuaţia procesului 3-1 în coordonate p şi V, utilizând ecuaţia termică de stare:

$pV = \nu RT \Rightarrow pV = \nu Rap^2 \Rightarrow p = \frac{V}{\nu Ra} = bV$, cu b=ct.

Reprezentarea grafică a ciclului este R 1.4.18.

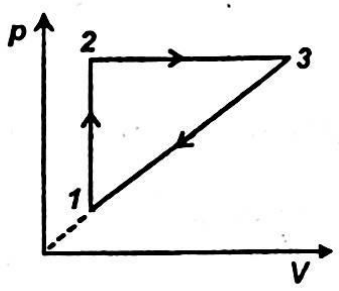


Fig. R 1.4.18

b. $Q_p = Q_{12} + Q_{23}$, deoarece numai pe transformările 1-2 şi 2-3 se primeşte căldură, astfel că: $Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$. Pe baza ecuaţiei transformării izocore 1-2: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2T_1}{p_1} = 2T_1 \Rightarrow Q_{12} = \nu C_V T_1$, iar

$Q_{23} = \nu C_P (T_3 - T_2)$. Conform ecuaţiei procesului 3-1, $\frac{p}{V} = const$ obţinem:

$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_3 = \frac{p_3V_1}{p_1} = \frac{p_2 \cdot V_1}{p_1} = 2V_1$, iar din ecuaţia termică de stare:

$T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{4p_1V_1}{\nu R} = 4T_1 \Rightarrow Q_{23} = \nu C_P (4T_1 - 2T_1) = 2\nu C_P T_1$.

Conform relaţiei lui Robert Mayer: $C_P = C_V + R \Rightarrow$

$$Q_{23} = 2\nu(C_V + R)T_1 = 2\nu C_V T_1 + 2\nu RT_1 \Rightarrow Q = 3\nu C_V T_1 + 2\nu RT_1 \Rightarrow C_V = \frac{Q}{3\nu T_1} - \frac{2R}{3}$$

$C_V = 20{,}775$ J/molK $\Rightarrow C_V = \frac{5R}{2} \Rightarrow$ gazul ideal este biatomic.

c. Prin definiţie căldura molară este: $C_{13} = \frac{Q_{13}}{\nu \cdot \Delta T_{13}}$, unde pe baza primului principiu al termodinamicii $Q_{13} = \Delta U_{13} + L_{13} \Rightarrow Q_{13} = \nu C_V \Delta T_{13} + L_{13} \Rightarrow$

$$C_{13} = \frac{\nu C_V \Delta T_{13} + L_{13}}{\nu \Delta T_{13}} = C_V + \frac{L_{13}}{\nu \Delta T_{13}} = C_V + \frac{L_{13}}{\nu(T_3 - T_1)} = C_V + \frac{L_{13}}{3\nu T_1} = C_V + \frac{L_{13}R}{3p_1V_1}.$$

Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic: $L_{13}=\frac{(p_1+p_3)(V_3-V_1)}{2}=\frac{3p_1V_1}{2}\Rightarrow C_{13}=C_V+\frac{R}{2}=3R=24{,}93$ J/molK.

d. Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic: $L_{ciclu}=A_{ciclu}=\frac{(p_2-p_1)(V_3-V_1)}{2}=\frac{p_1V_1}{2}\Rightarrow\eta=\frac{p_1V_1}{2Q}=\frac{\nu RT_1}{2Q}\approx 5{,}26\%$.

38. a. Calculăm căldurile pe transformările 2-3 şi 3-1:

$$Q_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{3}{2}\nu R(T_3-T_2)=\frac{3}{2}(p_3V_3-p_2V_2)=\frac{3}{2}\cdot 4V_1(p_1-2p_1)=-6p_1V_1$$

$$Q_{31}=\nu C_p(T_1-T_3)=\frac{5}{2}\nu R(T_1-T_3)=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_3V_3)=\frac{5}{2}p_1(V_1-4V_1)=-7{,}5p_1V_1,$$

astfel căldura totală cedată pe ciclu este $Q_{cedat}=Q_{23}+Q_{31}=-13{,}5p_1V_1$

b. Utilizăm principiul I al termodinamicii: $\Delta U=Q-L\Rightarrow L=Q-\Delta U$.

Cum pentru o transformare ciclică $\Delta U_{ciclu}=0\Rightarrow L_{ciclu}=Q=Q_{12}+Q_{23}+Q_{31}$,

obţinem: $L_{ciclu}=23{,}5p_1V_1-6p_1V_1-7{,}5p_1V_1=10p_1V_1$.

c. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}=\frac{L_{ciclu}}{Q_{12}}\approx 42{,}55\%$.

d. Prin definiţie, randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta_C=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_2}$, unde $T_{min}=T_1$ şi $T_{max}=T_2$.

Conform ecuaţiei termice de stare: $T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{8p_1V_1}{\nu R}=8T_1\Rightarrow\eta_C=87{,}5\%$

39. a. Din ecuaţia termică de stare $p_2=\frac{\nu RT_2}{V_2}=\frac{4\nu RT_1}{V_1}=4p_1$.

b. Aflăm parametrii stării 3: $p_3=p_2=4p_1$ şi pe baza ecuaţiei procesului 3-1:

$V_1=a\sqrt{T_1}$ şi $V_3=a\sqrt{T_3}\Rightarrow\ \frac{V_1}{V_3}=\sqrt{\frac{T_1}{T_3}}\Rightarrow\left(\frac{V_1}{V_3}\right)^2=\frac{T_1}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{T_1V_3^2}{V_1^2}$ şi conform ecuaţiei termice de stare $p_3V_3=\nu RT_3\Rightarrow$

$$4p_1V_3=\frac{\nu RT_1V_3^2}{V_1^2}\Rightarrow V_3=\frac{4p_1V_1^2}{\nu RT_1}=4V_1\Rightarrow T_3=16T_1$$

c. Prin definiţie, puterea motorului este $P=\frac{L_{ciclu}}{t}$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic din figura R 1.4.19 $\Rightarrow L_{ciclu}=A_{ciclu}=\frac{3p_1\cdot 3V_1}{2}=\frac{9p_1V_1}{2}\Rightarrow$

$$P=\frac{L_{ciclu}}{t}=\frac{9p_1V_1}{2t}=4{,}5\cdot 10^6\text{ W}.$$

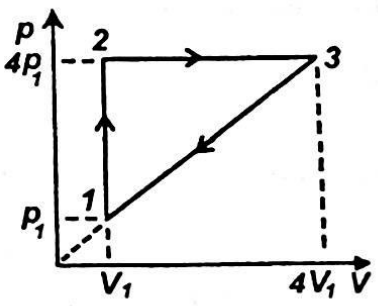


Fig. R 1.4.19

d. Prin definiție, randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Căldura primită este: $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23}$.

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 4{,}5\,p_1V_1$$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = 30\,p_1V_1$$

$$Q_{primit} = 34{,}5\,p_1V_1 \Rightarrow \eta = \frac{4{,}5\,p_1V_1}{34{,}5\,p_1V_1} \approx 13\%.$$

40.a. Deoarece trasformarea ciclică este parcursă în sensul acelor de ceasornic, conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, lucrul mecanic efectuat de motor este egal cu aria ciclului. Astfel că: $L_{ciclu} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)}{2} = 2216\ \text{J}$

b. Calculăm căldura primită, determinând valorile căldurilor pe fiecare transformare.

$$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 = 1662\text{J}$$

$\Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primește căldură.

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}p_2(V_3 - V_2) = 8310\text{J}$$

$\Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul primește căldură.

Pe transformările 3-4 și 4-1 gazul cedează căldură. Căldura totală primită este: $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23} = 9972$ J.

c. Randamentul ciclului este: $\eta_{ciclu} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} \approx 22{,}22\%$

d. Calculăm randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, deoarece $T_{min}=T_1$ și $T_{max}=T_3$. Utilizăm ecuațiile termice de stare în stările 1 și 3, astfel că $T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R}$ și $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{p_2V_3}{\nu R}$, astfel că randamentul ciclului Carnot este: $\eta_c = 1 - \frac{p_1V_1}{p_2V_3} \approx 88{,}88\%$.

41. a. Transformările sunt: 1-2 izocoră, deoarece $\rho = \frac{m}{V}$=const, 2-3 izobară, deoarece din ecuația termică de stare $pV = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT} \Rightarrow \rho T$=ct; 3-4 izocoră și 4-1 izobară. Reprezentarea ciclului în coordonate p și V este redată în figura R 1.4 20.

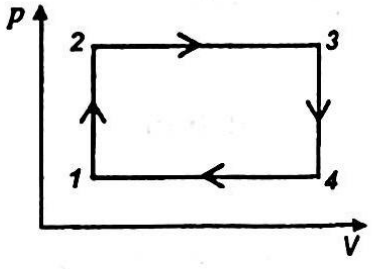


Fig. R 1.4.20

b. Din ecuația transformării izobare $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_2}=\frac{V_3T_2}{V_1}$.

Dar $V_3=\frac{m}{\rho_3}=\frac{2m}{\rho_1}=2V_1\Rightarrow T_3=4T_1=\frac{4p_1V_1}{\nu R}\approx 385\ \text{K}$

c. Variația energiei interne în procesul 3-4-1 este $\Delta U_{31}=\nu C_V(T_1-T_3)\Rightarrow$

$\Delta U_{31}=-\frac{3\nu RT_1}{\gamma-1}=-\frac{3p_1V_1}{\gamma-1}=-\frac{9}{2}p_1V_1=-3600\ \text{J}$

d. Din legea transformării izocore $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1T_2}{T_1}=2p_1$.

Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L_{ciclu}=(p_2-p_1)(V_3-V_2)=p_1V_1$. Gazul primește căldură pe transformările 1-2 și 2-3, astfel că $Q_{primită}=Q_{12}+Q_{23}\Rightarrow$ $Q_{primită}=\nu C_V(T_2-T_1)+\nu C_p(T_3-T_2)$. Valorile căldurilor molare sunt $C_V=\frac{R}{\gamma-1}=\frac{3R}{2}$ și $C_p=\frac{\gamma R}{\gamma-1}=\frac{5R}{2}\Rightarrow Q_{primită}=\frac{3}{2}\nu RT_1+5\nu RT_1=\frac{13}{2}p_1V_1\Rightarrow$

randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}}\approx 15{,}38\%$

42. a. Din ecuația de stare obținem: $\nu=\frac{p_1V_1}{RT_1}\approx 0{,}08$ moli

b. Ciclul este format din două transformări izobare 1-2 și 3-4 și două transformări izocore 2-3 și 4-1. Reprezentarea grafică a ciclului în coordonate p și V este redată în figura R.1.4 21.

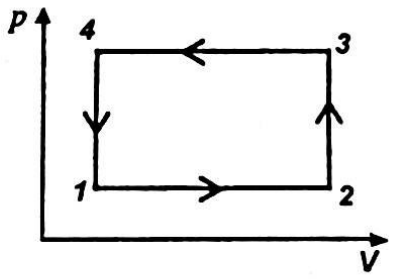


Fig. R 1.4.21

Lucrul mecanic total este: $L_{ciclu}=(p_1-p_4)(V_2-V_1)$.

Pe baza ecuației transformării izobare: $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow V_2=\frac{V_1T_2}{T_1}=2V_1$ și pe baza ecuației transformării izocore obținem: $\frac{p_2}{T_2}=\frac{p_3}{T_3}\Rightarrow p_3=\frac{p_2T_3}{T_2}$. Din ecuațiile de stare $p_1V_1=\nu RT_1$, $p_1V_2=\nu RT_2$, $p_3V_2=\nu RT_3$ și $p_3V_1=\nu RT_4$ obținem prin înmulțirea primei cu a treia ecuație și apoi a celei de-a doua cu a patra:

$p_1p_3V_1V_2=\nu^2R^2T_1T_3=\nu^2R^2T_2T_4\Rightarrow T_1T_3=T_2T_4=T_2^2\Rightarrow T_3=\frac{T_2^2}{T_1}=4T_1=1200\text{K}\Rightarrow$

$p_3=p_4=2p_2=2p_1$. Astfel obținem: $L_{ciclu}=-p_1V_1=-\nu RT_1=-2493$ J. Deoarece ciclul este parcurs în sens contrar acelor de ceasornic lucrul mecanic este negativ, adică gazul primește lucru mecanic de la mediu.

c. Calculăm căldurile pe fiecare proces: $Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu RT_1$;

$$Q_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = 3\nu RT_1;$$

$$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_3) = -5\nu RT_1 \text{ şi}$$

$$Q_{41} = \nu C_V (T_1 - T_4) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_4) = -\frac{3}{2}\nu RT_1.$$

Căldura totală schimbată este $Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = -\nu RT_1 = -2493\ \text{J}$

d. Raportul cerut este: $\frac{Q_{cedată}}{L_{ciclu}} = \frac{Q_{34} + Q_{41}}{L_{ciclu}} = -\frac{13\nu RT_1}{2L_{ciclu}} = 6{,}5$

43.a. Reprezentările grafice cerute sunt redate în figura R 1.4.22.

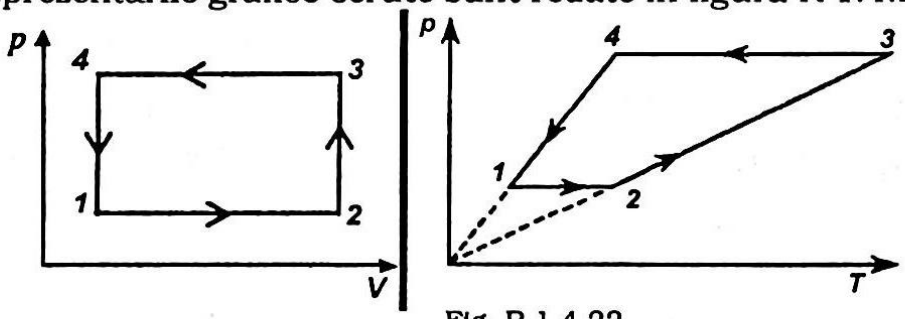


Fig. R 1.4.22

b. Calculăm parametrii stărilor 2, 3 şi 4 în funcţie de parametrii primei stări.

Pentru starea 2: $p_2 = p_1;\ V_2 = 2V_1;\ T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R} = \frac{2p_1 V_1}{\nu R} = 2T_1$

Pentru starea 4: $V_4 = V_1;\ T_4 = 2T_1$ şi din ecuaţia termică de stare, obţinem:

$$p_4 V_4 = \nu RT_4 \Rightarrow p_4 = \frac{\nu RT_4}{V_4} = \frac{2\nu RT_1}{V_1} = 2p_1.$$

Pentru starea 3: $p_3 = p_4 = 2p_1;\ V_3 = V_2 = 2V_1;\ T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{4p_1 V_1}{\nu R} = 4T_1$

c. Raportul variaţiilor energiilor interne este $\frac{\Delta U_{23}}{\Delta U_{41}} = \frac{\nu C_V (T_3 - T_2)}{\nu C_V (T_1 - T_4)} = -2$

d. $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu RT_1 = \frac{5}{2}p_1 V_1;\ Q_{23} = \nu C_v (T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R \cdot 2T_1 = 3p_1 V_1$

$$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R \cdot 2T_1 = -5p_1 V_1;\ Q_{41} = \nu C_v (T_1 - T_4) = -\frac{3}{2}\nu RT_1 = -\frac{3}{2}p_1 V_1$$

Căldura totală schimbată este $Q_t = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = -p_1 V_1$

Pe transformările 1-2 şi 2-3 gazul primeşte căldură în timp ce pe transformările 3-4 şi 4-1 gazul cedează căldură. Deoarece $Q_t < 0$, înseamnă că pe această transformare ciclică, gazul cedează mai multă căldură mediului faţă de cât primeşte de la mediu. Cum pe transformarea ciclică $\Delta U_{ciclu} = 0$ şi pe baza primului principiului al termodinamicii $\Delta U = Q_t - L = 0 \Rightarrow L = -p_1 V_1 < 0$. Lucrul mecanic pe transformarea ciclică este negativ, deoarece aceasta este parcursă în sens trigonometric. Acest lucru mecanic este egal cu aria ciclului în coordonate p şi V dar cu semn schimbat.

44. a. Reprezentarea procesul ciclic în coordonate p şi V este redată grafic în figura R 1.4.23.

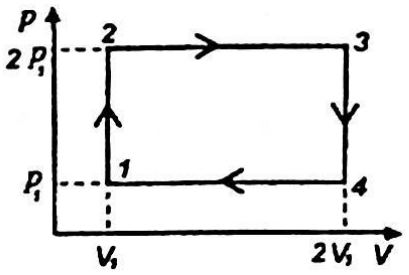


Fig. R 1.4.23

b. Din legea transformării izocore 1-2 obţinem: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow p_2=\frac{p_1T_2}{T_1}=2p_1$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic obţinem: $L_{ciclu}=\frac{(p_2-p_1)(V_3-V_1)}{2}=\frac{p_1V_1}{2}=\frac{\nu RT_1}{2}\approx 1246{,}5$ J

c. Randamentul ciclului este: $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_p}$, unde căldura primită pe ciclu este:

$Q_p=Q_{12}+Q_{23}$, cu $Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu RT_1$ şi $Q_{23}=\nu C_p(T_3-T_2)=\frac{7}{2}\nu R(T_3-2T_1)$.

Din legea transformării izobare 2-3 obţinem: $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{V_3T_2}{V_1}=4T_1$, astfel că

$$Q_{23}=7\nu RT_1\Rightarrow Q_p=\frac{19\nu RT_1}{2}\Rightarrow\eta=\frac{2}{19}\approx 10{,}52\%$$

d. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme atinse de gaz în decursul procesului ciclic dat este $\eta_c=1-\frac{T_{min}}{T_{max}}=1-\frac{T_1}{T_3}=75\%$

45. a. Reprezentarea succesiunea de procese termodinamice în sistemul de coordonate V–T este redată în figura R 1.4.24.

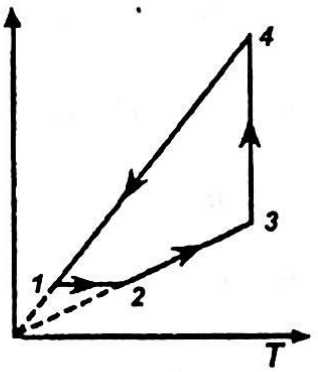


Fig. R 1.4.24

b. Energia internă a gazului în starea 2 este $U_2=\nu C_VT_2=\frac{3}{2}\nu RT_2$. Cum transformarea 1-2 este izocoră, atunci $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\Rightarrow T_2=\frac{p_2T_1}{p_1}=2T_1$.

Obţinem $U_2=3\nu RT_1$ =6232,5 J

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz într-un ciclu este $L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}$. Cum L_{12}=0, $L_{23}=p_2(V_3-V_1)$, iar din legea transformării izobare $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}\Rightarrow V_3=\frac{V_2T_3}{T_2}=1{,}5V_1$, astfel că $L_{23}=p_1V_1$. Din $L_{34}=\nu RT_3\ln\frac{V_4}{V_3}$ şi din legea transformării izoterme $p_3V_3=p_4V_4\Rightarrow V_4=\frac{p_3V_3}{p_4}=3V_1$, astfel că $L_{34}=3p_1V_1\ln 2\approx 2{,}1p_1V_1$. Pe transformarea 4-1 $L_{41}=p_1(V_1-V_4)=-2p_1V_1$. Obţinem: $L_{ciclu}\approx 1{,}1p_1V_1\approx 1{,}1\nu RT_1\approx 2285{,}25$ J

d. Randamentul ciclului este: $\eta_c=\frac{L_{ciclu}}{Q_p}$, unde căldura primită pe ciclu este:

$Q_p = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34}$. Cum $Q_{12} = \nu C_{V'}(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1$, $Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu RT_1$ şi

$Q_{34} = \nu RT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = 3\nu RT_1 \ln 2 \approx 3{,}3\nu RT_1$. Obţinem: $Q_p \approx 5{,}3\nu RT_1$, astfel că $\eta \approx 20{,}75\%$

46.a. Din legea transformării izobare obţinem: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_1 = \frac{V_1 T_2}{V_2} = \frac{2T_2}{3} = 300\text{K}$

b. Lucrul mecanic total schimbat de gaz cu mediul exterior în transformarea ciclică este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, unde $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = \frac{\nu RT_2}{3}$,

$L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = \nu RT_2 \ln\frac{e}{1{,}5} = \nu RT_2(\ln e - \ln 1{,}5) = 0{,}6\nu RT_2$, $L_{34}=0$ şi

$L_{41} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_4} = \frac{2\nu RT_2}{3}\ln\frac{1}{e} = -\frac{2\nu RT_2}{3}$, astfel că $L_{ciclu} = \frac{0{,}8}{3}\nu RT_2 = \frac{4L_{23}}{9} = 400\text{ J}$

c. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme atinse de gaz în decursul procesului ciclic dat este

$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{3} \approx 33{,}33\%$

d. Randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p}$, unde căldura primită pe ciclu este:

$Q_p = Q_{12} + Q_{23}$, cu $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{4\nu RT_2}{3}$ şi $Q_{23} = L_{23} = 0{,}6\nu RT_2$.

Obţinem $Q_p = \frac{5{,}8}{3}\nu RT_2$, astfel că $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p} = \frac{4}{29} \approx 13{,}8\%$

47. a. Reprezentarea ciclului în coordonate p şi V este redată grafic în figura R.1.4.25.

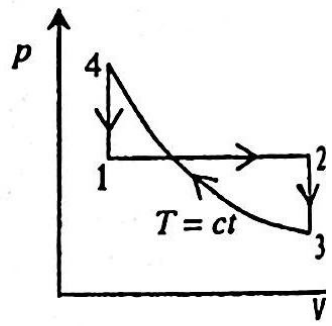


Fig. R 1.4.25

b. Lucrul mecanic efectuat de gaz într-un ciclu este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$. Dar $L_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 3p_1V_1$, $L_{23}=0$,

$L_{12} = \nu RT_3 \ln\frac{V_1}{V_3} = p_3V_3 \ln\frac{p_3}{p_1} = \frac{4p_1V_1}{3}\ln\frac{1}{3} \approx -\frac{4{,}4p_1V_1}{3}$. Obţinem

$L_{ciclu} \approx \frac{4{,}6p_1V_1}{3} \approx 173{,}33\text{ J}$

c. Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_p}$, unde căldura primită pe ciclu este:

$Q_p = Q_{12}$, cu $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}p_1(V_2 - V_1) = \frac{15}{2}p_1V_1$.

Astfel obţinem: $\eta = \frac{9{,}2}{45} \approx 20{,}44\%$

d. Randamentul ciclului Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{p_1V_1}{p_2V_2} = 75\%$

48. a. Raportul ariilor A_2/A_1 reprezintă fizic raportul lucrurilor mecanice pe cele două transformări ciclice, deoarece reprezentarea acestora este realizată în coordonate p şi V, astfel că $A_1 = L_1 = p_0 \cdot \frac{V_0}{2}$ şi $A_2 = L_2 = L_{12} + L_{23} + L_{31}$.

Deoarece pe transformarea 1-2 gazul nu schimbă energie cu mediul extern sub formă de căldură, transformarea gazului este adiabată.

$$L_{12} = -\Delta U_{12} = -\nu C_v (T_2 - T_1) = -\nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) \Rightarrow$$

$$L_{12} = 2\nu R(T_1 - T_2) = 2(\nu R T_1 - \nu R T_2) = 2(2p_0V_0 - p_2V_0) = 2V_0(2p_0 - p_2)$$

Scriem legea transformării adiabate în coordonate p şi V, astfel că:

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_0(2V_0)^\gamma = p_2V_0^\gamma \Rightarrow p_2 = p_0 \cdot 2^\gamma = p_0 \cdot 2^{\frac{3}{2}} = p_0\sqrt{8} = 2p_0\sqrt{2};$$

$$L_{12} = 2V_0\left(2p_0 - 2p_0\sqrt{2}\right) = -4p_0V_0\left(\sqrt{2} - 1\right);$$

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 2p_0\sqrt{2}(2V_0 - V_0) = 2p_0V_0\sqrt{2} \text{ şi } L_{31} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = L_2 = -4p_0V_0\left(\sqrt{2} - 1\right) + 2p_0V_0\sqrt{2} = 2p_0V_0\left(\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2 = 2p_0V_0\left(2 - \sqrt{2}\right) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 4\left(2 - \sqrt{2}\right) = 2{,}36$$

b. Prin definiţie $\eta = \frac{L}{Q_p} \Rightarrow \eta_1 = \frac{L_1}{Q_{p_1}}$ şi $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_{p_2}} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{L_2}{Q_{p_2}} \cdot \frac{Q_{p_1}}{L_1} = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{Q_{p_1}}{Q_{p_2}}$

Calculăm căldurile primite pe fiecare transformare ciclică:

$$Q_{p_2} = Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{\nu\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = 3(p_3V_3 - p_2V_2) = 3p_2(V_3 - V_2) =$$

$$Q_{p2} = 3 \cdot 2p_0\sqrt{2} \cdot V_0 = 6p_0V_0\sqrt{2}$$

$$Q_{p_1} = \nu C_v\left(T_2' - T_1'\right) + \nu C_p\left(T_3' - T_2'\right) = 2\nu R\left(T_2' - T_1'\right) + 3\nu R\left(T_3' - T_2'\right) =$$

$$= 2\left(2p_0 \cdot \frac{V_0}{2} - p_0 \cdot \frac{V_0}{2}\right) + 3\left(2p_0V_0 - 2p_0 \cdot \frac{V_0}{2}\right) = p_0V_0 + 3p_0V_0 = 4p_0V_0$$

Obţinem: $\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{8\left(\sqrt{2} - 1\right)}{3} \approx 1{,}116$

c. Prin definiţie puterea dezvoltată de o maşină termică reprezintă raportul dintre lucrul mecanic şi timpul în care se efectuează acest lucru mecanic, astfel că: $P_2 = \frac{L_2}{t_2}$ şi $P_1 = \frac{L_1}{t_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{t_1}{t_2} = \frac{A_2}{2A_1} = 2\left(2 - \sqrt{2}\right) \approx 1{,}18$

d. Randamentul unei maşini termice ideale (Carnot) care ar funcţiona după un ciclu între temperaturile extreme ale stărilor 1' şi 3 este:

$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1'}{T_3} = 1 - \frac{p_0V_0}{2\nu R} \frac{\nu R}{p_3V_3} = 1 - \frac{p_0}{4p_2} = 1 - \frac{1}{8\sqrt{2}} \approx 91{,}13\%$$

49. a. Lucrul mecanic efectuat de gaz pe un ciclu este:

$L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, unde $L_{12} = L_{34} = 0$; $L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_1} = 4\nu RT_1$

şi $L_{41} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_4} = -\nu RT_1 \ln\frac{V_3}{V_4} = -2\nu RT_1 \Rightarrow L_{ciclu} = 2\nu RT_1$=4986 J

b. Căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare sunt:

$Q_{12} = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1$=3739,5 J; $Q_{23} = L_{23} = 4\nu RT_1$=9972 J;

$Q_{34} = \nu C_v(T_4 - T_3) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = -\frac{3}{2}\nu RT_1 = -3739{,}5$ J şi

$Q_{41} = L_{31} = -2\nu RT_1 = -4986$ J

c. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$. Pe transformările 1-2 şi 2-3 gazul primeşte căldură, în timp ce pe transformările 3-4 şi 4-1 cedează căldură; astfel că: $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23} = \frac{11}{2}\nu RT_1 \Rightarrow \eta = \frac{4}{11} \approx 36{,}36\%$

d. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$=50%

50. a. $Q_{34} = 0$, deoarece transformarea 3-4 este adiabatică

b. Lucrul mecanic efectuat de de gaz în procesul 1→2 este:

$L_{12} = -\nu C_v(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$ şi din ecuaţia 1-2: $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \Rightarrow$

$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = p_1 2^{3\frac{5}{3}} = 32p_1 \Rightarrow L_{12} = -\frac{9}{2}p_1V_1 = -\frac{9}{2}\nu RT_1 \approx -14.96$ kJ

c. Din $Q_{41} = \nu C_v(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) = \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_4)$ şi din ecuaţia adiabatei 3-4 $p_4V_4^{\gamma} = p_3V_3^{\gamma} \Rightarrow p_4 = p_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = 1{,}5p_2\frac{1}{2^5} = 1{,}5p_1$,

astfel obţinem căldura cedată în ciclu $Q_{41} = -\frac{3}{4}p_1V_1 = -\frac{3}{4}\nu RT_1 = -2493$ J

d. Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}}$

Din $Q_{23} = \nu C_v(T_3 - T_2) = \nu\frac{3}{2}R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}V_2(p_3 - p_2) = \frac{3}{4}p_2V_2 = 3p_1V_1 \Rightarrow$

$Q_{23} = 3\nu RT_1$, astfel obţinem randamentul ciclului η=75%

40. a.b. Reprezentăm ciclul Otto în coordonatele cerute în figura R 1.4.26.

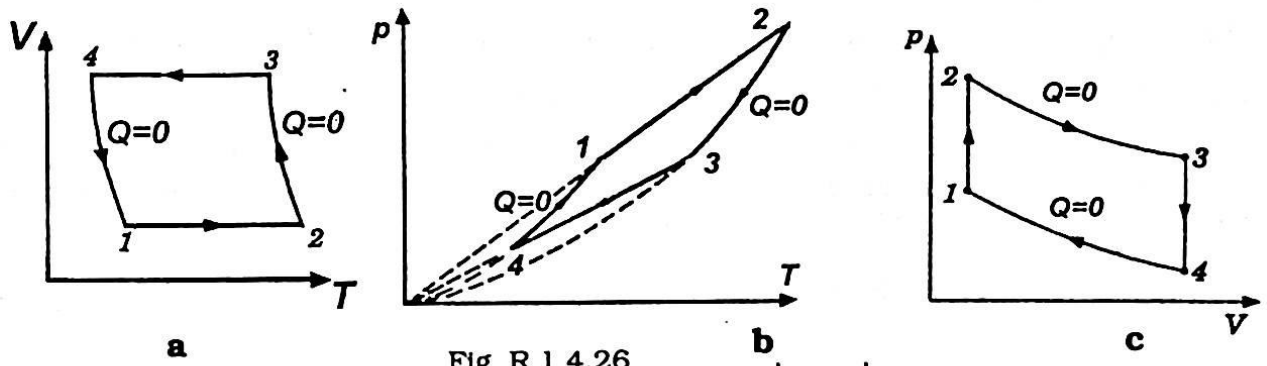


Fig. R 1.4.26

c. Prin definiţie randamentul ciclului este : $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Cum pe transformările 2-3 şi 4-1 nu se schimbă căldură cu mediul extern atunci $Q_{23} = Q_{31} = 0$. Calculăm căldurile pe celelalte două transformări. Pe transformarea 1-2, $Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) > 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură.

Pe transformarea 3-4 $Q_{34} = \nu C_v (T_4 - T_3) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură.

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$

Scriem ecuaţia proceselor adiabatice în coordonate V şi T astfel că:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_3 \varepsilon^{\gamma-1} \text{ şi}$$

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_4 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_4 \varepsilon^{\gamma-1} \Rightarrow$$

randamentul ciclului Otto este : $\eta = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_3 \varepsilon^{\gamma-1} - T_4 \varepsilon^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$.

52. a. Reprezentarea grafică a unui motor care funcţionează pe baza unui ciclu Otto este redată în figura R 1.4.26 c (coordonate p,V). Deoarece transformarea 1-2 este adiabatică $Q_{12}=0 \Rightarrow L_{12}=-\Delta U_{12}=-720$ kJ.

b. Transformarea 2-3 este izocoră şi $L_{23}=0 \Rightarrow$ din primul principiu al termodinamicii $\Delta U_{23} = Q_{23} - L_{23}$ obţinem $\Delta U_{23} = Q_{23} = 480$kJ.

Transformarea 3-4 este adiabatică, astfel că $Q_{34}=0 \Rightarrow$ $\Delta U_{34}=-L_{34}=-900$ kJ. Deoarece tranformarea 1-2-3-4-1 este ciclică atunci $\Delta U_{ciclu}=0 \Rightarrow \Delta U_{ciclu} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} \Rightarrow \Delta U_{41}=-300$ kJ.

Cum transformarea 4-1 este izocoră $L_{41}=0 \Rightarrow Q_{41}=\Delta U_{41}=-300$ kJ

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} = 180$ kJ

d. Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{23}}$ cu

$Q_{primită}=Q_{23}$, astfel că $\eta=37,5\%$

53. a. Reprezentarea grafică a unui motor care funcţionează pe baza unui ciclu Diesel este redată în figura R 1.4.27. Deoarece transformarea 1-2 este adiabatică $Q_{12}=0 \Rightarrow L_{12}=-\Delta U_{12}=-920$kJ. Transformarea 2-3 este izobară şi din primul principiu al termodinamicii

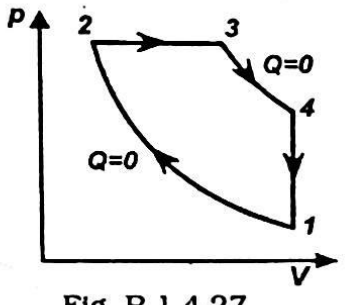


Fig. R 1.4.27

$\Delta U_{23} = Q_{23} - L_{23}$ =180 kJ. Deoarece tranformarea 1-2-3-4-1 este ciclică atunci ΔU_{ciclu}=0 $\Rightarrow \Delta U_{ciclu} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} \Rightarrow \Delta U_{34}$=−980 kJ.
Deoarece transformare 3-4 este adiabatică Q_{34}=0 $\Rightarrow L_{34}$=−ΔU_{34}=980kJ. Transformarea 4-1 este izocoră astfel că L_{41}=0 şi din primul principiu al termodinamicii Q_{41}=ΔU_{41}+L_{41}=−120 kJ

b. Prin definiţie exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$. Cum $Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2)$ şi

$\Delta U_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) \Rightarrow \gamma = \frac{Q_{23}}{\Delta U_{23}} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ gazul este poliatomic.

c. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern pe întreg ciclu este:
$L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$ =120 kJ

d. Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}}$ şi $Q_{primită}$=Q_{23}=240 kJ $\Rightarrow \eta$=50%

54. a. Numărul de moli de gaz este $\nu = \frac{p_1 V_1}{R T_1} \approx 0{,}666$ moli

b. Energia internă a gazului în starea 1: $U_1 = \nu C_V T_1 = \frac{5}{2} \nu R T_1 = \frac{5}{2} p_1 V_1$ =4155J

c. Lucrul mecanic schimbat de gaz cu exteriorul pe parcursul comprimării adiabatice 1-2 este $L_{12} = -\nu C_V (T_2 - T_1) = -1{,}8\nu \frac{5}{2} R T_1 = -4{,}5 p_1 V_1 = -7479$ J

d. Din definiţie $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}}$, iar $Q_{41} = \nu C_V (T_1 - T_4)$<0,.

Cum $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_2 T_3}{T_2} = 2V_2$, iar din ecuaţia adiabatei 1-2, $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

obţinem $V_2 = V_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$. Din ecuaţia adiabatei 3-4, $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$ obţinem

$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1} \right)^{\gamma-1} = 5{,}6 T_1 \cdot 2^{\gamma-1} \frac{T_1}{T_2} = 2 T_1 2^{0{,}4} \approx 2{,}64 T_1$, astfel că $Q_c = Q_{41} = -4{,}1 \nu R T_1$ şi

$Q_p = Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = 9{,}8 \nu R T_1$, iar $\eta \approx 58{,}16\%$

55. a. Identificăm transformările: 1-2 adiabată; 2-3 izobară, 3-4 adiabată şi 4-1 izocoră. Reprezentările grafice ale motorului Diesel în coordonate (V,T) şi (p,T) sunt redate în figura R 1.4.28:

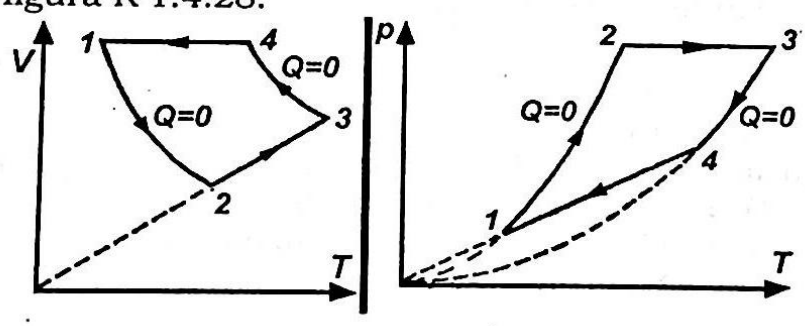


Fig. R 1.4.28

b. Conform formulei randamentului: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel obținem:

$$Q_{12} = 0;\ Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \nu \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_3 V_3 - p_2 V_2) \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 (V_3 - V_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 V_2 (\rho - 1) > 0$$

Utilizăm ecuația transformarii adiabatice 1-2 scrisă în coordonate p și V astfel că: $p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = p_1 \varepsilon^{\gamma} \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 \varepsilon^{\gamma} \frac{V_1}{\varepsilon}(\rho - 1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 V_1 \varepsilon^{\gamma - 1}(\rho - 1);\ Q_{34} = 0;$$

$$Q_{41} = \nu C_v (T_1 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_1 - T_4) = \frac{p_1 V_1 - p_4 V_4}{\gamma - 1} \Rightarrow Q_{41} = \frac{V_1 (p_1 - p_4)}{\gamma - 1} < 0 \Rightarrow$$

pe transformarea 4-1 gazul cedează căldură.

Scriem ecuația procesului adiabatic 3-4 în coordonate p și V:

$$p_3 V_3^{\gamma} = p_4 V_4^{\gamma} \Rightarrow p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma} = p_2 \left(\frac{\rho V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = p_2 \rho^{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma \varepsilon^{\gamma - 1}(\rho - 1)}$$

c. Conform definiției randamentului ciclului Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$,

deoarece $T_{\min} = T_1$ și $T_{\max} = T_3$ Conform ecuației termice de stare $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$ și

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = 1 - \frac{p_1 V_1}{p_2 \rho V_2} = 1 - \frac{p_1 V_1 \varepsilon}{p_1 \varepsilon^{\gamma} \rho V_1} = 1 - \frac{1}{\rho \varepsilon^{\gamma - 1}}$$

56. a. Energia internă a gazului în starea inițială este

$$U = \nu C_V T_1 = \frac{5}{2} \nu R T_1 = 6232{,}5 \text{ J}$$

b. Ținând cont că lucrul mecanic este o mărime aditivă, atunci: $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$. Calculăm lucrul mecanic pe fiecare transformare:

$L_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = \nu R (T_2 - T_1)$ și $L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = \nu R T_2 \ln \frac{p_2}{p_3}$.

Deoarece legea transformării izoterme este: $p_2 V_2 = p_3 V_3$ obținem:

$L_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{p_1}{p_3} = \nu R T_2$, pentru că $\ln \frac{p_1}{p_3} = \ln e = 1$.

Din $L_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = \nu R (T_1 - T_2)$ și $L_{41} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_4} = \nu R T_1 \ln \frac{p_3}{p_1} = -\nu R T_1$

obținem $L_{ciclu} = \nu R (T_2 - T_1) + \nu R T_2 + \nu R (T_1 - T_2) - \nu R T_1 = \nu R (T_2 - T_1) = 1662 \text{ J}$

c. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare, astfel că: $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 5817$ J;

$Q_{23} = \nu RT_2 = 4155$ J; $Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \frac{7}{2}\nu R(T_1 - T_2) = -5817$ J;

$Q_{41} = -\nu RT_1 = -2493$ J $\Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformările 1-2 şi 2-3 şi cedează căldură pe transformările 3-4 şi 4-1.

d. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta_{ciclu} = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$ unde căldura primită este: $Q_{primita} = Q_{12} + Q_{23} = \frac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_2 = 9972$ J $\Rightarrow$

$$\eta = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{\frac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_2} = \frac{2(T_2 - T_1)}{7(T_2 - T_1) + 2T_2} \approx 16{,}66\%$$

57. a. Găsim ecuaţia procesului adiabatic în coordonate p şi T utilizând ecuaţia: $pV^\gamma = ct$ a adiabatei în coordonate p şi V şi ecuaţia termică de stare

$$pV = \nu RT \Rightarrow V = \frac{\nu RT}{p} \Rightarrow p\frac{\nu^\gamma R^\gamma T^\gamma}{p^\gamma} = ct \Rightarrow T^\gamma p^{1-\gamma} = ct \Rightarrow Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = ct$$

Scriem ecuaţia adiabatei 2-3 în coordonate p şi T astfel că: $T_2 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 p_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_3 = T_2\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$, unde $\gamma = \frac{5}{3}$ este exponentul adiabatic al gazului monoatomic. Obţinem:

$$T_3 = T_2 32^{-\frac{2}{5}} = T_2 2^{5\left(-\frac{2}{5}\right)} = T_2 2^{-2} = \frac{T_2}{4} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{1}{4}$$

b. Prin definiţie randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura schimbată de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare $Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1) > 0$; $Q_{23} = 0$; $Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) < 0$; $Q_{41} = 0 \Rightarrow$ pe transformarea 1-2 gazul primeşte căldură, iar pe transformarea 3-4 gazul cedează căldură. Scriem ecuaţia adiabatei 4-1 în coordonate p şi T astfel că:

$$T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 p_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_4 = T_1\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_1}{4}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{\nu C_p(T_3 - T_4)}{\nu C_p(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{T_2}{4} - \frac{T_1}{4}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1}{4} = 75\%$$

c. d. Reprezentările grafice ale motorului cu reacţie în coordonate (V,T) şi (p,T) sunt redate în figura R 1.4.29:

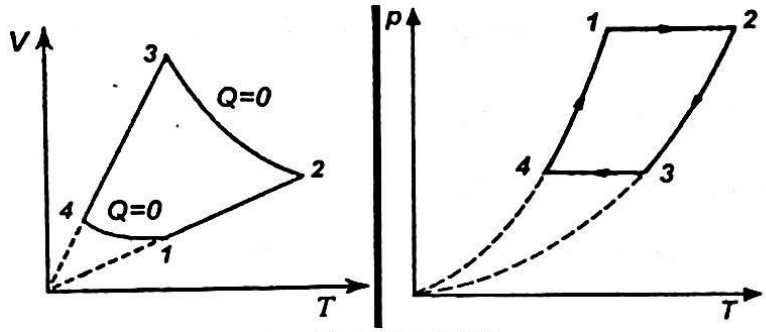


Fig. R 1.4.29

58. a. Reprezentarea grafică a ciclului motorului cu reacție în coordonate (p,V) este redată în figura R 1.4.30.

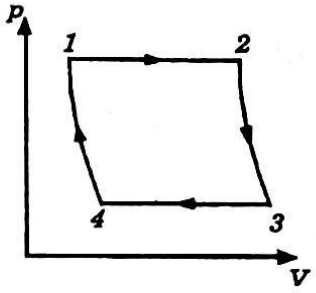


Fig. R 1.4.30

b. Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este: $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_4}{T_2}$.

Pe baza ecuatiei termice de stare $T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R}$ şi $T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R}$

obținem: $\eta_c = 1 - \frac{p_4 V_4}{p_2 V_2} = 1 - \frac{p_4 V_4}{p_1 V_2}$

Scriem ecuația adiabatei 4-1 în coordonate p şi V:

$$p_4 V_4^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \Rightarrow \frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma} = \frac{1}{\varepsilon^{\gamma}} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma}} \frac{\varepsilon V_1}{\rho V_1} = 1 - \frac{1}{\rho \varepsilon^{\gamma-1}}$$

c. Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$, unde $Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1)$; $Q_{23} = 0$;

$Q_{34} = \nu C_p (T_4 - T_3)$ şi $Q_{41} = 0 \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_{34}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$

Scriem ecuațiile transformărilor 2-3 şi 4-1 în coordonate V şi T şi obținem:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_4 = \frac{T_1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \text{ şi } T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} (1)$$

Scriem ecuațiile transformărilor izobare 1-2 şi 3-4 şi obținem:

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{T_2 V_1}{T_1}$ şi $\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = \frac{V_4 T_3}{T_4} \Rightarrow$ introducem în (1)$\Rightarrow$

$$T_2 \frac{T_2^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma-1}} V_1^{\gamma-1} = T_3 \frac{T_3^{\gamma-1}}{T_4^{\gamma-1}} V_4^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2^{\gamma}}{T_1^{\gamma-1}} V_1^{\gamma-1} = T_3^{\gamma} \frac{V_4^{\gamma-1}}{T_4^{\gamma-1}} \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\gamma} = \left(\frac{V_4 T_1}{V_1 T_4}\right)^{\gamma-1} =$$

$$= \left(\varepsilon \varepsilon^{\gamma-1}\right)^{\gamma-1} = \varepsilon^{\gamma(\gamma-1)} \Rightarrow T_3 = \frac{T_2}{\varepsilon^{\gamma-1}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{\frac{T_2}{\varepsilon^{\gamma-1}} - \frac{T_1}{\varepsilon^{\gamma-1}}}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

59. a. Raportul energiilor interne este $\frac{U_6}{U_1} = \frac{\nu C_V T_6}{\nu C_V T_1} = \frac{p_6 V_6}{p_1 V_1} = 16$

b. Pentru ciclul 1-2-3-4-1 lucrul mecanic este $L_1 = A_{12341} = pV$ şi pentru ciclul 3-5-6-7-3 lucrul mecanic este $L_2 = A_{35673} = 4pV \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{4}$.

c. Căldura primită pe ciclul 1-2-3-4-1 este:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) \Rightarrow$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{3}{2}pV + \frac{5}{2}\cdot 2pV = \frac{13}{2}pV$$

Căldura primită pe ciclul 3-5-6-7-3 este:

$$Q_2 = Q_{35} + Q_{56} = \nu C_V (T_5 - T_3) + \nu C_p (T_6 - T_5) = \frac{3}{2}\nu R(T_5 - T_3) + \frac{5}{2}\nu R(T_6 - T_5) \Rightarrow$$

$$Q_2 = \frac{3}{2}(p_5V_5 - p_3V_3) + \frac{5}{2}(p_6V_6 - p_5V_5) = \frac{3}{2}\cdot 4pV + \frac{5}{2}\cdot 8pV = 26pV$$

Raportul căldurilor primite de gaz în cele două transformări ciclice este $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{4}$

d. Randamentele celor două cicluri sunt $\eta_1 = \frac{L_1}{Q_1}$ şi $\eta_2 = \frac{L_2}{Q_2} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{L_1}{L_2}\cdot\frac{Q_2}{Q_1} = 1$

60. a. Reprezentarea grafică este redată în figura R 1.4.31.

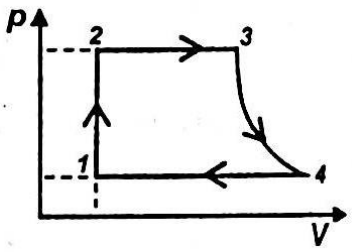


Fig. R 1.4.31

b. Volumul gazului în starea 1 este $V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} = 24{,}93\ m^3$

c. Lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu este:

$L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$, cu $L_{12} = 0$;

$$L_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu RT_3 - \nu RT_2 = \nu R(9T_1 - 2T_1) = 7p_1V_1$$

$$L_{34} = \nu RT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = 9\nu RT_1 \ln\frac{p_3}{p_4} = 9p_1V_1 \ln 2$$

$$L_{41} = p_1(V_1 - V_4) = \nu RT_1 - \nu RT_4 = -8\nu RT_1 = -8p_1V_1$$

$$L_{ciclu} = 7p_1V_1 + 9p_1V_1 \ln 2 - 8p_1V_1 = p_1V_1(9\ln 2 - 1) = 5{,}3p_1V_1 \approx 13{,}21\ MJ$$

d. Calculăm căldurile primite pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}p_1V_1 > 0$$

$$Q_{23} = \nu C_p (T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(9T_1 - 2T_1) = \frac{35}{2}p_1V_1 > 0$$

$Q_{34} = \nu RT_3 \ln\frac{V_4}{V_3} = 9\nu RT_1 \ln 2 > 0$. Obţinem:

$$Q_p = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} = 19p_1V_1 + 9p_1V_1 \ln 2 = p_1V_1(19 + 9\ln 2) \approx 25{,}3p_1V_1$$

Randamentul ciclului este $\eta = \frac{L}{Q_p} \approx 20{,}95\%$

61. a.b. Pe baza ecuaţiei transformării adiabatice 1-2, determinăm presiunea în

starea 2: $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma \Rightarrow p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = p_1\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{5}{3}} = \frac{p_1}{32}$, deoarece pentru gazul ideal monoatomic γ=5/3.

Aflăm pe baza ecuației transformării adiabat e presiunea p_4:

$$p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{32}\cdot(4V_1)^\gamma = p_4V_1^\gamma \Rightarrow p_4 = \frac{p_1}{32}\cdot 4^{\frac{5}{3}} = \frac{p_1\cdot\left(\sqrt[3]{2}\right)^{10}}{32} = \frac{10p_1}{32} = \frac{5p_1}{16}$$

Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare. Astfel $Q_{12} = Q_{34} = 0$, deoarece transformările sunt adiabate.

$$Q_{23} = \nu C_{V'}(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \frac{5}{2}\cdot\frac{p_1}{32}(4V_1 - 8V_1) = -\frac{5p_1V_1}{16}$$

$$Q_{41} = \nu C_{V'}(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) = \frac{3}{2}V_1\left(p_1 - \frac{5p_1}{16}\right) = \frac{33p_1V_1}{32}$$

$Q_{23} = -31{,}25$ J şi $Q_{41} = 103{,}125$ J $\Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul cedează căldură, iar pe transformarea 4-1 gazul primeşte căldură.

c. Deoarece transformarea este ciclică, atunci $\Delta U_{ciclu} = Q - L = 0$ obţinem

$$L = Q_{23} + Q_{41} = \frac{23}{32}p_1V_1 = 71{,}875\text{J}$$

d. Prin definiţie randamentul ciclului este egal cu: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primita}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{41}} \approx 70\%$

62. a. Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta = 1 - \frac{|Q_{cedata}|}{Q_{primita}}$. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare: $Q_{12} = 0$ şi

$$Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = \frac{1}{\gamma - 1}\nu RT_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right).$$

Conform legii transformării izocore: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \alpha \Rightarrow$

$Q_{23} = \frac{1}{(\gamma-1)\delta}\nu RT_1(\alpha - 1) = \frac{1}{(\gamma-1)\delta}p_1V_1(\alpha - 1) > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul primeşte căldură. În transformarea 3-4: $Q_{34} = 0$ şi

$$Q_{41} = \nu C_P(T_1 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\nu RT_1\left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right)$$

Conform legii transformării izobare: $\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_4}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} = \beta \Rightarrow$

$Q_{41} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}p_1V_1(1 - \beta) < 0 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 4-1

Randamentul ciclului este: $\eta = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{\delta\gamma(\beta - 1)}{(\alpha - 1)}$.

b. Calculăm randamentul ciclului Carnot, care ar funcționa între temperaturile extreme: $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, deoarece $T_{min} = T_1$ și $T_{max} = T_3$. Pe baza ecuației termice de stare obținem: $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{\alpha \cdot p_2 V_2}{\nu R} = \alpha T_2 = \frac{\alpha T_1}{\delta} \Rightarrow \eta_C = 1 - \frac{\delta}{\alpha}$.

63. a. Randamentul ciclului 1-2-*B*-1 este: $\eta_1 = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare: $Q_{12} = 0$;

$Q_{2B} = \nu R T_2 \ln \frac{V_1}{V_2} = \nu R T_2 \ln \varepsilon$ și $Q_{B1} = \nu C_V (T_1 - T_2) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2)$.

Din legea transformării adiabatice scrisă în coordonate V și T obținem:

$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} \Rightarrow Q_{B1} = -\frac{\nu R T_1 (\varepsilon^{\gamma-1} - 1)}{\gamma - 1}$ și

$Q_{2B} = \nu R T_1 \varepsilon^{\gamma-1} \ln \varepsilon \Rightarrow \eta_1 = 1 - \frac{\varepsilon^{\gamma-1} - 1}{(\gamma - 1)\varepsilon^{\gamma-1} \ln \varepsilon}$.

b. Randamentul ciclului 1-*A*-2-1 este: $\eta_2 = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p}$.

Calculăm căldurile pe fiecare transformare: $Q_{1A} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -\nu R T_1 \ln \varepsilon < 0$:

$Q_{A2} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1}(\varepsilon^{\gamma-1} - 1) > 0 \Rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{(\gamma - 1)\ln \varepsilon}{\varepsilon^{\gamma-1} - 1}$

c. Randamentul unui ciclu Carnot care funcționează între temperaturile extreme este $\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$ cu $T_{min}=T_1$ și $T_{max}=T_2 \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$

d. Randamentul ciclului A-2-B-1-A este: $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_p} = 1 - \frac{|Q_{B1} + Q_{1A}|}{Q_{A2} + Q_{2B}}$, astfel că

$\eta = \frac{(\gamma - 1)(\varepsilon^{\gamma-1} - 1)\ln \varepsilon}{(\gamma - 1)\varepsilon^{\gamma-1} \ln \varepsilon + \varepsilon^{\gamma-1} - 1}$

64. a. Lucrul mecanic în transformarea ciclică este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$. Transformările 1-2 și 3-4 sunt transformări generale descrise în coordonate p și V, de legea $\frac{p}{V} = const$, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2 V_1}{p_1}$ și utilizând ecuația de stare $p_2 V_2 = \nu R T_2$ obținem: $\frac{p_2^2 V_1}{p_1} = 16 \nu R T_1 \Rightarrow p_2^2 V_1 = 16 p_1^2 V_1 \Rightarrow p_2 = 4 p_1$ iar $V_2 = 4 V_1$.

Temperatura stării 3 este $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = 8T_1$. Din $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = \frac{p_4V_3}{p_3} = 2V_1$ iar din ecuația termică de stare obținem: $T_4 = \frac{p_4V_4}{\nu R} = \frac{2p_1V_1}{\nu R} = 2T_1$.

$$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 7{,}5p_1V_1;\ L_{23} = 0;\ L_{34} = \frac{(p_4 + p_3)(V_4 - V_3)}{2} = -3p_1V_1;$$

$$L_{41} = p_1(V_1 - V_4) = -p_1V_1 \Rightarrow L_{ciclu} = 3{,}5p_1V_1.$$

b. Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura primită de gaz pe fiecare transformare:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12} = \nu\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{(4p_1 + p_1)(4V_1 - V_1)}{2} = \frac{45}{2}\nu RT_1 + \frac{15}{2}p_1V_1 \Rightarrow$$

$Q_{12} = 30p_1V_1 > 0$; $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) < 0$; $Q_{34} < 0$ și $Q_{41} = \nu C_p(T_1 - T_4) < 0 \Rightarrow$ gazul primește căldură pe transformarea 1-2.

Randamentul ciclului este $\eta \approx 11{,}66\%$

c. Pe baza primului principiu al termodinamicii scris pentru transformarea ciclică, $\Delta U_{ciclu} = Q - L = 0 \Rightarrow Q_p + Q_c - L = 0 \Rightarrow Q_c = L - Q_p = -26{,}5p_1V_1$

d. Randamentul ciclului Carnot care ar funcționa între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{15}{16} = 93{,}75\%$

65. a. Reprezentarea grafică a procesului suferit de gaz în coordonate p și V este redată în figura R 1.4.32.

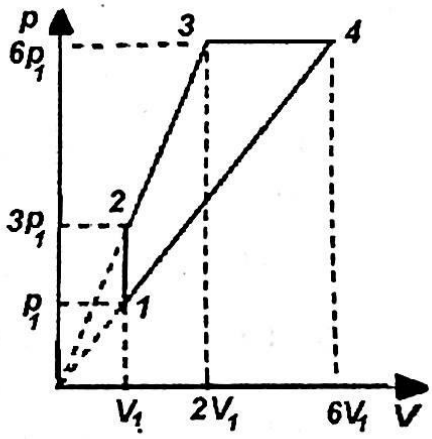


Fig. R 1.4.32

b. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare: $Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) \Rightarrow$

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = 3p_1V_1$$

Deoarece transformarea 2-3 este generală, utilizăm principiul întâi al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$.

Cum: $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = \frac{3p_1 \cdot 2V_1}{V_1} = 6p_1 \Rightarrow$

$$Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) + \frac{(p_2 + p_3)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) + \frac{9p_1V_1}{2} \Rightarrow$$

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) + \frac{9p_1V_1}{2} = \frac{3}{2}(12p_1V_1 - 3p_1V_1) + \frac{9p_1V_1}{2} = 18p_1V_1$$

$$Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_3) = \frac{5}{2}(p_4V_4 - p_3V_3) = \frac{5}{2}p_3(V_4 - V_3).$$

Cum $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = \frac{p_4V_1}{p_1} = \frac{p_3V_1}{p_1} = 6V_1 \Rightarrow Q_{34} = 15p_1(V_4 - 2V_1) = 60p_1V_1$

Din $Q_{41}=\Delta U_{41}+L_{41}=\nu C_V(T_1-T_4)+\frac{(p_1+p_4)(V_1-V_4)}{2}\Rightarrow$

$$Q_{41}=\frac{3}{2}(p_1V_1-p_4V_4)-\frac{7p_1(V_1-6V_1)}{2}=-\frac{3\cdot 35p_1V_1}{2}-\frac{35p_1V_1}{2}=-70p_1V_1$$

c. Utilizăm principiul I pentru transformarea ciclică, astfel că:
$\Delta U=Q-L=0\Rightarrow L_{ciclu}=Q_{total}=Q_{12}+Q_{23}+Q_{34}+Q_{41}=11p_1V_1$.

d. Randamentul motorului termic este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$.

Gazul primeşte căldură pe transformările: 1-2, 2-3 şi 3-4, astfel că:
$Q_{primit}=Q_{12}+Q_{23}+Q_{34}=81p_1V_1$ şi obţinem $\eta\approx 13{,}58\%$

66. a. Calculăm căldurile pe fiecare transformare.

$$Q_{12}=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{3}{2}p_1V_1.$$

Din primul principiu al termodinamicii: $Q_{23}=\Delta U_{23}+L_{23}$, unde $L_{23}=\frac{(p_2+p_3)(V_3-V_2)}{2}$. Cum transformarea 2-3 este generală şi descrisă de ecuaţia $p=aV\Rightarrow\frac{p_2}{V_2}=\frac{p_3}{V_3}\Rightarrow p_3=\frac{p_2V_2}{V_3}=4p_1\Rightarrow L_{23}=3p_1V_1$ şi

$$\Delta U_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=\frac{3}{2}\nu R(T_3-T_2)=\frac{3}{2}(p_3V_3-p_2V_2)=9p_1V_1\Rightarrow Q_{23}=12p_1V_1.$$

$Q_{34}=\nu C_V(T_4-T_3)<0$ şi $Q_{41}=\Delta U_{41}+L_{41}<0\Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformările 1-2 şi 2-3, iar pe transformările 3-4 şi 4-1 gazul cedează căldură.

Astfel $Q_p=Q_{12}+Q_{23}=\frac{27}{2}p_1V_1=\frac{27}{2}\nu RT_1\approx 28{,}046$ kJ

b. Din primul principiu al termodinamicii $Q=\Delta U+L$ şi din proprietatea energiei interne de a fi o mărime de stare, pentru o transformare ciclică $\Delta U_{ciclu}=0$ $\Rightarrow L_{ciclu}=Q=Q_p+Q_c\Rightarrow Q_c=Q_p-L_{ciclu}$. Pe baza interpretării geometrice a lucrului mecanic acesta este egal cu aria ciclului, obţinem:

$$L_{ciclu}=\frac{(p_2-p_1+p_3-p_4)(V_3-V_1)}{2}=\frac{3p_1V_1}{2}\Rightarrow Q_c=-12p_1V_1=-12\nu RT_1=-24{,}93\text{kJ}$$

c. Prin definiţie randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_p}\approx 11{,}11\%$

67. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări este redată în figura R 1.4.33.

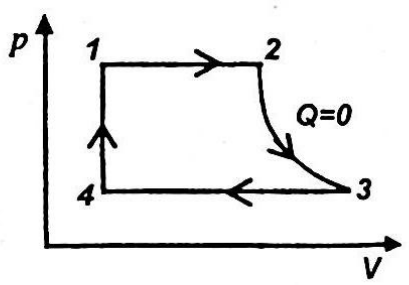


Fig. R 1.4.33

b. Din ecuaţia transformării adiabatice scrisă în coordonate V şi T obţinem:

$$T_2V_2^{\gamma-1}=T_3V_3^{\gamma-1}\Rightarrow T_3=T_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_2}{2^{0.4}}=1200\text{ K}.$$

Din ecuația transformării izobarei obținem: $\frac{V_3}{T_3}=\frac{V_4}{T_4}\Rightarrow T_4=\frac{T_3V_4}{V_3}$=300 K.

c. Randamentul ciclului este: $\eta=1-\frac{|Q_{cedată}|}{Q_{primită}}$.

Calculăm căldurile de pe fiecare transformare:

$$Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{\gamma}{\gamma-1}\nu R(T_2-T_1)=\frac{7}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{7}{2}p_1(V_2-V_1)=\frac{7}{2}p_1V_1;$$

$$Q_{23}=0;\ Q_{34}=\nu C_p(T_4-T_3)=\frac{\gamma}{\gamma-1}\nu R(T_4-T_3)=\frac{7}{2}(p_4V_4-p_3V_3)=\frac{7}{2}p_3(V_4-V_3)$$

Din ecuația transformării adiabatice $p_2V_2^{\gamma}=p_3V_3^{\gamma}\Rightarrow p_3=p_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma}=\frac{3p_1}{8}$

$$\Rightarrow Q_{23}=-\frac{63}{16}p_1V_1=Q_{cedată};\ Q_{41}=\nu C_V(T_1-T_4)=\frac{\nu R(T_1-T_4)}{\gamma-1}=\frac{5}{2}(p_1V_1-p_4V_4)\Rightarrow$$

$$Q_{41}=\frac{5}{2}V_1(p_1-p_4)=\frac{25}{16}p_1V_1\Rightarrow Q_{primită}=Q_{12}+Q_{41}=\frac{81}{16}p_1V_1\Rightarrow\eta\approx22{,}22\%$$

d. Din primul principiu al termodinamicii $\Delta U=Q-L$, cum pentru o transformare ciclică ΔU=0$\Rightarrow L_{ciclu}=Q=Q_{12}+Q_{23}+Q_{34}+Q_{41}=\frac{9p_1V_1}{8}=\frac{9\nu RT_1}{8}$

Cum $T_{max}=T_2=\frac{p_2V_2}{\nu R}=\frac{2p_1V_1}{\nu R}=2T_1\Rightarrow T_1=\frac{T_{max}}{2}$=800 K$\Rightarrow L_{ciclu}$=7479 J

68. a.b. Transformările sunt 1-2 izobară, 2-3 izocoră, 3-4 izotermă şi 4-1 izocoră. Reprezentările grafice cerute sunt redate în figura R 1.4.34.

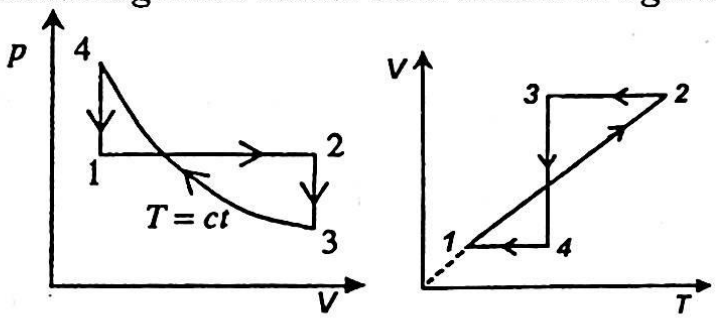


Fig. R 1.4.34

c. Variația energiei interne a gazului între stările 2 şi 4 este $\Delta U_{24}=\nu C_V(T_4-T_2)$.

Din legea transformării izocore 2-3 $\frac{p_2}{T_2}=\frac{p_3}{T_3}\Rightarrow T_3=\frac{p_3T_2}{p_2}=2T_1$ şi cum T_4=T_3 obținem $\Delta U_{24}=-3\nu RT_1=-3p_1V_1=-300$J

c. Calculăm căldurile pe fiecare transformare. Astfel că:

$$Q_{12}=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{15\nu RT_1}{2}=\frac{15}{2}p_1V_1;\ Q_{23}=\nu C_V(T_3-T_2)=-3\nu RT_1=-3p_1V_1;$$

$Q_{34}=\nu RT_3\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)=2\nu RT_1\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$. Din legea transformării izobare $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\Rightarrow$

$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{4}$ şi obţinem $Q_{34}=-4\nu RT_1\ln 2=-4p_1V_1\ln 2$, iar $Q_{41}=\nu C_V(T_1-T_4)\Rightarrow$

$Q_{41}=-\frac{3}{2}\nu RT_1=-\frac{3}{2}p_1V_1$. Căldura cedată de gaz pe un ciclu este:

$Q_{cedat}=Q_{23}+Q_{34}+Q_{41}=-p_1V_1\left(\frac{9}{2}+4\ln 2\right)$ şi lucrul mecanic schimbat de gaz cu mediul extern este $L_{ciclu}=Q_{12}+Q_{cedat}=p_1V_1(3-4\ln 2)$.

Randamentul ciclului este $\eta=\frac{L_{ciclu}}{Q_{primită}}=\frac{L_{ciclu}}{Q_{12}}=\frac{2(3-4\ln 2)}{15}\approx 2{,}67\%$

69.a. Reprezentarea grafică cerută este redată în figura R 1.4.35:

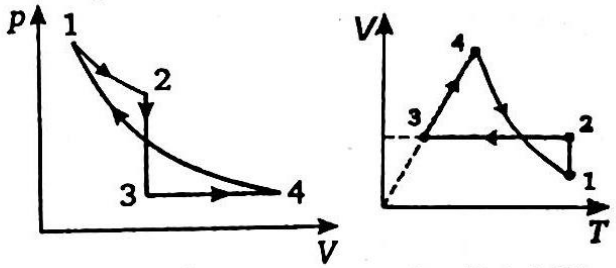


Fig. R 1.4.35

b. Aflăm parametrii stării 4.

Transformarea 1-2 este izotermă şi conform legii izotermei: $p_1V_1=p_2V_2\Rightarrow$

$p_2=\frac{p_1V_1}{V_2}=\frac{p_1}{2}\Rightarrow p_3=\frac{p_2}{2}=\frac{p_1}{4}$ şi deoarece transformarea 3-4 este izobară,

atunci $p_4=p_3=\frac{p_1}{4}$.

Scriem legea transformării adiabatice în coordonatele p şi V: $p_1V_1^{\gamma}=p_4V_4^{\gamma}\Rightarrow$

$V_4=V_1\left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}}=V_1\cdot 4^{\frac{2}{3}}=V_1\sqrt[3]{2^4}\approx 2{,}52V_1$ şi conform ecuaţiei termice de stare

$p_4V_4=\nu RT_4\Rightarrow T_4=\frac{p_4V_4}{\nu R}=\frac{p_1}{4}\cdot\frac{V_1 4^{2/3}}{\nu R}=\frac{T_1}{\sqrt[3]{4}}\approx 0{,}63T_1$

c. Lucrul mecanic total efectuat de gaz în decursul acestui ciclu este:

$L_{ciclu}=L_{12}+L_{23}+L_{34}+L_{41}$, unde $L_{12}=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=p_1V_1\ln 2$; $L_{23}=0$;

$L_{34}=p_3(V_4-V_3)=\frac{p_1}{4}(2{,}52V_1-2V_1)=0{,}13p_1V_1$ şi

$L_{41}=-\nu C_V(T_1-T_4)=-\nu\frac{R}{\gamma-1}(T_1-0{,}63T_1)=-0{,}74\nu RT_1=-0{,}74p_1V_1$

$L_t=p_1V_1\ln 2+0{,}13p_1V_1-0{,}74p_1V_1=0{,}083p_1V_1\Rightarrow L_t=8{,}3\text{J}\Rightarrow$ pe această transformare ciclică gazul efectuează lucru mecanic, deci este un motor termic

d. Randamentul se determină cu formula $\eta_{ciclu}=\frac{L_t}{Q_{primit}}$.

Calculăm căldura primită pe ciclu. Astfel: $Q_{12} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln 2 > 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură pe transformarea 1-2. Cum $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) < 0$ şi deoarece $T_3 < T_2 \Rightarrow$ gazul cedează căldură pe transformarea 2-3.

$$Q_{34} = \nu C_p(T_4 - T_3) = \nu\frac{\gamma R}{\gamma - 1}(0{,}63T_1 - T_3) = 3\nu R(0{,}83T_1 - T_3)$$

Conform legii transformării izocore 2-3: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{p_3T_2}{p_2} = 0{,}5T_1 \Rightarrow$

$Q_{34} = 0{,}39\nu RT_1 = 0{,}39p_1V_1 > 0 \Rightarrow$ pe transformarea 3-4 gazul primeşte căldură, iar pe 4-1 gazul nu schimbă cu mediul exterior energie sub forma de căldură $Q_p = Q_{12} + Q_{34} = p_1V_1 \ln 2 + 0{,}39p_1V_1 = 1{,}083p_1V_1 \Rightarrow \eta \approx 7{,}6\%$

70. a. b. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern în fiecare transformare. Astfel:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = 3(\nu RT_2 - \nu RT_1) = 3(p_2V_1 - p_1V_1) = 3V_1(p_2 - p_1)$$

$$Q_{23} = \nu C_p(T_3 - T_2) = \frac{\nu\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2) = 4(\nu RT_3 - \nu RT_2) = 4(p_3V_3 - p_2V_2) = 4p_2(V_3 - V_2)$$

Obţinem $Q_{12} = 1500$ J; $Q_{23} = 2400$ J; $Q_{34} = 0$ şi

$$Q_{45} = \nu C_V(T_5 - T_4) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_5 - T_4) = 3(p_5V_5 - p_4V_4) = 3V_4(p_5 - p_4) = 3V_4(p_1 - p_4)$$

Determinăm presiunea gazului în starea 4 utilizând ecuaţia transformării adiabatice 3-4: $p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma = p_2\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma \Rightarrow p_4 \approx 2{,}38 \cdot 10^5$ Pa

Obţinem $Q_{45} = -1656$ J.

$$Q_{51} = \nu C_p(T_1 - T_5) = \frac{\nu\gamma R}{\gamma - 1}(T_1 - T_5) = 4(p_1V_1 - p_5V_5) = 4p_1(V_1 - V_4) = -1200 \text{ J}$$

Astfel $Q_p = Q_{12} + Q_{23} = 3900$ J şi $Q_c = Q_{45} + Q_{51} = -2856$ J

c. Pentru a determina lucrul mecanic efectuat pe ciclu, aplicăm primul principiu al termodinamicii $\Delta U = Q - L$. Cum pentru transformarea ciclică $\Delta U_{ciclu} = 0 \Rightarrow L = Q \Rightarrow L = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{45} + Q_{51} = 1044$ J.

d. Pe baza definiţiei, randamentul ciclului este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12} + Q_{23}} \approx 26{,}77\%$.

71. a. Calculăm căldurile schimbate de gaz în fiecare transformare: $Q_{12} = \upsilon RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \upsilon RT_1 \ln k$; $Q_{23} = 0$; $Q_{34} = \upsilon RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} = \upsilon RT_2 \ln k$; $Q_{45} = 0$;

$Q_{56} = \upsilon RT_3 \ln\frac{V_6}{V_5}$; $Q_{61} = 0$. Scriem ecuaţiile tuturor transformărilor în

coordonate p şi V. Astfel obţinem: $p_1V_1 = p_2V_2$; $p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma$; $p_3V_3 = p_4V_4$; $p_4V_4^\gamma = p_5V_5^\gamma$; $p_5V_5 = p_6V_6$; $p_6V_6^\gamma = p_1V_1^\gamma$. Înmulţim toate cele 6 ecuaţii şi simplificăm produsul presiunilor şi al volumelor, astfel că obţinem:

$$V_2^{\gamma-1}\cdot V_4^{\gamma-1}\cdot V_6^{\gamma-1} = V_1^{\gamma-1}\cdot V_3^{\gamma-1}\cdot V_5^{\gamma-1} \Rightarrow V_2V_4V_6 = V_1V_3V_5 \Rightarrow \frac{V_6}{V_5} = \frac{V_1}{V_2}\cdot\frac{V_3}{V_4} = \frac{1}{k^2},$$

deoarece în destinderile izoterme volumul creşte de k ori, astfel că $V_2 = kV_1$ şi $V_4 = kV_3 \Rightarrow Q_{56} = \nu RT_3 \ln k^{-2} = -2\nu RT_3 \ln k$.

Pe baza primului principiu al termodinamicii pentru o transformare ciclică $\Delta U_{ciclu} = 0 \Rightarrow Q_{total} = L_{ciclu} \Rightarrow L_{ciclu} = Q_{12} + Q_{34} + Q_{56} = \nu R(T_1 + T_2 - 2T_3)\ln k$

b. Randamentul ciclului este:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{\nu R(T_1 + T_2 - 2T_3)\ln k}{\nu R(T_1 + T_2)\ln k} = \frac{(T_1 + T_2 - 2T_3)}{(T_1 + T_2)}.$$

c. Randamentul unui ciclu Carnot care ar funcţiona între temperaturile extreme este $\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$.

72. a. Reprezentarea grafică a succesiunii de transformări este redată în figura R 1.4.36.

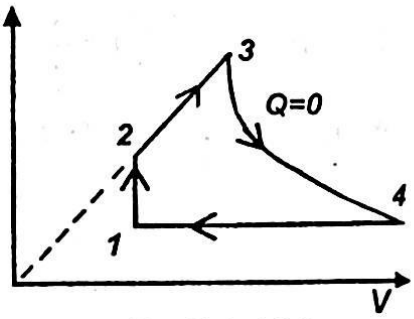


Fig. R 1.4.36

Calculăm căldura totală primită de gaz:

$$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R\cdot 2T_1 = 3\nu RT_1 = 3p_1V_1 = 300\text{J},$$

iar $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$, deoarece procesul 2-3 este general, descris în p şi V de legea: $\frac{p}{V} = ct \Rightarrow$

$\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = 2p_2$. Conform legii transformării izocore 1-2:

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 3p_1 \Rightarrow p_3 = 6p_1$.

Obţinem: $Q_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) + \frac{(p_3 + p_2)(V_3 - V_2)}{2} \Rightarrow$

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) + \frac{(p_3 + p_2)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{3}{2}(12p_1V_1 - 3p_1V_1) + \frac{9p_1V_1}{2} = 18p_1V_1$$

$\Rightarrow Q_{23} = 1800$ J, $Q_{34} = 0$ şi $Q_{41} = \nu C_P(T_1 - T_4) < 0 \Rightarrow$ gazul primeşte căldură doar pe transformările 1-2 şi 2-3 $\Rightarrow Q_{Tprimit} = Q_{12} + Q_{23} = 21p_1V_1 = 2100$ J.

b. Utilizăm primul principiu al termodinamicii pentru o transformare ciclică, astfel că $\Delta U_{ciclu} = 0 \Rightarrow L_{ciclu} = Q_t$.

$$Q_{41} = \nu C_P(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}(p_1V_1 - p_4V_4) = \frac{5}{2}p_1(V_1 - V_4).$$

Determinăm volumul stării 4, utilizând ecuaţia adiabatei $p_3V_3^\gamma = p_4V_4^\gamma \Rightarrow$

$6p_1(2V_1)^\gamma = p_1V_4^\gamma \Rightarrow V_4 = 6^{\frac{1}{\gamma}} \cdot 2V_1 = 6^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_1$, deoarece $\gamma = \frac{5}{3}$ pentru gazul ideal monoatomic. Astfel $V_4 = 5{,}86V_1 \Rightarrow Q_{41} = \frac{5}{2}p_1(V_1 - 5{,}86V_1) = -12{,}15p_1V_1 = -1215\text{J}$

$\Rightarrow L_{ciclu} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 8{,}85p_1V_1 = 885\text{ J}.$

c. Prin definiție randamentul transformării ciclice este: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} = 42{,}14\%.$

73. a. Utilizăm ecuațiile proceselor generale 1-2 și 3-4 în coordonate p și V, astfel că: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1}$ și $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_4}{V_3}$

Pe baza ecuațiilor transformărilor izoterme: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_1\frac{V_2^2}{V_1} = p_3V_3 \Rightarrow$

$p_3 = \frac{p_1V_2^2}{V_1V_3}$ și $p_1V_1 = p_4V_4 \Rightarrow p_1V_1 = \frac{p_3V_4^2}{V_3} \Rightarrow p_3 = p_1\frac{V_1V_3}{V_4^2} \Rightarrow \frac{p_1V_2^2}{V_1V_3} = \frac{p_1V_1V_3}{V_4^2}$

$\Rightarrow V_2^2V_4^2 = V_1^2V_3^2 \Rightarrow V_2V_4 = V_1V_3 \Rightarrow V_2^2 = V_1V_3 \Rightarrow V_2 = \sqrt{V_1V_3} = 2V_1 = 2\text{ L}.$

b. Lucrul mecanic efectuat pe ciclu este $L_{ciclu} = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}$.

Calculăm lucrul mecanic pe fiecare transformare.

Lucrul mecanic pe transformarea 1-2 este egal cu aria de sub dreaptă și axa volumelor , conform interpretării geometrice a lucrului mecanic, astfel că:

$L_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2}$, deoarece $p_2 = 2p_1$.

$L_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln 2 = 4p_1V_1 \ln 2$; $L_{34} = \frac{(p_3 + p_4)(V_4 - V_3)}{2}$.

Conform ecuației procesului 2-3: $p_2V_2 = p_3V_3 \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_2}{V_3} = \frac{4p_1V_1}{4V_1} = p_1$ și a procesului 3-4: $\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_4 = \frac{p_3V_4}{V_3} = \frac{2p_1V_1}{4V_1} = \frac{p_1}{2} \Rightarrow$

$L_{34} = \frac{\left(p_1 + \frac{p_1}{2}\right)(2V_1 - 4V_1)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2}$ și $L_{41} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_4} = -p_1V_1 \ln 2$.

$L_{ciclu} = \frac{3p_1V_1}{2} + 4p_1V_1 \ln 2 - \frac{3p_1V_1}{2} - p_1V_1 \ln 2 = 3p_1V_1 \ln 2 = 207{,}9\text{ J}.$

c. Utilizăm formula randamentului unui ciclu: $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$. Cu $Q_{primit} = Q_{12} + Q_{23}$, unde $Q_{12} = \Delta U_{12} + L_{12}$, deoarece 1-2 este un proces general, astfel că:

$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = 9p_1V_1$

$Q_{23} = L_{23} = 4p_1V_1 \ln 2 \Rightarrow Q_{primit} = 9p_1V_1 + 4p_1V_1 \ln 2 = p_1V_1(9 + 4\ln 2) \approx 1177{,}2\text{J}.$

Randamentul ciclului este: $\eta = \dfrac{3\ln 2}{9 + 4\ln 2} \approx 17{,}66\ \%$.

74*. a. Aflăm parametrii stării 3 utilizând ecuația transformării politrope între stările 2 și 3, astfel că $2p_1V_1^3 = p_3V_3^3$ și ecuația procesului general între stările 1 și 3, astfel că: $\dfrac{p_1}{V_1} = \dfrac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \dfrac{p_1V_3}{V_1} \Rightarrow 2p_1V_1^3 = \dfrac{p_1V_3}{V_1}V_3^3 \Rightarrow$

$2V_1^4 = V_3^4 \Rightarrow V_3 = V_1\sqrt[4]{2}$ și $p_3 = p_1\sqrt[4]{2}$, iar pe baza ecuației termice de stare obținem: $T_3 = \dfrac{p_3V_3}{\nu R} = \dfrac{p_1V_1\sqrt{2}}{\nu R} = T_1\sqrt{2}$.

b. Prin definiție randamentul unui ciclu este $\eta = 1 - \dfrac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}}$. Calculăm căldurile schimbate de gaz cu mediul extern pe fiecare transformare, astfel că:

$Q_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \dfrac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \dfrac{3}{2}p_1V_1.$

Transformarea politropă face parte din categoria transformărilor generale, astfel că pe baza primului principiu al termodinamicii: $Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23}$:

$\Delta U_{23} = \nu C_V(T_3 - T_2) = \dfrac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \dfrac{3}{2}(p_3V_3 - p_2V_2) = \dfrac{3}{2}(p_1V_1\sqrt{2} - 2p_1V_1) \Rightarrow$

$\Delta U_{23} = \dfrac{3}{2}p_1V_1(\sqrt{2} - 2)$. Pentru calculul lucrului mecanic pe transformarea politropă pornim de la analogia dintre politropă și adiabată, deoarece ecuația adiabatei este de forma $pV^\gamma = ct$ iar ecuația politropei $pV^n = ct$, unde n este indicele politropei. Cum pe transformarea adiabată:

$L_{ad} = -\Delta U_{ad} = -\nu C_V(T_f - T_i) = -\dfrac{\nu R}{\gamma - 1}(T_f - T_i) \Rightarrow L_{politropa} = -\dfrac{\nu R}{n - 1}(T_f - T_i).$

În cazul nostru n=3, $T_i = T_2$ și $T_f = T_3$, astfel că:

$L_{23} = -\dfrac{\nu R}{2}(T_3 - T_2) = \dfrac{p_2V_2 - p_3V_3}{2} = \dfrac{2p_1V_1 - p_1V_1\sqrt{2}}{2} = -\dfrac{p_1V_1(\sqrt{2} - 2)}{2} \Rightarrow$

$Q_{23} = \dfrac{3}{2}p_1V_1(\sqrt{2} - 2) + \dfrac{p_1V_1}{2}(\sqrt{2} - 2) = p_1V_1(\sqrt{2} - 2) < 0 \Rightarrow$

pe transformarea politropă gazul cedează căldură.

$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = \nu C_V(T_1 - T_3) + \dfrac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} \Rightarrow$

$Q_{31} = \dfrac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) + \dfrac{p_1(\sqrt[4]{2} + 1)\cdot V_1(1 - \sqrt[4]{2})}{2} = \dfrac{3}{2}(p_1V_1 - p_3V_3) + \dfrac{p_1V_1(1 - \sqrt{2})}{2} =$

$\dfrac{3}{2}(p_1V_1 - p_1V_1\sqrt{2}) - \dfrac{p_1V_1}{2}(\sqrt{2} - 1) = -\dfrac{3}{2}p_1V_1(\sqrt{2} - 1) - \dfrac{p_1V_1}{2}(\sqrt{2} - 1) = -2p_1V_1(\sqrt{2} - 1) < 0 \Rightarrow$

pe transformarea 3-1 gazul cedează căldură.

Randamentul ciclului este:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cedat}|}{Q_{primit}} = 1 - \frac{|Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{p_1V_1\left(2-\sqrt{2}\right)+2p_1V_1\left(\sqrt{2}-1\right)}{\frac{3p_1V_1}{2}} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 6\%.$$

c. Din definiția randamentului unui ciclu:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}} \text{ obținem } L_{ciclu} = \eta Q_{primit} = \frac{3-2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{2} p_1V_1 = \frac{\left(3-2\sqrt{2}\right)}{2} p_1V_1 = 0{,}09\, p_1V_1.$$

75*. a. Prin definiție căldura molară este:

$$C = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{\Delta U + L}{\nu\Delta T} = \frac{\nu C_V \Delta T + L}{\nu\Delta T} = C_V + \frac{L}{\nu\Delta T}$$

Transformarea politropă face parte din categoria transformărilor generale, astfel că $Q = \Delta U + L$, pe baza primului principiu al termodinamicii. Prin analogie cu adiabata, lucrul mecanic este $L = -\nu\frac{R}{n-1}\Delta T$, unde n este indicele politropei (vezi problema precedentă, punctul **b.**), astfel că:

$$C = \frac{R}{\gamma-1} - \frac{R}{n-1} \Rightarrow C = \frac{(n-\gamma)R}{(\gamma-1)(n-1)}$$

Observăm că transformările politrope au căldura molară constantă, deoarece n, γ, R sunt constante.

b. Dacă gazul este monoatomic exponentul adiabatic este $\gamma=5/3$ şi cum ecuația politropei este $pV^{-2}=ct$, atunci indicele politropei este $n=-2 \Rightarrow C=11R/6$

c. Dacă gazul este biatomic exponentul adiabatic este $\gamma=7/5$ şi cum ecuația politropei este $pV^{-1}=ct$, atunci indicele politropei este $n=-1 \Rightarrow C=3R$

76*. a. Calculăm căldura primită pe ciclu, astfel că:

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu\frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) = 2\nu R(T_2 - T_1) = 2(p_2V_2 - p_1V_1) = 4p_1V_1 > 0.$$

Calculăm căldura primită de gaz pe transformarea 2-3 utilizând primul principiu al termodinamicii: $Q_{2X} = \Delta U_{2X} + L_{2X}$, unde X reprezintă punctul de tangență dintre transformarea adiabată şi dreapta care descrie procesul 2-3.

Deoarece $\Delta U_{2X} = \nu C_V (T_X - T_2) = \frac{1}{\gamma-1}(p_XV_X - p_2V_2) = 2(p_XV_X - 3p_1V_1)$ şi

$$L_{2X} = \frac{(p_2 + p_X)(V_X - V_2)}{2} = \frac{(3p_1 + p_X)(V_X - V_1)}{2}.$$

Scriem legea procesului 2-3: $p = aV + b$ şi determinăm parametrii a şi b punând condiția ca dreapta să treacă prin punctele 2 şi 3 $\Rightarrow 3p_1 = aV_1 + b$ (1) şi $p_1 = 2aV_1 + b$ (2). Scădem (2) din (1) şi obținem: $2p_1 = -aV_1 \Rightarrow a = -\frac{2p_1}{V_1}$

$$b = p_1 - 2aV_1 = p_1 + 4p_1 = 5p_1 \Rightarrow p = -\frac{2p_1}{V_1}V + 5p_1 \Rightarrow$$

$$\Delta U_{2X} = 2\left(-2\frac{p_1}{V_1}V_X^2 + 5p_1V_X - 3p_1V_1\right) = \frac{-4p_1}{V_1}V_X^2 + 10p_1V_X - 6p_1V_1$$

$$L_{2X} = \left(-\frac{p_1}{V_1}V_X + 4p_1\right)(V_X - V_1) = -\frac{p_1V_X^2}{V_1} + 5p_1V_X - 4p_1V_1 \Rightarrow$$

$Q_{2X} = -\frac{5p_1V_X^2}{V_1} + 15p_1V_X - 10p_1V_1 \Rightarrow$ se obține o funcție de gradul II cu

$A = -\frac{5p_1}{V_1}$, $B = 15p_1$ și $C = -10p_1V_1 \Rightarrow$ calculăm valoarea volumului până la care gazul primește căldură pe transformarea 2-3. Astfel: $V_X = -\frac{B}{2A} = \frac{3}{2}V_1 \Rightarrow$

$V_X \in [V_1, 2V_1] \Rightarrow$ pe transformarea 2-3 gazul primește și cedează căldură

$$\Rightarrow Q_{2\,primit} = \frac{-5p_1}{V_1}\cdot\frac{9}{4}V_1^2 + 15p_1\frac{3V_1}{2} - 10p_1V_1 = \frac{5p_1V_1}{4} \Rightarrow$$

$$Q_{Tp} = Q_{12} + Q_{2\,primit} \Rightarrow Q_{Tprimit} = 4p_1V_1 + \frac{5p_1V_1}{4} = \frac{21}{4}p_1V_1 = 2100\text{ J}.$$

b. Prin definiție randamentul ciclului este $\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{primit}}$, unde $L_{ciclu} = A_{ciclului}$.

Conform interpretării geometrice a lucrului mecanic obținem: $L_{ciclu} = p_1V_1$

Randamentul ciclului este: $\eta \approx 19\%$.

c. Randamentul ciclului Carnot este: $\eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$, unde $T_{\min} = T_1$.

Aflăm temperatura maximă pe transformarea 2-3, utilizând ecuația termică de stare $pV = \nu RT$, astfel că:

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{1}{\nu R}\left(\frac{-2p_1}{V_1}V_X^2 + 5p_1V_X\right) \Rightarrow T = -\frac{2p_1}{\nu RV_1}V_X^2 + \frac{5p_1V_X}{\nu R}$$

Volumul pentru care se obține temperatura maximă este $V_{T\max} = \frac{5}{4}V_1$, iar temperatura maximă este: $T_{\max} = \frac{25}{8}\cdot\frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{25}{8}T_1 \Rightarrow \eta_C = 1 - \frac{8T_1}{25T_1} = 68\%$

77*. a. Deoarece izoterma cea mai depărtată de axele de coordonate este tangentă la dreaptă în punctul *A*, temperatura în punctul *A* este maximă. În punctul *X*, adiabata devine tangentă la dreapta 1-2 și în *X* se schimbă semnul căldurii. Pe porțiunea 1-*A*, deoarece volumul crește, gazul efectuează lucru mecanic $L_{1A} > 0$, și cum temperatura crește de la 1 la *A*, atunci $\Delta U_{1A} = \nu C_V(T_A - T_1) > 0 \Rightarrow Q_{1A} = \Delta U_{1A} + L_{1A} > 0$.

Pe porțiunea 1*A* gazul primește căldură și o parte o utilizează pentru a-și crește energia internă, iar restul o cedează mediului sub formă de lucru mecanic.

Pe porțiunea *A-X*, deoarece volumul crește, gazul efectuează lucru mecanic $L_{AX}>0$ și deoarece până în *X* gazul primește căldură atunci $Q_{AX}>0$. Cum $T_A=T_{max}$, de la *A* la *X* temperatura scade, astfel că $\Delta U_{AX}<0$. Pe porțiunea *A-X* gazul efectuează lucru mecanic, atât pe seama cantității de căldură primite cât și pe seama scăderii energiei interne a gazului.
Pe porțiunea *X*-2, deoarece volumul crește, gazul efectuează lucru mecanic $L_{X2}>0$, și cum temperatura scade atunci $\Delta U_{X2}<0$. Din *X* până în 2 gazul cedează căldură $Q_{X2}<0$. Pe porținea *X*-2, pe seama scăderii energiei interne a gazului, acesta efectuează lucru mecanic și cedează căldură mediului.

b. Căldura molară pe porțiunea *A-X* este $C_{AX}=\frac{Q_{AX}}{\nu(T_A-T_X)}<0$, deoarece $Q_{AX}>0$ și $\Delta T_{AX}<0$. Deci căldura molară este negativă pe porțiunea *A-X* cuprinsă între punctele de tangență ale izotermei și adiabatei cu dreapta care descrie procesul suferit de gaz.

c. Pe porțiunea *A-X* gazul primește căldură ($Q_{AX}>0$) și se răcește deoarece $T_X<T_A$.

1.5. Calorimetrie

1. a. Deoarece vasul este izolat de mediul extern, corpurile schimbă căldură numai între ele. Aplicăm ecuația calorimetriei: $\sum Q_i=0$. Notăm cu *t*, temperatura de echilibru și obținem:

$$m_1c_1(t-t_1)+m_2c_2(t-t_2)+m_3c_3(t-t_3)+m_4c_4(t-t_4)=0$$

$$m_1c_1(t-t_1)+4m_1\frac{c_1}{2}(t-3t_1)+2m_12c_1(t-4t_1)+3m_13c_1\left(t-\frac{t_1}{3}\right)=0\Rightarrow t=1{,}625\,t_1$$

b. Deoarece temperatura de echilibru $t>t_1$ și $t>t_4\Rightarrow$ corpurile 1 și 4 primesc căldură în timp ce corpurile 2 și 3 cedează, deoarece $t<t_2$ și $t<t_3$.

2. Deoarece vasul nu este izolat adiabatic, trebuie să ținem cont și de căldura cedată de vas mediului. Astfel în procesul stabilirii echilibrului termic, corpul 2 cedează căldură care este preluată atât de corpul 1 pentru a ajunge la temperatura de echilibru cât și de vas care o cedează mediului. Astfel bilanțul energetic se scrie: $|Q_2|=Q_1+Q\Rightarrow m_2c_2(t_2-t)=m_1c_1(t-t_1)+2m_1c_1t_1\Rightarrow$

$$2m_14c_1(2t_1-t)=m_1c_1(t-t_1)+2m_1c_1t_1\Rightarrow 16t_1-8t=t-t_1+2t_1\Rightarrow t=\frac{5t_1}{3}\approx 1{,}67t_1$$

3. Deoarece cele *n* găleți au același volum și în ele se află aceeași substanță, înseamnă că masele lor sunt aceleași, astfel că $m=\rho V$. Utilizăm ecuația calorimetrică $\sum Q_i=0\Rightarrow nmc(t-t_1)+m'c(t-t_2)=0$, unde cu m' am notat masa de apă rece care se lasă să curgă de la robinet. Obținem: $m'=\frac{n\rho V(t_1-t)}{t-t_2}$=50 kg

4. Căldura primită de apă este $Q=m\bar{c}(t_2-t_1)$, unde cu $\bar{c}$ am notat căldura specifică medie în intervalul de temperatură (t_1,t_2). Deoarece căldura specifică depinde liniar de temperatură după legea: $c=at+b$, aflăm constantele *a* și *b*. Astfel

pentru t=0°C căldura specifică este c_0=4220 J/kgK=b şi pentru t_f=30°, căldura specifică este c_f=4180 J/kgK, obţinem coeficientul a:

$4180 = 4220 + 30a \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \Rightarrow c(t) = -\frac{4}{3}t + 4220 \Rightarrow$ valoarea medie a căldurii specifice se calculează cu ajutorul mediei aritmetice ale valorilor de la capetele intervalului, astfel că:

$$\overline{c} = \frac{c(t_1 = 5°C) + c(t_2 = 15°C)}{2} = \frac{4220 - \frac{20}{3} + 4220 - 20}{2} \approx 4206{,}66 \text{ J/kgK}$$

Obţinem căldura primită $Q \approx 42{,}07$ J

5. a. Utilizăm ecuaţia termică de stare: $pV = \nu RT_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT_1} = 300$ g.

b. Utilizăm ecuaţia calorimetrică $|Q_{cedat}| = Q_{primit}$ şi obţinem:

$$mc_a(t_3 - t_1) + m'c_a(t_3 - t_2) = 0 \Rightarrow m' = \frac{m(t_1 - t_3)}{t_3 - t_2} = 500 \text{ g.}$$

c. Calculăm cantitatea de căldură primită de masa de apă m' introdusă în incintă ca fiind egală cu cantitatea de căldură cedată de masa m de vapori $Q_{primit} = |Q_{cedat}| = mc_a(t_1 - t_3) = 63$ kJ.

6. a. Calculăm căldura furnizată de hamster aerului din cutie: $Q = mc_{aer}\Delta t' = 408$ J, deoarece în t=2 h, temperatura aerului din cutie creşte cu $\Delta t' = 2\Delta t = 4°$ C.

b. Prin definiţie randamentul conversiei hranei în căldură este:

$$\eta = \frac{Q}{Q_{hrana}} \Rightarrow Q_{hrana} = \frac{Q}{\eta} = 2040 \text{ J.}$$

c. Cum $Q_{hrana} = m'E \Rightarrow m' = \frac{Q_{hrana}}{E} = 81{,}6$ g reprezintă masa de seminţe mâncate de hamster.

7. a. Cantitatea de căldură necesară vaporizării întregii cantităţi de apă este formată din căldura necesară încălzirii apei de la temperatura t până la t_f şi căldura necesară vaporizării apei, astfel că:

$Q = mc_a(t_V - t) + m\lambda_v = m[c_a(t_V - t) + \lambda_v] \approx 51{,}72$ kJ.

b. Imediat după vaporizare în vas se află vapori de apă la presiunea p_0, deoarece apa pură fierbe sub presiune atmosferică normală la temperatura de 100°C. Utilizând ecuaţia termică de stare aflăm volumul vasului:

$$p_0V = \frac{m}{\mu} RT_f \Rightarrow V = \frac{mRT_f}{p_0\mu} \approx 34{,}44\text{L.}$$

Aflăm presiunea finală din vas: $p_f = p_{aer} + p_{vapori} = p_{aer} + p_0$.

Aflăm presiunea aerului din vas considerând că acesta suferă o transformare izocoră, deoarece neglijăm volumul iniţial ocupat de apă şi obţinem:

$$\frac{p_0}{T} = \frac{p_{aer}}{T_f} \Rightarrow p_{aer} = \frac{p_0T_f}{T} \approx 1{,}273 \cdot 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow p_f \approx 2{,}273 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

c. Prin încălzire amestecul de aer şi vapori de apă suferă o transformare izocoră, astfel că: $\frac{p_f}{T_f}=\frac{p'}{T_f+\Delta T}\Rightarrow p'=\frac{p_f(T_f+\Delta T)}{T_f}\approx 2{,}578\cdot 10^5$ Pa, astfel că obţinem:

$$\frac{p'}{p_f}=\frac{T_f+\Delta T}{T_f}=1{,}134$$

8. a. Calculăm căldura necesară gheţii pentru a se vaporiza. Pentru aceasta gheaţa se încălzeşte până la 0°C, apoi se topeşte la 0°C şi se transformă în apă, urmează încălzirea apei de la 0°C la 100°C şi apoi vaporizarea apei la 100°C, astfel că: $Q=m_g c_g(-t_1)+m_g\lambda_g+m_g c_a t_a+m_g\lambda_v$, cu $t_a=100°C\Rightarrow$

$$Q=m_g\cdot\left[-c_g t_1+\lambda_g+c_a t_a+\lambda_v\right]=302{,}6\ \text{kJ}$$

b. Prin definiţie randamentul este $\eta=\frac{Q_u}{Q_c}$, unde Q_u reprezintă căldura utilă şi este aceeaşi cu căldura necesară gheţii pentru a fi adusă în stare de vapori şi Q_c reprezintă căldura consumată prin arderea combustibilului, astfel că:

$$Q_c=m\cdot q\Rightarrow\eta=\frac{Q_u}{mq}\Rightarrow m=\frac{Q_u}{\eta q}\approx 67{,}24\ \text{g}$$

9. a. Prin definiţie căldura specifică a alamei este $c=\frac{Q}{m_{al}\Delta T}=\frac{Q_{cu}+Q_{zn}}{(m_{cu}+m_{zn})\Delta T}$.

Deoarece alama este un amestec din cupru cu masa $m_{cu}=fm_{al}$ şi zinc cu masa $m_{zn}=(1-f)m_{al}$ obţinem:

$$c=\frac{m_{cu}c_{cu}\Delta T+m_{zn}c_{zn}\Delta T}{m_{al}\Delta T}=\frac{fm_{al}c_{cu}+(1-f)m_{al}c_{zn}}{m_{al}}=fc_{cu}+(1-f)c_{zn}=396{,}6\ \text{J/kgK}$$

b. Calculăm cantitatea de gheaţă m_x care se topeşte. În acest proces alama cedează căldură. Gheaţa primeşte căldură ca să se încălzească de la t_g la t_0=0°C şi pentru ca masa m_x de gheaţă să se topească, în timp ce calorimetrul primeşte căldură ca să se încălzească de t_g la t_0=0°C. Ecuaţia calorimetrică $|Q_{cedat}|=|Q_{primit}|$ devine: $m_{al}c_{al}(t-t_0)=m_g c_g(t_0-t_g)+m_x\lambda_g+C(t_0-t_g)\Rightarrow$

$$m_x=\frac{m_{al}c_{al}(t-t_0)-(m_g c_g+C)(t_0-t_g)}{\lambda_g}=\frac{m_{al}c_{al}t+(m_g c_g+C)\cdot t_g}{\lambda_g}\approx 111{,}35g$$

10. În acest proces fosforul cedează căldură. Iniţial fosforul se răceşte în stare lichidă până la temperatura de topire, se solidifică şi apoi se răceşte în stare solidă: $|Q_c|=m_p c_\ell(t_p-t_t)+m_p\lambda_p+m_p c_s(t_t-t_e)$, unde t_e reprezintă temperatura de echilibru. Căldura cedată de fosfor este preluată de calorimetru, $Q_c=m_a c_a(t_e-t_g)$ şi de gheaţă, care se încălzeşte până la t_0=0°C, se topeşte la t_0 şi apoi se încălzeşte sub formă de apă până la t_e, astfel că: $Q_a=m_g c_g(t_0-t_g)+m_g\lambda_g+m_g c_a(t_e-t_0)\Rightarrow$

$$Q_{primit}=m_a c_a(t_e-t_g)+m_g c_g(t_0-t_g)+m_g\lambda_g+m_g c_a(t_e-t_0)$$

Cum $|Q_c| = Q_{primit} \Rightarrow m_p[c_t(t_p - t_t) + \lambda_p + c_s(t_t - t_e)] =$

$= m_a c_a(t_e - t_g) + m_g c_g(t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a(t_e - t_0) \Rightarrow$

$$m_p = \frac{m_a c_a(t_e - t_g) + m_g c_g(t_0 - t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a(t_e - t_0)}{c_t(t_p - t_t) + \lambda_p + c_s(t_t - t_e)} \approx 1{,}29 \text{ kg}$$

Obs: deoarece pentru calorimetru se cunoaşte echivalentul în apă al acestuia, calculăm capacitatea calorică a calorimetrului prin înmulţirea echivalentului în apă al calorimetrului cu căldura specifică a apei, astfel că $C = m_a c_a$.

11. Deoarece temperatura de echilibru devine t, în acest proces calorimetrul şi apa aflată în aceasta se răcesc şi cedează căldură, cuprul introdus în calorimetru cedează şi el căldură, deoarece se răceşte. Gheaţa este singura care primeşte căldură. Pe baza ecuaţiei calorimetrice: $|Q_c| = Q_p$, obţinem:

$$mc(t_a - t) + m_a c_a(t_a - t) + m_c c_c(t_c - t) = m_g c_g(-t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a t_a \Rightarrow$$

$$m_a = \frac{m_g(-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_a) - mc(t_a - t) - m_c c_c(t_c - t)}{c_a(t_a - t)} \approx 102{,}22g$$

12. a. În acest proces cele două bare de fier şi de aluminiu cedează căldură, deoarece se răcesc, calorimetrului şi apei aflate în el şi acestea se încălzesc. Conform ecuaţiei calorimetrice $|Q_c| = Q_p$, obţinem:

$$m_1 c_{Fe}(t_1 - t) + m_2 c_{Al}(t_1 - t) = C(t - t_2) + m_a c_a(t - t_2) \Rightarrow$$

$$m_1 c_{Fe} t_1 - m_1 c_{Fe} t + m_2 c_{Al} t_1 - m_2 c_{Al} t = Ct - Ct_2 + m_a c_a t - m_a c_a t_2 \Rightarrow$$

$$t = \frac{(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})t_1 + (C + m_a c_a)t_2}{m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al} + C + m_a c_a} \approx 28{,}52°C$$

b). Calculăm masa m_g de gheaţă care trebuie introdusă în calorimetru ca temperatura de echilibru să devină t_e=0. În acest proces cele două bare, calorimetrul şi apa aflată în el cedează căldură deoarece se răcesc până la t_e=0, iar această căldură este preluată de gheaţă, care se încălzeşte până la t_e=0ºC şi apoi se topeşte integral, astfel că:

$$(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})(t_1 - t_e) + (C + m_a c_a)(t_2 - t_e) = m_g c_g(t_e - t_g) + m_g \lambda_g \Rightarrow$$

$$m_g = \frac{(m_1 c_{Fe} + m_2 c_{Al})(t_1 - t_e) + (C + m_a c_a)(t_2 - t_e)}{c_g(t_e - t_g) + \lambda_g} \approx 89{,}15g$$

13. a. În acest proces vasul de alamă şi masa de apă aflată în el se încălzesc şi primesc căldură de la mercurul introdus în el, astfel că:

$$(m_1 c_{al} + m_2 c_a)(t - t_1) = m_3 c_{Hg}(t_2 - t) \Rightarrow c_{Hg} = \frac{(m_1 c_{al} + m_2 c_a)(t - t_1)}{m_3(t_2 - t)} \approx 137{,}34 \text{ J/kg K}$$

b. Calculăm căldura necesară gheţii ca să se topească complet:

$Q_g = m_g \lambda_g = 3350$ J şi căldura cedată de mercur pentru a se răci până la t=0ºC

$|Q_{Hg}| = m_3 c_{Hg} \cdot t_2 = 6867$J. Deoarece căldura cedată de mercur dacă s-ar răci până la 0ºC este mai mare decât căldura necesară gheţii pentru a se topi integral, înseamnă că temperatura de echilibru este mai mare decât 0ºC

$$m_g\lambda_g + m_g c_a t = m_3 c_{Hg}(t_2 - t) \Rightarrow t = \frac{m_3 c_{Hg} t_2 - m_g \lambda_g}{m_g c + m_3 c_{Hg}} \approx 31{,}78^\circ C$$

14. a. Calculăm cantitatea de căldură necesară vaporizării masei m_a de apă într-o oră: $Q = m_a c_a t + m_a \lambda_v = 266{,}8$ kJ. Prin definiție $\eta = \frac{Q_u}{Q_c} \Rightarrow Q_c = \frac{Q_u}{\eta}$, unde Q_u reprezintă căldura utilă necesară vaporizării apei în timpul τ și este $Q_u = \tau \cdot Q = 533{,}6$ kJ $\Rightarrow Q_c \approx 889{,}33$ kJ.

b. Amestecul va avea temperatura de echilibru t=100°C și prin urmare gheața are nevoie de căldură pentru a se topi la 0°C și pentru a se încălzi până la 100°C, astfel că $Q_g = m_2\lambda_g + m_2 c_a t = 753$ kJ reprezintă căldura absorbită de gheață. Această căldură provine din condensarea vaporilor de apă și este $Q_v = m_v \lambda_v$. Cum $Q_g = Q_v \Rightarrow m_2(\lambda_g + c_a t) = m_v \lambda_v \Rightarrow m_v = \frac{m_2(\lambda_g + c_a t)}{\lambda_v} \approx 334{,}67$ g.

15. Pentru a putea preciza dacă temperatura de echilibru este mai mare, mai mică sau egală cu 0°C, atunci când se amestecă apă cu gheață, calculăm căldurile cedată de apă ca să se răcească de la t_a până la 0°C și primită de gheață pentru ca să se încălzească de la t_g până la 0°C. Obținem: $Q_a = m_a c_a t_a = 16{,}8$ kJ și $Q_g = -m_g c_g t_g = 105$ kJ. Deoarece căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la 0°C este mai mare decât căldura cedată de apă pentru a se răci până la 0°C, calculăm căldura totală cedată de apă atât pentru a se răci până la 0°C cât și pentru a îngheța complet. Obținem: $Q_{t_a} = m_a c_a t_a + m_a \lambda_g = 83{,}6$ kJ. Deoarece $Q_g > Q_{t_a} \Rightarrow$ căldura totală cedată de apă pentru a îngheța complet este insuficientă pentru a încălzi gheața până la 0°C $\Rightarrow$ temperatura de echilibru este mai mică decât 0°C $\Rightarrow$

$$m_a c_a t_a + m_a \lambda_g + m_a c_g (0 - t) = m_g c_g (t - t_g) \Rightarrow$$

$$m_a c_a t_a + m_a \lambda_g - m_a c_g t = m_g c_g t - m_g c_g t_g \Rightarrow t = \frac{m_a c_a t_a + m_a \lambda_g + m_g c_g t_g}{(m_a + m_g) c_g} = -8{,}49^\circ C$$

16. Calculăm căldura cedată de apă pentru a se răci până la 0°C: $Q_a = m_a c_a t_a = 6{,}3$kJ și căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la 0°C: $Q_g = -m_g c_g t_g = 8{,}4$kJ. Deoarece $Q_g > Q_a$, apa începe să înghețe. Presupunem că îngheață întreaga cantitate de apă, astfel că aceasta cedează căldura totală: $Q_{t_a} = m_a c_a t_a + m_a \lambda_g = m_a(c_a t_a + \lambda_g) = 39{,}7$kJ. Deoarece dacă îngheață total, căldura cedată de apă este mai mare decât căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la 0°C, înseamnă că în final se va obține un amestec de apă și gheață la 0°C și o parte din apă îngheață. Calculăm masa m_x de apă care îngheață: $-m_g c_g t_g = m_a c_a t_a + m_x \lambda_g \Rightarrow m_x = \frac{-m_g c_g t_g - m_a c_a t_a}{\lambda_g} \approx 6{,}29$g.

Masa de apă din compoziția amestecului este $m_{af} = m_a - m_x \approx 93{,}71$g iar masa de gheață este $m_{gf} = m_g + m_x \approx 206{,}29$g.

17. În acest proces apa cedează căldura $Q_a = m_a c_a (t_a - t_e)$. Gheaţa primeşte căldură ca să se încălzească de la temperatura t_g la 0ºC, ca să se topească la 0ºC şi apoi ca să se încălzească sub formă de apă, astfel că: $Q_g = m_g c_g (-t_g) + m_g \lambda_g + m_g c_a t_e$. Din $Q_a = Q_g \Rightarrow$

$$m_a c_a (t_a - t_e) = m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_e) \Rightarrow m_a = \frac{m_g (-c_g t_g + \lambda_g + c_a t_e)}{c_a (t_a - t_e)} \approx 1{,}742 \text{ kg}$$

18. Notăm cu m masa picăturii de apă. Fie f fracţiunea care îngheaţă, astfel că masa de apă care îngheaţă este $m_g = fm$, iar restul se vaporizează, astfel că masa vaporilor va fi $m_v = m - m_g = m(1-f)$. Căldura cedată la îngheţarea masei m_g este utilizată pentru vaporizarea masei m_v.

$$m_g \lambda_g = m_v \lambda_v \Rightarrow fm\lambda_g = (1-f)m\lambda_v \Rightarrow f\lambda_g = \lambda_v - f\lambda_v \Rightarrow f = \frac{\lambda_v}{\lambda_v + \lambda_g} \approx 87\%$$

19. a. Scriem ecuaţia termică de stare pentru gazul aflat sub piston:

$$pV = \nu RT_0 \Rightarrow p \cdot Sh_0 = \nu RT_0 \Rightarrow h_0 = \frac{\nu RT_0}{pS}.$$

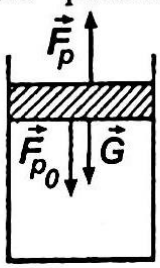


Fig. R 1.5.1

Aflăm presiunea gazului sub piston, impunând condiţia de echilibru pistonului (fig R 1.5.1):

$$F_p = F_{p_0} + G \Rightarrow pS = p_0 S + mg \Rightarrow h_0 = \frac{\nu RT_0}{p_0 S + mg} = 24{,}93 \text{ cm}.$$

b. Deoarece presiunea gazului din cilindru este

$p = p_0 + \frac{mg}{S} =$ constantă, transformarea gazului este izobară.

Conform legii transformării izobare: $\frac{Sh_0}{T_0} = \frac{Sh}{T} \Rightarrow h = h_0 \frac{T}{T_0}$.

Aflăm cum depinde temperatura gazului de timp şi pentru aceasta ţinem cont că temperatura gazului este egală cu cea a apei. Calculăm temperatura sistemului apă-gaz, ţinând cont că serpentina cedează căldură care este utilizată la încălzirea sistemului. Astfel căldura cedată este:

$|Q|_{cedat} = m_{ag} c(\theta_1 - \theta_2) = Dtc(\theta_1 - \theta_2)$, deoarece $m_{ag} = Dt$ reprezintă masa agentului în timpul t.

Căldura primită este: $Q_{primit} = Q_{primit_apa} + Q_{primit_gaz} = m_a c_a (\theta - \theta_0) + \nu C_p (\theta - \theta_0)$, unde θ reprezintă temperatura de echilibru.

Cum $|Q|_{cedat} = Q_{primit} \Rightarrow Dtc(\theta_1 - \theta_2) = (m_a c_a + \nu C_p)(\theta - \theta_0) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \theta = \theta_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_a c_a + \nu C_p} \Rightarrow T = T_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_a c_a + \nu C_p}$$ (relaţia s-a obţinut din precedenta prin adunarea lui 273 K în ambele părţi). Obţinem:

$$h = \frac{h_0}{T_0}\left[T_0 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{m_a c_a + \nu C_p}\right] \Rightarrow h = h_0\left[1 + \frac{Dtc(\theta_1 - \theta_2)}{T_0(m_a c_a + \nu C_p)}\right] \Rightarrow$$

Această relație redă dependența înălțimii h în funcție de timpul t. Deoarece funcția obținută este gradul unu înseamnă că h depinde liniar de timp.
Calculăm la ce moment de timp începe să fiarbă apa, adică punem condiția ca temperatura de echilibru sa devină θ=100°C. Obținem:

$$t=\frac{(m_a c_a+\nu C_p)(\theta-\theta_0)}{Dc(\theta_1-\theta_2)}\approx 613s=10'13''\Rightarrow$$ după

10 minute şi 13 secunde începe să fiarbă apa şi din acest moment temperatura rămâne constantă până la dispariția apei din vas. Reprezentarea înălțimii de timp este redată în figura R 1.5.2.

Fig. R 1.5.2

Obs: h_{max} se obține când t=613 s $\Rightarrow h_{max}\approx$31 cm.

c. După ce a fost atinsă temperatura de fierbere întreaga căldură cedată de serpentină este preluată de apa care se vaporizează astfel că:

$$Q_{primit}=m_v\lambda_v\Rightarrow Dtc(\theta_1-\theta_2)=m_v\lambda_v\Rightarrow\frac{m_v}{t}=\frac{Dc(\theta_1-\theta_2)}{\lambda_v}=2{,}22\ \text{g/s}$$

20. a. Din grafic observăm că apa se răceşte cu $\Delta\theta_1$=10°C într-un timp t_1=1 min. Presupunem că congelatorul primeşte de la apă aceeaşi cantitate de căldură q în fiecare minut, astfel că $q=m_a c_a\Delta\theta_1$, unde cu m_a am notat masa apei. Deoarece căldura totală cedată de apă ca să îngheţe total este: $Q=m_a c_a\,\theta_1+m_a\lambda_g=m_a(c_a\,\theta_1+\lambda_g)$, unde θ_1=80°C reprezintă temperatura inițială la care se află apa, atunci $t=\frac{Q}{q}=\frac{c_a\theta_1+\lambda_g}{c_a\Delta\theta_1}=16$ min.

b. $Q_a=m_a(c_a\theta_1+\lambda_g)=336$ kJ.

21. a. Din grafic observăm că $\Delta\tau_1$=50 min, temperatura de echilibru a amestecului este t=0°C ceea ce demonstrează că în acest interval de timp se topeşte gheața. În intervalul de timp $\tau_2\in$(50 min, 60 min) temperatura amestecului creşte cu $\Delta t=2°$ C, ceea ce demonstrează că apa se încălzeşte. Presupunem că mediul cedează în mod uniform căldură amestecului şi fie q cantitatea de căldură cedată într-un minut. Astfel în $\Delta\tau_2$=10 min când apa se încălzeşte, cantitatea de căldură cedată de mediu este $Q=q\cdot\Delta\tau_2$ şi reprezintă căldura primită de apă (amestec) pentru a se încălzi de la 0°C la

$$\Delta t_2=2°\text{C}\Rightarrow Q=m\cdot c_a\cdot\Delta t_2\Rightarrow q\Delta\tau_2=m\cdot c_a\cdot\Delta t_2\Rightarrow q=\frac{m\cdot c_a\cdot\Delta t_2}{\Delta\tau_2}=8{,}4\ \text{kJ/min}$$

b. Calculăm masa inițială de gheață din vas ținând cont că în $\Delta\tau_1$ numai gheața preia căldură de la mediu ca să se topească, astfel că $m_1\lambda_g=q\Delta\tau_1\Rightarrow$

$$m_1=\frac{mc_a\Delta t_2}{\lambda_g}\cdot\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2}\Rightarrow m_1\approx 1{,}254\ \text{kg}.$$

c. Dacă la momentul τ_1=60 min în apa aflată la temperatura de 2°C se introduce o bucată de gheață, gheața se încălzeşte şi apoi se topeşte, astfel că după $\Delta\tau$=20 min din momentul introducerii, temperatura de echilibru este de 0°C. În

acest proces cedează căldură apa până se răceşte la 0ºC şi mediul, iar gheaţa preia această căldură ca să se încălzească de la t_2 până la t_3=0ºC şi pentru ca apoi o masă m_x să se topească:

$|Q|_{cedat} = mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau$ şi $Q_{primit} = m_2c_g(t_3 - t_2) + m_x\lambda_g$

Cum $|Q_{cedat}| = Q_{primit} \Rightarrow mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau = m_2c_g(t_3 - t_2) + m_x\lambda_g \Rightarrow$

$$m_x = \frac{mc_a\Delta t_2 + q\Delta\tau - m_2c_g(t_3 - t_2)}{\lambda_g} = \frac{mc_a\Delta t_2\left(1 + \frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_2}\right) - m_2c_g(t_3 - t_2)}{\lambda_g} \approx 0{,}69\text{kg}$$

$\Rightarrow$ compoziţia amestecului este: apă cu masa $m_a = m + m_x \approx 10{,}69$ kg şi gheaţă rămasă cu masa $m_g = m_2 - m_x = 1{,}31$ kg.

22. a. Prin definiţie puterea este $P = \frac{L}{t} = \frac{L_{ciclu}}{T} = L_{ciclu} \cdot n \Rightarrow L_{ciclu} = \frac{P}{n} = 1$ kJ, unde T este perioada în care se efectuează un ciclu.

b. Pe baza definiţiei randamentului:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{absorbit}} \Rightarrow Q_{absorbit} = \frac{L_{ciclu}}{\eta} = \frac{P}{\eta n} = 4 \text{ kJ}.$$

c. Deoarece căldura cedată de motor este preluată integral de apă, atunci: $|Q_{cedat}| = Q_{apa} = m_ac(t_2 - t_1)$, iar căldura cedată pe un ciclu este:

$$|Q| = Q_{primit} - L_{ciclu} = L_{ciclu}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = \frac{PT(1-\eta)}{\eta} \Rightarrow |Q_{cedat}| = N \cdot |Q| = \frac{Pt(1-\eta)}{\eta}$$ unde N reprezintă numărul de cicluri şi $N = \frac{t}{T} \Rightarrow m_ac(t_2 - t_1) = \frac{Pt(1-\eta)}{\eta}$.

Cum prin definiţie debitul masic este $D_m = \frac{m_a}{t} \Rightarrow D_m = \frac{P(1-\eta)}{\eta c(t_2 - t_1)} \approx 0{,}6$ kg/s.

23. a. Deoarece corpurile 1 şi 3 îşi schimbă faza (se topesc sau se vaporizează) la aceeaşi temperatură înseamnă că sunt confecţionate din acelaşi material.

b. Din grafic observăm că cele două corpuri 1 şi 3 încep să-şi schimbe faza la acelaşi moment de timp şi prin urmare căldurile primite de cele două corpuri sunt egale, astfel că $Q_1 = Q_3 \Rightarrow m_1c_1\Delta t_1 = m_3c_3\Delta t_3$. Deoarece corpurile 1 şi 3 sunt din acelaşi material, atunci $c_1 = c_3 \Rightarrow m_1\Delta t_1 = m_3\Delta t_3$.

Din grafic observăm că $\Delta t_1 < \Delta t_3 \Rightarrow m_1 > m_3 \Rightarrow$ corpul 1 are masa mai mare decât corpul 3.

c. Deoarece dreptele care redau dependenţa temperaturii corpurilor 2 şi 4 de timp sunt paralele, variaţiile de temperatură ale celor două corpuri sunt egale şi prin urmare corpurile 2 şi 4 se încălzesc la fel de repede.

d. Cum $Q_2 = Q_4 \Rightarrow C_2\Delta t_2 = C_4\Delta t_4$ şi $\Delta t_2 = \Delta t_4 \Rightarrow C_2 = C_4 \Rightarrow$ capacităţile calorice ale corpurilor 2 şi 4 sunt egale.

2.1. Rezistenţa electrică. Legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

1. Prin definiţie intensitatea curentului electric este $I=\frac{q}{t}$, unde q sarcina electrică şi t este timpul, în care sarcina electrică străbate o secţiune transversală a conductorului prin care trece. Cum sarcina electrică este o mărime fizică cuantificată: $q=Ne$, unde N reprezintă numărul de electroni ce trec prin secţiunea conductorului şi e este valoarea sarcinii electrice elementare, atunci $I=\frac{Ne}{\Delta t}\Rightarrow N=\frac{I\Delta t}{e}=5\ 10^{19}$ electroni.

2. a. Deoarece intensitatea curentului este reprezentată în funcţie de timp, aria cuprinsă între curba intensităţii şi axa timpului semnifică fizic, sarcina electrică, care traversează secţiunea transversală a unui fir metalic.

$$q=10+\frac{10\cdot 4}{2}=30\ \text{C}$$

b. Intensitatea medie a curentului este $I_{med}=\frac{q}{\Delta t}=6$ C

c. Deoarece în intervalul de timp [1s,5s] intensitatea curentului scade liniar cu trecerea timpului, legea este: $I=at+b$. Aflăm constantele a şi b punând condiţia ca această dreapta sa treacă prin punctele:

$t=1s\Rightarrow I=10A$, astfel că $10=a+b$ şi $t=5s\Rightarrow I=0A\Rightarrow$

$$0=5a+b\Rightarrow b=-5a\Rightarrow 10=-4a\Rightarrow a=\frac{-5}{2}\ \text{şi}\ b=\frac{25}{2}\Rightarrow$$

$I=-\frac{5}{2}t+\frac{25}{2}\Rightarrow$ la momentul $t=4\text{s}\Rightarrow I=2{,}5$ A.

3. Cum $I=\frac{q}{t}$, iar $q=Ne\Rightarrow I=\frac{Ne}{t}$. Prin definiţie concentraţia volumică a electronilor este $n=\frac{N}{V}\Rightarrow N=nV=nSL$. Se consideră volumul V de formă cilindrică, astfel că $V=SL$, unde S este secţiunea şi L lungimea firului. Presupunând că electronii au o mişcare rectilinie şi uniformă viteza lor de transport se calculează astfel:

$$L=v_m\cdot t\Rightarrow V=Sv_mt\Rightarrow N=nSv_mt\Rightarrow I=neSv_m\Rightarrow v_m=\frac{I}{neS}\Rightarrow v_m=10^{-4}\ \text{m/s}$$

4. Dependenţa rezistenţei electrice în funcţie de temperatură se găseşte din dependenţa rezistenţei electrice de dimensiunile conductorului: $R=\frac{\rho\cdot\ell}{S}$ şi din dependenţa rezistivităţii electrice de temperatură: $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, astfel că: $R=\frac{\rho_0\ell}{S}(1+\alpha t)=R_0(1+\alpha t)$, unde $R_0=\frac{\rho_0\ell}{S}$ reprezintă rezistenţa electrică la temperatura de 0°C.

Cum $R=3R_0\Rightarrow 1{,}5R_0=R_0(1+\alpha t)\Rightarrow \alpha t=0{,}5\Rightarrow t=\frac{1}{2\alpha}=1250^{\circ}\text{C}$.

5. Aflăm rezistența electrică la $0°C$ conform formulei $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S} = 8{,}6\ \Omega$ și calculăm rezistența electrică la temperatura t: $R = R_0(1+\alpha t) = 77{,}4\ \Omega$.

6. Deoarece cele două bastonașe sunt legate în serie obținem:

$$R_s = R_1 + R_2 = \frac{\rho_1 \ell_1}{S} + \frac{\rho_2 \ell_2}{S} = \frac{\rho_{01}(1+\alpha_1 t)\ell_1}{S} + \frac{\rho_{02}(1+\alpha_2 t)\ell_2}{S} =$$

$$= \frac{\rho_{01}\ell_1 + \rho_{02}\ell_2}{S} + \frac{1}{S}(\rho_{01}\alpha_1\ell_1 + \rho_{02}\alpha_2\ell_2)\cdot t..$$

Deoarece rezistența nu depinde de temperatură $\rho_{01}\alpha_1\ell_1 + \rho_{02}\alpha_2\ell_2 = 0$

$$\Rightarrow \rho_{01}\alpha_1\ell_1 = -\rho_{02}\alpha_2\ell_2 \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = -\frac{\rho_{02}\alpha_2}{\rho_{01}\alpha_1} = 0{,}4.$$

7.a. $m = dV = dS\ell \Rightarrow \ell = \frac{m}{dS} = 100$ m.

b. Aflăm valoarea rezistenței electrice pe baza formulei $R = \rho_{cu}\frac{\ell}{S} = 1{,}7\ \Omega$ și conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit, obținem:

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho_{cu}\ell} = 2\ \text{A}.$$

c. Deoarece intensitatea maximă a curentului este $I_{max} \Rightarrow U_{max} = RI_{max} = 17$ V.

8.a. Considerăm un punct pe caracteristica curent-tensiune figura R 2.1.1 și obținem $tg\alpha = \frac{I}{U}\frac{1}{R}$, astfel că cu cât α crește $\Rightarrow tg\alpha$ crește $\Rightarrow$ rezistența electrică scade. Cum $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow R_1 < R_2 < R_3$.

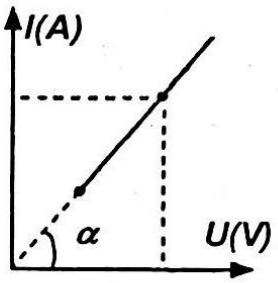


Fig. R 2.1.1

b. Prin definiție rezistența electrică este $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 2\ \Omega$.

c. $\frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{I_1}\cdot\frac{I_2}{U} = \frac{I_2}{I_1} \approx 0{,}33.$

9.a. Intensitatea de scurtcircuit se obține când se leagă bornele sursei împreună, astfel că $E = I_{sc}r \Rightarrow r = \frac{E}{I_{sc}} = 0{,}4\ \Omega$ reprezintă rezistența internă a sursei. Dacă legăm la bornele sursei o rezistență electrică R, intensitatea curentului electric prin circuit este $I = \frac{E}{R+r}$, conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu, astfel că tensiunea la capetele rezistorului R este $U = RI = \frac{RE}{R+r}$ și căderea internă de tensiune pe sursă este $u = rI = \frac{rE}{R+r}$.

Cum $\frac{U}{u}=\frac{R}{r}=n \Rightarrow R=nr=1{,}6\ \Omega$.

b. Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține intensitatea curentului electric $I=\frac{E}{R+r}=\frac{E}{r(n+1)}=\frac{I_{sc}}{n+1}=20$ A

c. Cum $R=\frac{\rho\ell}{S} \Rightarrow S=\frac{\rho\ell}{R}=3{,}125$ mm².

10.a. Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține intensitatea curentului electric: $I=\frac{E}{R+r}=2$ A.

b. Tensiunea la bornele sursei se obține scăzând din tensiunea electromotoare a bateriei căderea internă de tensiune, astfel că: $U=E-Ir=\frac{RE}{R+r}=8$ V.

c. La scurtcircuit se leagă bornele sursei împreună, astfel că rezistența R a circuitului exterior este nulă. Se obține intensitatea de scurtcircuit $I_{sc}=\frac{E}{r}=10$ A care reprezintă intensitatea maximă care poate trece printr-o baterie.

11.a. Utilizăm legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu şi obținem $E=I_1(R_1+r)$ şi $E=I_2(R_2+r) \Rightarrow I_1(R_1+r)=I_2(R_2+r) \Rightarrow$

$r(I_1-I_2)=I_2R_2-I_1R_1 \Rightarrow r=\frac{I_2R_2-I_1R_1}{I_1-I_2}=1\ \Omega$.

b. $E=I_1(R_1+r)=\frac{I_1I_2(R_2-R_1)}{I_1-I_2}=12$ V.

c. $I=\frac{E}{R_3+r}=3$ A.

12.a. Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu $I=\frac{E}{R+r}$, iar tensiunea la bornele sursei este $U=E-u=E-Ir$, prin urmare tensiunea la bornele sursei depinde liniar de intensitatea curentului. Când I=0, adică la circuit deschis tensiunea la bornele sursei este $U=E=16$ V, pe baza graficului.

b. Când $U=0 \Rightarrow E=Ir \Rightarrow r=\frac{E}{I}$ şi cum din grafic când $U=0 \Rightarrow I=40$ A, obținem rezistența internă a sursei $r=0{,}4\ \Omega$.

c. $U=RI \Rightarrow E=I(R+r) \Rightarrow \frac{E}{U}=\frac{R+r}{R} \Rightarrow ER=UR+Ur \Rightarrow R=\frac{Ur}{E-U} \approx 0{,}133\ \Omega$

13. a. Cum tensiunea la bornele sursei este $U=E-u=E-Ir$, atunci $I=\frac{E-U}{r}=\frac{E}{r}-\frac{U}{r}$. Astfel $\frac{1}{r}=0{,}5 \Rightarrow r=2\ \Omega$

b. Din $\frac{E}{r}=2$ obținem E=4 V

c. Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu $I=\frac{E}{R+r}=0{,}8$ A

14. Dacă la bornele sursei se leagă rezistența R, intensitatea curentului electric este $I=\frac{E}{R+r}$, iar tensiunea la bornele rezistenței este $U=RI=\frac{RE}{R+r}$. Înlocuim rezistența R cu o alta cu rezistența $4R$ tensiunea la bornele acestei rezistenței devine $U'=\frac{4RE}{4R+r}$. Din datele problemei:

$$U'=(1+f)U\Rightarrow\frac{4RE}{4R+r}=(1+f)\frac{RE}{R+r}\Rightarrow R=\frac{(3-f)r}{4f}\Rightarrow E=\frac{(R+r)U}{R}\Rightarrow$$

$$E=\frac{3(1+f)U}{3-f}=33\text{ V}.$$

15.a. Tensiunea la capetele rezistenței este $U_0=R_0I$, unde $I=\frac{E}{R_0+r}$, conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu, astfel că: $U_0=\frac{R_0E}{R_0+r}=40\text{ V}$.

b. Cum rezistența electrică depinde de temperatură după legea

$$R=R_0(1+\alpha t)\Rightarrow t=\frac{R-R_0}{R_0\alpha}=2200^{\circ}\text{C}.$$

c. Calculăm tensiunea la bornele rezistenței R prin analogie cu punctul **a**, astfel că: $U=\frac{RE}{R+r}$, prin urmare variația relativă a tensiunii la bornele rezistenței este: $f=\frac{U-U_0}{U_0}=\frac{U}{U_0}-1=\frac{R(R_0+r)}{R_0(R+r)}-1=5\%$.

16.a. Fie R rezistența rezistorului, astfel că $I=\frac{E}{R+r}$, pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu. Dacă se mărește rezistența cu f_1, noua valoare a rezistenței este $R_1=R(1+f_1)$, iar $I_1=\frac{E}{R(1+f_1)+r}$ este cu f_2 mai mică decât I, astfel că $I_1=I(1-f_2)\Rightarrow\frac{E}{R(1+f_1)+r}=\frac{(1-f_2)E}{R+r}\Rightarrow$

$$r=\frac{R(f_1-f_2-f_1f_2)}{f_2}.$$ Dacă rezistența se micșorează cu $f_1\Rightarrow R_2=R(1-f_1)$

$$\Rightarrow I_2=\frac{E}{R(1-f_1)+r}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{R(1+f_1)+r}{R(1-f_1)+r}=\frac{1}{1-2f_2}\Rightarrow I_2=\frac{I_1}{1-2f_2}=\frac{I(1-f_2)}{1-2f_2}=32\text{A}$$

b. $U_2=RI_2$ și $U_1=R_1I_1\Rightarrow f=\frac{U_2-U_1}{U_1}=\frac{U_2}{U_1}-1=\frac{I_2R_2}{I_1R_1}-1=\frac{2(f_2-f_1+f_1f_2)}{(1+f_1)(1-2f_2)}=0$, prin urmare tensiunea rămâne nemodificată

c. Pe baza legii dependenței rezistenței de temperatură $R=R_0(1+\alpha\Delta t)$, deci

$$\Rightarrow\frac{R-R_0}{R_0}=\frac{R}{R_0}-1=\alpha\Delta t=4{,}8\%.$$

2.2. Gruparea rezistoarelor

1.a. Aflăm valoarea rezistenței R, astfel că:

$$\frac{1}{R_p}=\frac{1}{R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{3R}=\frac{11}{6R}\Rightarrow R=\frac{11R_p}{6}=22\ \Omega.$$

La conectarea în serie a rezistoarelor obținem rezistența echivalentă:

$$R_s=R+2R+3R=6R=132\ \Omega.$$

b. Calculăm pe baza legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit intensitățile curenților care circulă prin fiecare rezistor, astfel că:

$$I_1=\frac{U}{R}=3\text{ A},\ I_2=\frac{U}{2R}=1{,}5\text{ A și }I_3=\frac{U}{3R}=1\text{ A}.$$

c. Aflăm intensitatea curentului care circulă prin rezistoarele legare în serie:

$I=\frac{U}{R_s}=0{,}5$ A, astfel că tensiunea pe rezistența R este $U_1=RI=11$ V.

2.a. Pe baza definiției rezistenței electrice $R=\frac{U}{I}\Rightarrow R_1=5\ \Omega$ și $R_2=20\ \Omega$, valori calculate pe baza valorilor din grafic.

b. $\frac{R_s}{R_p}=\frac{(R_1+R_2)^2}{R_1R_2}=6{,}25$, deoarece $R_s=R_1+R_2$ și din $\frac{1}{R_p}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow$

$$R_p=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}.$$

3. Când comutatorul K este deschis, rezistențele R și R sunt legate în serie, rezistențele $2R$ și $3R$ sunt legate în serie iar cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că rezistența echivalentă este: $R_1=\frac{2R\cdot 5R}{2R+5R}=\frac{10R}{7}$.

Când comutatorul K este închis rezistențele R și $2R$ sunt legate în paralel, rezistențele R și $3R$ sunt legate și ele în paralel și cele două grupări sunt legate în serie, astfel că rezistența echivalentă este:

$$R_2=\frac{2R}{3}+\frac{3R}{4}=\frac{17R}{12}\Rightarrow\frac{R_1}{R_2}=\frac{120}{119}\approx 1$$

4. Curentul electric trece cu intensitatea cât mai mare prin rezistorul cu rezistența cât mai mică dacă mai multe rezistoare sunt legate în paralel și din această cauză deoarece între punctele A și C există un fir metalic cu rezistență nulă, curentul electric va trece prin acest fir metalic și astfel rezistențele R_1 și R_2 legate în serie sunt șuntate (adică curentul electric nu circulă prin ele). La fel firul metalic legat între punctele C și D șuntează rezistențele R_3 și R_4 legate în serie. Prin urmare rezistența electrică echivalentă între punctele A și B este $R_{AB}=R_5$.

5. Deoarece între punctele A și E este legat un fir metalic fără rezistență, conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{AE}=R_{AE}I=0$ (fig R 2.2.1). Cum tensiunea electrică reprezintă diferența de potențial, astfel că $U_{AE}=V_A-V_E$, deoarece $U_{AE}=0\Rightarrow V_A=V_E$. Datorită firului metalic legat între

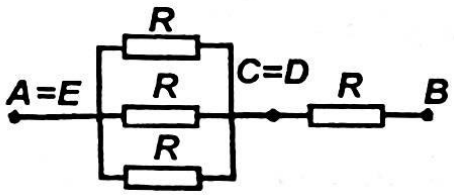


Fig. R 2.2.1

punctele C şi $D \Rightarrow U_{CD}=0 \Rightarrow V_C=V_D$. Observăm că montajul este echivalent cu trei rezistoare legate în paralel iar gruparea lor este legată în serie cu rezistenţa R, astfel că $R_{AB}=R_{AC}+R$, unde

$$\frac{1}{R_{AC}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}=\frac{3}{R} \Rightarrow R_{AC}=\frac{R}{3} \Rightarrow R_{AB}=\frac{R}{3}+R=\frac{4R}{3}.$$

6. Pentru a afla rezistenţa echivalentă între punctele A şi B observăm că rezistenţa R_2 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor R_1, R_4 şi R_3. Obţinem rezistenţa echivalentă $R_{AB}=\frac{R_2(R_1+R_4+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{44}{15}\ \Omega$.

Analog obţinem rezistenţa echivalentă $R_{AD}=\frac{R_1(R_2+R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{12}{5}=2{,}4\ \Omega$.

Pentru a calcula rezistenţa echivalentă între punctele A şi C, observăm că rezistenţele R_1 şi R_4 sunt legate în serie, R_2 şi R_3 sunt legate şi ele în serie şi cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că: $R_{AC}=\frac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{10}{3}\Omega$.

Analog $R_{BD}=\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=\frac{56}{15}\Omega$.

7. Fiecare treime de sârmă are rezistenţa $R/3$ Cercul este compus din două rezistenţe identice $R/6$. Cele două jumătăţi de cerc sunt legate în paralel şi gruparea lor este legată în serie cu cele două rezistenţe $R/3$. Astfel rezistenţa echivalentă este: $R_e=\frac{R}{3}+\frac{R}{12}+\frac{R}{3}=\frac{3R}{4}$

8. Două rezistenţe R sunt legate în paralel şi gruparea lor este legată în serie cu rezistenţa R, astfel că $R_1=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$. Ramura cu rezistenţa R_1 este legată în paralel cu cealaltă ramură cu rezistenţa R, astfel că $R_{AB}=\frac{RR_1}{R+R_1}=\frac{3R}{5}$

9. Montajul are nodul P, astfel că între nodurile M şi P se află două rezistenţe $2R$ şi R legate ăn paralel, astfel că $R_{MP}=\frac{2RR}{2R+R}=\frac{2R}{3}$. Rezistenţa R_{MP} este legată în serie cu rezistenţa R, astfel că $R_{MPN}=R_{MP}+R=\frac{5R}{3}$. Ramurile R_{MPN} şi R sunt legate în paralel, astfel că $R_{MN}=\frac{R_{MPN}R}{R_{MPN}+R}=\frac{5R}{8}$.

10. Montajul din problemă are rezistenţele grupate identic cu cele din montajul de la problema 9.

11. Observăm că rezistenţele R şi $3R$ sunt legate în paralel, iar rezistenţa lor echivalentă $\frac{3R}{4}$ este legată în serie cu rezistenţa $\frac{R}{4}$, astfel că gruparea lor are rezistenţa echivalentă R şi este legată cu rezistenţa R în paralel obţinându-se o rezistenţă echivalentă $\frac{R}{2}$. Această rezistenţă $\frac{R}{2}$ este legată

în serie cu rezistența $\frac{3R}{2}$, iar rezistența lor echivalentă $2R$ este legată cu rezistența R în paralel, astfel că rezistența echivalentă este $R_{AB}=\frac{2R}{3}$.

12. Observăm că ramura superioară este identică cu cea inferioară, iar cele două ramuri au rezistențe egale şi sunt legate în paralel. Calculăm rezistența unei ramuri, observând că cele trei rezistențe R_2 sunt legate în paralel, gruparea lor este apoi legată în serie cu R_5 şi în serie cu gruparea paralel a rezistențelor R_3 şi R_4, astfel că rezistența echivalentă a unei ramuri este: $R=\frac{R_2}{3}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}+R_5=7\Omega$. Cele două ramuri sunt legate în paralel şi rezistența echivalentă a lor $R/2$ este legată în serie cu două rezistențe R_1, astfel că: $R_{AB}=R_1+\frac{R}{2}+R_1=2R_1+\frac{R}{2}=5{,}5\Omega$

13. Observăm că rezistența $2R$ este legată în serie cu rezistența R iar gruparea lor este legată cu rezistența $3R$ în paralel, astfel că toate se înlocuiesc cu o rezistență echivalentă cu rezistența $R_1=\frac{3R(R+2R)}{3R+R+2R}=\frac{3R}{2}$. Această rezistență R_1 este legată în serie cu rezistența $\frac{R}{2}$, iar gruparea lor serie este legată cu rezistența $2R$ în paralel, astfel că le putem înlocui pe toate cu o rezistență echivalentă $R_2=\frac{(\frac{3R}{2}+\frac{R}{2})\cdot 2R}{\frac{3R}{2}+\frac{R}{2}+2R}=R$. Această rezistență R_2 este legată în serie cu rezistența R şi gruparea lor este legată în paralel cu rezistența $4R$, astfel că: $R_{AB}=\frac{4R(R+R)}{4R+R+R}=\frac{4R}{3}=4\ \Omega$.

14. Calculăm rezistența echivalentă între punctele A şi B. Punctele A şi C au acelaşi potențial, astfel că rezistențele electrice între aceste puncte sunt legate în paralel şi rezistența echivalentă a lor este $R_{AC}=\frac{2R^2}{3R}=\frac{2R}{3}$ (fig R 2.2.2). Între punctele D şi E, $R_{DE}=\frac{R}{4}$, deoarece două rezistențe $\frac{R}{2}$ sunt legate în paralel, astfel că $R_{ADEB}=\frac{2R}{3}+\frac{R}{4}+R=\frac{23R}{12}$.

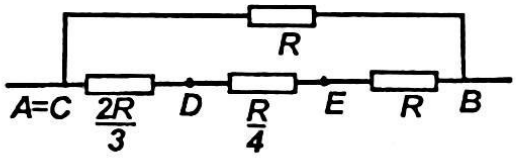


Fig. R 2.2.2

Se observă că R_{CB} şi R_{ADEB} sunt legate în paralel $R_{e,AB}=\frac{23R}{35}$.

$R_{e,AC}=0$, deoarece între punctele A şi C există un fir metalic fără rezistență.

Calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *D*. Deoarece $R_{e_{DE}} = \frac{R}{4}$ este legată în serie cu R_{EB} și R_{BC}, atunci $R_{DEBC} = \frac{R}{4} + R + R = \frac{9R}{4}$.

Punctele *A* și *C* coincid pentru că au același potențial electric, astfel că între punctele *A* și *D* sunt trei rezistențe legate în paralel *R*, 2*R* și $\frac{9R}{4}$ astfel că obținem (fig R 2.2.3):

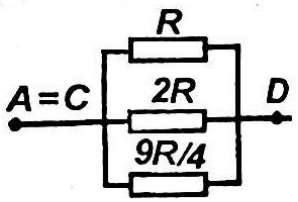


Fig. R 2.2.3

$$\frac{1}{R_{e_{AD}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{4}{9R} = \frac{35}{18R} \Rightarrow R_{e_{AD}} = \frac{18R}{35}.$$

15. Calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *B*. În acest caz pătratul *ECDE* este scurtcircuitat, astfel că $R_{e_{AB}} = \frac{R \cdot 3R}{4R} = \frac{3R}{4} = 0{,}75\ \Omega$. Calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *C*. Inițial calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *E*, astfel că $R_{AE} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} = R$, deoarece cele două ramuri conțin fiecare rezistența echivalentă 2*R* și sunt legate în paralel. Calculăm $R_{EC} = \frac{2R \cdot 6R}{8R} = \frac{3R}{2}$, deoarece între punctele *E* și *C* sunt două rezistențe 2R și 6R legate în paralel. Cum R_{AE} și R_{EC} sunt legate în serie, astfel că

$$R_{e_{AC}} = R_{AE} + R_{EC} = \frac{5R}{2} = 2{,}5\ \Omega.$$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *D*: $R_{e_{AD}} = R_{AE} + R_{ED}$.

$$R_{e_{AD}} = \frac{2R \cdot 2R}{4R} + \frac{4R \cdot 4R}{8R} = R + 2R = 3R = 3\ \Omega.$$

16. Calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *B*. Rezistența între *FGCDF* este inutilă. Aflăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *E*, astfel că rezistențele 2*R* și $R_{AFE}=4R$ sunt legate în paralel $\Rightarrow R_{AE} = \frac{2R \cdot 4R}{6R} = \frac{4R}{3}$. Aflăm rezistența echivalentă între punctele *E* și *B*: $R_{EB} = \frac{R \cdot 2R}{3R} = \frac{2R}{3}$.

$$R_{AB} = R_{AE} + R_{EB} = \frac{4R}{3} + \frac{2R}{3} = 2R = 18\ \Omega.$$

Calculăm rezistența echivalentă între punctele *A* și *C*. Rezistența triunghiului care are rezistența *R* pe fiecare latură și are un vârf în *E* nu contează pentru R_{AC}.

Calculăm $R_{AF} = \frac{(R_{AE} + R_{EF})3R}{R_{AE} + R_{EF} + 3R} = \frac{3R \cdot 3R}{6R} = \frac{3R}{2}$.

Calculăm R_{FG}, ținând cont că datorită firului metalic legat între punctele *F* și *D*, potențialele acestor puncte sunt egale astfel că cele două rezistențe *R* sunt legate în paralel $\Rightarrow R_{FG} = \frac{R}{2}$. Calculăm rezistența echivalentă între

punctele G şi $C \Rightarrow R_{GC} = \dfrac{(\frac{R}{6}+\frac{R}{6})\frac{5R}{3}}{\frac{R}{6}+\frac{R}{6}+\frac{5R}{3}} = \dfrac{\frac{R}{3}\cdot\frac{5R}{3}}{2R} = \dfrac{5R}{18}$

Obţinem: $R_{AC} = R_{AF} + R_{FG} + R_{GC} = \dfrac{3R}{2} + \dfrac{R}{2} + \dfrac{5R}{18} = 2R + \dfrac{5R}{18} = \dfrac{41R}{18} = 20{,}5\ \Omega$

Calculăm rezistenţa echivalentă între punctele A şi D. Oservăm că $R_{AD}=R_{AF}$, deoarece firul metalic şuntează rezistenţele legate între punctele F şi D. Rezistenţa triunghiului cu vârful în E nu contează, astfel că:

$$R_{AF} = \frac{3R\cdot 3R}{6R} = \frac{3R}{2} \Rightarrow R_{AD} = \frac{3R}{2} = 13{,}5\ \Omega$$

17.a. Calculăm rezistenţa echivalentă a punţii Wheatstone. Pentru acesta trecem de la montajul triunghi la montajul stea (fig R 2.2.4). Valorile unei rezistenţe r se calculează prin produsul rezistenţelor de pe laturile între care se introduce rezistenţa şi suma rezistenţelor de pe laturile triunghiului, astfel că aceste rezistenţe echivalente au valorile:

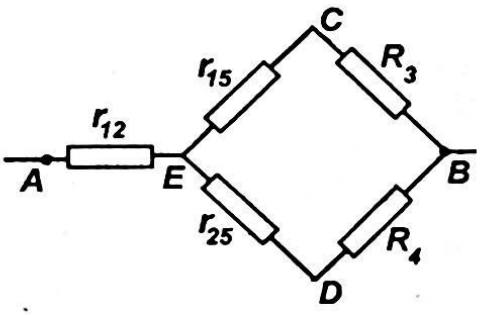


Fig. R 2.2.4

$$r_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_5} = \frac{2}{5}\ \Omega;\ r_{15} = \frac{R_1R_5}{R_1+R_2+R_5} = \frac{2}{5}\ \Omega \text{ şi } r_{25} = \frac{R_2R_5}{R_1+R_2+R_5} = \frac{4}{5}\ \Omega.$$

Calculăm rezistenţa echivalentă între punctele E şi $B \Rightarrow$

$$R_{EB} = \frac{(r_{15}+R_3)(r_{25}+R_4)}{r_{15}+R_3+r_{25}+R_4} = \frac{77}{45}\ \Omega \Rightarrow R_{AB} = r_{12} + R_{EB} = \frac{19}{9} \approx 2{,}11\ \Omega.$$

b. Deoarece prin rezistenţa R_5 nu circulă curent electric, puntea Wheatstone este echilibrată şi din această cauză $I_1=I_3$ şi $I_2=I_4$. Dar $U_{AC}=I_1R_1$ şi $U_{AD}=I_2R_2$ şi doarece $U_{CD}=0 \Rightarrow V_C=V_D \Rightarrow U_{AC}=V_A-V_C=U_{AD}=V_A-V_D \Rightarrow I_1R_1=I_2R_2$ (1)

cum $V_D=V_C \Rightarrow V_C-V_B=V_D-V_B \Rightarrow U_{CB}=U_{DB} \Rightarrow I_1R_3=I_2R_4$ (2)

Împărţim (1) la (2) şi obţinem: $\dfrac{R_1}{R_3} = \dfrac{R_2}{R_4} \Rightarrow R_1R_4 = R_2R_3 \Rightarrow R_3 = \dfrac{R_1R_4}{R_2} = 1\ \Omega.$

Dacă produsul rezistenţelor de pe laturile opuse este acelaşi puntea este echilibrată.

c. Rezistenţa R_5 nu are niciun rol şi prin urmare rezistenţele R_1 şi R_3 sunt legate în serie, iar rezistenţele R_2 şi R_4 sunt legate în serie şi cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că $R_{AB} = \dfrac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \dfrac{4}{3}\ \Omega$

18. Trecem montajul într-o punte Wheatstone ca în figura R 2.2.5 şi

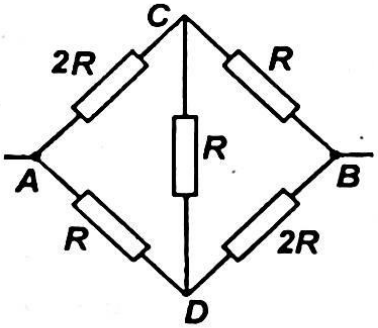


Fig. R 2.2.5

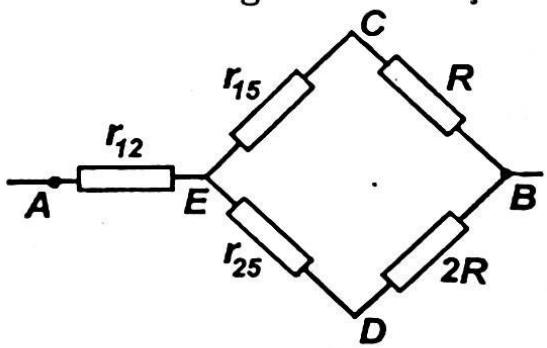


Fig. R 2.2.6

observăm că aceasta nu este echilibrată. Calculăm rezistențele echivalente r_{12}, r_{15} și r_{25} obținute prin trecerea de la montajul triunghi la montajul stea ca în figura R 2.2.6. $r_{12}=\frac{2R^2}{4R}=\frac{R}{2}$; $r_{15}=\frac{2R^2}{4R}=\frac{R}{2}$ și $r_{25}=\frac{R^2}{4R}=\frac{R}{4}$.

Astfel obținem: $R_{AB}=r_{12}+\frac{(r_{15}+R)(r_{25}+2R)}{r_{15}+R+r_{25}+2R}\Rightarrow$

$$R_{AB}=\frac{R}{2}+\frac{\frac{3R}{2}\cdot\frac{9R}{4}}{\frac{3R}{2}+\frac{9R}{4}}=\frac{R}{2}+\frac{9R}{10}=\frac{14R}{10}=\frac{7R}{5}$$

19. Trecem montajul într-o punte Wheatstone și observăm că aceasta este echilibrată (fig R 2.2.7), astfel că $R_{AC}R_{DB}=R_{CB}R_{AD}\Rightarrow$ rezistența R_{CD} nu are niciun rol deoarece prin ea nu circulă curent$\Rightarrow$

$$R_{AB}=\frac{(R_{AC}+R_{CB})(R_{AD}+R_{DB})}{R_{AC}+R_{CB}+R_{AD}+R_{DB}}=\frac{2R\cdot 2R}{4R}=R.$$

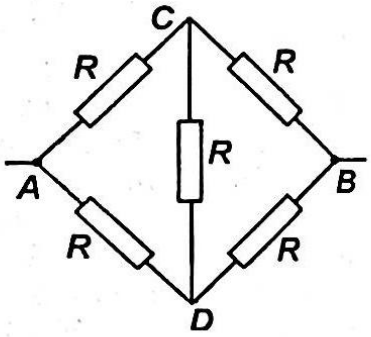


Fig. R 2.2.7

20. Punctele *A* și *C* au potențiale egale. Trecem montajul excluzând rezistența R_{BC} într-o punte Wheatstone și observăm că aceasta este echilibrată, astfel că $R_{AE}R_{DF}=R_{AD}R_{EF}\Rightarrow$ prin rezistența R_{DE} nu ciculă curent și de aceea această rezistență se poate elimina. Rezistența echivalentă a punții Wheatstone este $R_e=R$ (vezi problemă precedentă). Această punte echilibrată este legată în paralel cu rezistența *R*, iar rezistența echivalentă a lor este: $R_{AB}=\frac{R_e R}{R_e+R}=\frac{R}{2}$.

21. Prin definiție rezistența electrică este $R_e=\frac{U_{AB}}{I}$. Intensitatea curentului care intră prin punctul *A* se divide din motive de simetrie în *I*/3 și circulă prin ramurile *AC*, *AD* și *AP*. În fiecare nod intensitatea *I*/3 se divide în *I*/6 și curentul cu această intensitate circulă prin ramurile *CF*, *CG*, *DF*, *DH*, *PG* și *PH*. Prin laturile *FB*, *GB* și *HB* circulă un curent cu intensitatea *I*/3, astfel că prin punctul *B* iese curentul cu intensitatea *I*. Cum $U_{AB}=U_{AC}+U_{CF}+U_{FB}\Rightarrow$

$$U_{AB}=R\frac{I}{3}+R\frac{I}{6}+R\frac{I}{3}=\frac{5RI}{6}\Rightarrow R_e=\frac{5R}{6}.$$

Observăm că montajul poate fi considerat a fi format din trei rezistențe *R* legate în paralel, legate apoi în serie cu o grupare paralel de șase rezistențe *R* și legate apoi în serie cu o altă grupare paralel de trei rezistențe *R*, astfel că:

$$R_e=\frac{R}{3}+\frac{R}{6}+\frac{R}{3}=\frac{5R}{6}.$$

22. În lanțul infinit de rezistențe identificăm celula de bază (fig R 2.2.7). Această celulă repetată determină obținerea lanțului de rezistențe. Înlăturând o singură celulă din lanțul infinit de celule se obține restul de lanț care are o rezistență echivalentă R_e identică cu cea întregului lanțului. Obținem:

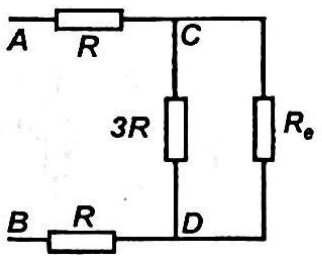


Fig. R 2.2.7

$$R_e = R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = R_e = 2R + \frac{3RR_e}{3R + R_e} = \frac{6R^2 + 5RR_e}{3R + R_e} \Rightarrow$$

$$R_e^2 - 2RR_e - 6R^2 = 0 \Rightarrow R_e = \frac{2R + \sqrt{4R^2 + 24R^2}}{2} \Rightarrow R_e = R\left(\sqrt{7} + 1\right) \approx 3{,}65R$$

23.a. În cazul legării serie $R_s = R_1 + R_2 = R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t) \Rightarrow$

$$R_s = R_{01}(1 + \alpha_1 t + 3 + 3\alpha_2 t) = R_{01}[4 + (\alpha_1 + 3\alpha_2)t] = 4R_{01}\left[1 + \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4} t\right] (1).$$

Dar $R_s = R_{0s}(1 + \alpha_s t)$, cu $R_{0s} = R_{01} + R_{02} = 4R_{01}$, astfel că $R_{0s} = 4R_{01}(1 + \alpha_s t)$ (2)
Din (1) şi (2) se obţine prin identificarea factorului din faţa lui t, coeficientul termic al grupării serie $\alpha_s = \frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}$.

b. În cazul legării paralel $\Rightarrow R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_{01}(1 + \alpha_1 t) R_{02}(1 + \alpha_2 t)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t)}$

$$R_p = \frac{3R_{01}^2(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t + \alpha_1 \alpha_2 t^2)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + 3R_{01}(1 + \alpha_2 t)} = \frac{3R_{01}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)}{4 + \alpha_1 t + 3\alpha_2 t}.$$

Se neglijează termenii care conţin produsele coeficienţilor termici, astfel că $R_p = \frac{3R_{01}}{4} \cdot \frac{(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)}{1 + t\frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{4}}$. Deoarece $x << 1$ se aproximează: $\frac{1}{1 + x} \approx 1 - x \Rightarrow$ în cazul problemei $x = \frac{t(\alpha_1 + 3\alpha_2)}{4} \Rightarrow R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t)[1 - t\frac{(\alpha_1 + 3\alpha_2)}{4}]$.

$$R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t - \frac{\alpha_1 t}{4} - \frac{3\alpha_2 t}{4}) = \frac{3R_{01}}{4}[1 + \frac{(3\alpha_1 + \alpha_2)}{4} t] (1).$$

Dar $R_p = R_{0p}(1 + \alpha_p t)$ cu $R_{0p} = \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01} + R_{02}} = \frac{3R_{01}}{4} \Rightarrow R_p = \frac{3R_{01}}{4}(1 + \alpha_p t)$ (2)
Din (1) şi (2) se obţine prin identificarea factorului din faţa lui t, coeficientul termic al grupării paralel $\alpha_p = \frac{3\alpha_1 + \alpha_2}{4}$.

2.3. Legile lui Kirchhoff

1. Ampermetrul nu poate măsura intensitatea curentului care circulă prin circuitul principal şi din această cauză acesta trebuie protejat prin legarea în paralel cu el a unei rezistenţe, numită rezistenţă de şunt. Prin rezistenţa de şunt trece cea mai mare parte a intensităţii curentului.

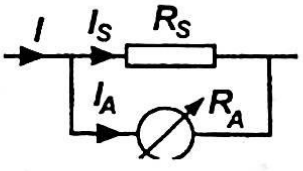


Fig. R 2.3.1

Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod (fig R 2.3.1): $I = I_A + I_S \Rightarrow I_S = I - I_A$.
Cum ampermetrul şi şuntul se leagă în paralel, atunci $U_A = U_S \Rightarrow I_A R_A = I_S R_S \Rightarrow R_S = \frac{I_A R_A}{I_A - R_A} = \frac{R_A}{n - 1}$, unde $n = \frac{I}{I_A}$ este un număr

care arată de câte ori se măreşte domeniul de măsurabilitate al ampermetrului, astfel că $R_S = 0,(1)\ \Omega$.

2. a. Notăm cu R_A rezistenţa ampermetrului. Aflăm valorile rezistenţelor de şunt care asigură mărimea domeniului de măsurabilitate al acestuia de n_1, respectiv de n_2 ori: $R_1 = \frac{R_A}{n_1 - 1}$ şi $R_2 = \frac{R_A}{n_2 - 1}$. Legăm cele două rezistenţe de şunt în serie şi calculăm rezistenţa lor serie $R_S = R_1 + R_2 \Rightarrow$

$$R_S = \frac{R_A}{n_1 - 1} + \frac{R_A}{n_2 - 1} = \frac{R_A(n_1 + n_2 - 2)}{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}.$$

Cum $R_S = \frac{R_A}{n_S - 1} \Rightarrow n_S - 1 = \frac{n_1 n_2 - n_1 - n_2 + 1}{n_1 + n_2 - 2} \Rightarrow \eta_s = \frac{\eta_1 \eta_2 - 1}{\eta_1 + \eta_2 - 2}$

b. Legăm cele două rezistenţe de şunt în paralel şi calculăm rezistenţa în paralel:

$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_A}{n_1 + n_2 - 2}$. Cum $R_p = \frac{R_A}{n_p - 1} \Rightarrow n_p = n_1 + n_2 - 1$.

3. Voltmetrul nu poate măsura tensiunea U şi de aceea pentru a mări domeniul de măsurabilitate al acestuia se leagă în serie cu el o rezistenţă adiţională R_{ad}. Deoarece cea mai mare parte a tensiunii se distribuie pe rezistenţa adiţională, aceasta are valoarea mult mai mare decât rezistenţa voltmetrului, astfel că $U = U_v + U_{ad}$. Deoarece voltmetrul şi rezistenţa adiţională se leagă în serie, ele sunt parcurse de aceeaşi intensitate, astfel că: $U_v = R_v I$ şi

$$U_{ad} = R_{ad} I \Rightarrow \frac{U_v}{U_{ad}} = \frac{R_v}{R_{ad}} \Rightarrow R_{ad} = R_v \frac{U_{ad}}{U_v} = R_v \frac{(U - U_v)}{U_v} = R_v \left(\frac{U}{U_v} - 1 \right) \Rightarrow$$

$R_{ad} = R_v(n-1)$, unde $n = \frac{U}{U_v}$ este un număr care arată de câte ori tensiunea de măsurat este mai mare decât tensiunea maximă pe care o poate măsura voltmetrul. Obţinem $R_{ad} = 900\ \Omega$.

4. a. Notăm cu R_v rezistenţa voltmetrului. Aflăm valorile rezistenţelor adiţionale care asigură mărirea domeniului de măsurabilitate al voltmetrului de n_1 respectiv n_2 ori, astfel că $R_{ad_1} = R_v(n_1 - 1)$ şi $R_{ad_2} = R_v(n_2 - 1)$. Legăm cele două rezistenţe adiţionale în serie şi calculăm valoarea acestei noi rezistenţe adiţionale $R_{ad} = R_{ad_1} + R_{ad_2} = R_v(n_1 + n_2 - 2)$. Cum $R_{ad} = R_v(n_s - 1) \Rightarrow n_s = n_1 + n_2 - 1$.

b. Legăm cele două rezistenţe adiţionale în paralel şi calculăm valoarea acestei rezistenţe adiţionale $R_{ad} = \frac{R_{ad_1} R_{ad_2}}{R_{ad_1} + R_{ad_2}} = \frac{R_v(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$.

Cum $R_{ad} = R_v(n_p - 1) \Rightarrow n_p - 1 = \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2} \Rightarrow n_p = \frac{n_1 n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$.

5. a. Deoarece ampermetrul este ideal, rezistenţa lui este nulă şi deoarece voltmetrul este ideal, acesta are rezistenţa infinit de mare, astfel că prin voltmetru nu circulă curentul electric. Pe baza legii lui Ohm pentru o porţiune de circuit $U = RI \Rightarrow I = \frac{U}{R} = 4$ A, deoarece tensiunea indicată de voltmetru este cea de pe circuitul exterior.

b. Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu:

$$I=\frac{E}{R+r}\Rightarrow E=I(R+r)=\frac{U}{R}(R+r)=40\text{ V}.$$

c. Dacă se scurtcircuitează rezistența circuitului exterior, este ca și cum legăm bornele sursei împreună, iar ampermetrul indică valoarea intensității curentului la scurtcircuit $I_{sc}=\frac{E}{r}=40$ A. Voltmetrul indică tensiunea la bornele sursei $U_v=E-I_{sc}r=0$, adică la scurtcircuit tensiunea la bornele sursei este nulă.

6. a. Dacă bornele 1 și 2 se unesc printr-un fir conductor de rezistență electrică neglijabilă atunci $E=I(r+R+R_A)\Rightarrow R=\frac{E}{I}-R_A-r=1249\ \Omega$

b. Din $I=\frac{Q}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{Q}{I}=2$ h

c. Dar $I_x=\frac{E}{r+R_X+R_A+R}$, atunci $\frac{I}{I_x}=\frac{r+R_X+R_A+R}{r+R+R_A}=\frac{1500+R_X}{1500}$

d. Dacă indicația ampermetrului este N_1=75 diviziuni, deoarece la 100 diviziuni corespund la 1mA, atunci I_x=0,75 mA, astfel că $\frac{4}{3}=\frac{1500+R_X}{1500}\Rightarrow R_X=500\ \Omega$

7. a. $R_{AMB}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=4\ \Omega\Rightarrow R_{AB}=\frac{R_{AMB}(R_4+R_5)}{R_{AMB}+R_4+R_5}=3\ \Omega$

b. Din $I_3=I_1+I_2$ și $I_1R_1=I_2R_2\Rightarrow I_2=\frac{I_1R_1}{R_2}=2{,}4$ A, astfel că I_3=3,6 V

c. Din legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit obținem $U_{AB}=I_3R_{AMB}=14{,}4$V.

Obținem $I_{ANB}=\frac{U_{AB}}{R_4+R_5}=1{,}2$ A. Din $U_{MB}=I_3R_3=7{,}2$ V și $U_{NB}=I_{ANB}R_5=7{,}2$ V, astfel că $U_{MN}=U_{MB}-U_{NB}=0$ V

d. Intensitatea prin baterie este $I=I_3+I_{ANB}=4{,}8$ A, astfel că $E=I(R_{AB}+r)=19{,}2$ V

8. a. Cele trei ramuri *ABCD*, *AOD* și *AFED* sunt legate în paralel. Rezistențele ramurilor sunt $R_{ABCD}=R_{AFED}=3R$ și $R_{AOD}=2R$, astfel că:

$$\frac{1}{R_{AD}}=\frac{1}{R_{ABCD}}+\frac{1}{R_{AOD}}+\frac{1}{R_{AFED}}=\frac{1}{3R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{3R}=\frac{7}{6R}\Rightarrow R_{AD}=\frac{6R}{7}=180\ \Omega$$

b. Intensitățile curenților prin ramurile *ABCD*, *AOD* și *AFED* sunt:

$$I_{ABCD}=I_{AFED}=\frac{U_{AD}}{R_{ABCD}}=0{,}2\text{ A și }I_{AOD}=\frac{U_{AD}}{R_{AOD}}=0{,}3\text{ A}$$

c. Intensitatea curentului total prin circuitul principal este $I=I_{ABCD}+I_{AOD}+I_{AFED}=0{,}7$ A

d. Rezistența echivalentă a rețelei între bornele *A* și *E* este:

$R'_{AD}=\frac{R_{ABCD}R_{AOD}}{R_{ABCD}+R_{AOD}}=\frac{6R}{5}$, iar $R_{ADE}=R'_{AD}+R=\frac{11R}{5}$, astfel că

$$R_{AE}=\frac{R_{AFE}R_{ADE}}{R_{AFE}+R_{ADE}}=\frac{22R}{21}=220\ \Omega$$

9. a. Rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în serie, rezistențele R_5 și R_6 sunt de asemenea legate în serie și ambele grupări sunt legate în paralel. Astfel $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_2+R_3}+\frac{1}{R_5+R_6}\Rightarrow R=\frac{(R_2+R_3)(R_5+R_6)}{R_2+R_3+R_5+R_6}=2{,}4\ \Omega$. Rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior este $R=R_1+R+R_4=9\ \Omega$

b. Intensitatea curentului electric I_1 prin rezistorul R_1 este $I_1=\frac{E}{R+r}=2{,}2$ A

c. Tensiunea la bornele grupării paralel este $U=RI=5{,}28$ V

d. Intensitatea curentului electric indicat de un ampermetru ideal conectat în serie cu rezistorul R_2 este $I_2=\frac{U}{R_2+R_3}=1{,}32$ A

10.a. Din grafic alegem valorile I_2=200 mA și U_2=12 V, astfel că $R_2=\frac{U_2}{I_2}=60\Omega$

b. Pentru gruparea paralel a rezistențelor din grafic alegem valorile I=600 mA și U=12 V, astfel că rezistențe ehivalentă este $R_e=\frac{U}{I}=20\ \Omega$, astfel că din

$$\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\Rightarrow R_1=\frac{R_eR_2}{R_2-R_e}=30\ \Omega$$

c. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru un circuit electric simplu obținem $E=I(r+R_e)=31{,}5$ V

d. Tensiunea la bornele sursei este $U=R_eI=30$ V

11. a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext}=\frac{RR_1}{R+R_1}=15\ \Omega$

b. Pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține intensitatea curentului electric $I=\frac{E}{R_{ext}+r}=0{,}75$ A

c. Tensiunea indicată de voltmetru când întrerupătorul K este deschis este $U=R_{ext}I=11{,}25$V

d. Dacă întrerupătorul K se închide, sursa de tensiune se scurtcircuitează, astfel că prin ampermetru nu mai circulă curent electric, acesta circulând prin ramura cu comutatorul. Deci I_A=0. Voltmetrul măsoară tensiunea pe circuitul exterior cu rezistență nulă, deci nici el nu indică nimic, astfel că $U'=0$.

12. a. Rezistența electrică R_1 este $R_1=\frac{U_V}{I_A}=40$ kΩ

b. Rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior bateriei este

$$R_{ext}=R_2+\frac{R_1R_V}{R_1+R_V}=50\ \text{k}\Omega$$

c. Intensitatea curentului electric ce străbate bateria este $I = I_A + I_V$, unde intensitatea curentului electric ce trece prin voltmetru este $I_V = \frac{U_V}{R_V} = 0{,}12\text{A} \Rightarrow I = 0{,}48$ A

d. Tensiunea electromotoare a bateriei este $E = R_{ext} I = 24$ V

13. a. Când comutatorul K este în poziția 1 voltmetrul indică tensiunea electromotoare a sursei, astfel că $E = U_V = 100$ V

b. Când comutatorul K este în poziția 1 intensitatea curentului electric ce străbate sursa este $I = I_A + I_V = I_A + \frac{U_V}{R_V} = 4{,}1$ A

c. Când comutatorul K este în poziția 1 rezistența electrică a rezistorului este $R = \frac{U}{I_A} = \frac{U_V - I_A R_A}{I_A} = 24$ V

d. Când comutatorul se află în poziția 2, rezistența electrică a cicuitului exterior devine $R_{ext} = R_A + \frac{RR_V}{R + R_V} \approx 24{,}44$ V, astfel că ampermetrul va indica $I'_A = \frac{E}{R_{ext}} \approx 4{,}09$ A. Ampermetrul va avea indicații diferite deoarece circuitul exterior se modifică.

14. a. Observăm că rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel astfel că $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ intensitatea curentului electric prin sursa are valoarea $I = \frac{E}{r + R_1 + R_{23}} = \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 4$ A $\Rightarrow$ tensiunea între punctele A și B este: $U_{AB} = \frac{IR_2 R_3}{R_2 + R_3} = 6{,}4$ V. Intensitățile curenților din celelalte laturi ale circuitului sunt $I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{IR_3}{R_2 + R_3} = 0{,}8$ A și cum $I = I_3 + I_2 \Rightarrow I_3 = I - I_2 = 3{,}2$ A

b. Tensiunea electrică U_{AB} este $U_{AB} = 6{,}4$ V

c. Dacă între punctele A și B se leagă un fir metalic fără rezistență acesta șuntează rezistențele R_2 și R_3, deoarece $U'_{AB} = 0 \Rightarrow I' = \frac{E}{r + R_1} \approx 5{,}45$ A.

15. a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \frac{R}{2} = 20\ \Omega$

b. Tensiunea la bornele bateriei este tensiunea aplicată circuitului exterior, astfel că $U = R_{ext} I = \left(R_1 + \frac{R}{2}\right) I \Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + \frac{R}{2}} = 1$ A $\Rightarrow E = U + rI = 22$ V

c. Căderile de tensiune pe rezistențele R și R_1 sunt $U_{R_1} = R_1 I = 15$ V și $U_R = \frac{R}{2} I = 5$ V.

d. Schimbăm rezistența R_1 cu $3R_1$ și obținem:

$$U' = R'_{ext} I' = \left(3R_1 + \frac{R}{2}\right) \frac{E}{r + 3R_1 + \frac{R}{2}} = 21{,}15\text{V} \Rightarrow \frac{U'-U}{U} = \frac{U'}{U} - 1 \approx 5{,}77\%.$$

16.a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 4{,}8\Omega$.

b. Tensiunea la bornele rezistorului R_2 este $U_2 = R_2 I_2 = 4{,}2$ V, astfel că $I_3 = \frac{U_2}{R_3} = 0{,}6$ A și prin circuitul principal (prin sursă) circulă un curent cu intensitatea $I_1 = I_2 + I_3 = 2$ A.

c. Căderea interioară pe sursă de tensiune este $u = rI_1 = 2{,}4$ V

d. Tensiunea electromotoare a sursei de tensiune este:

$$E = I_1 R_{ext} = I_1 \left(R_1 + r + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) = 12 \text{ V}$$

17. a. Din modul de legare al rezistențelor, rezistența circuitului exterior este $R_e = R_1 + R_p$ cu $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3} \Rightarrow \frac{2}{R_2} = \frac{1}{R_p} - \frac{1}{R_1 + R_3} \Rightarrow R_2 = 10\ \Omega$

b. Tensiunea la bornele montajului paralel este $U = R_p I = (R_e - R_1) \frac{E}{R_e + r} = 3{,}6$ V, astfel că intensitatea curentului printr-o rezistență R_2 este $I_2 = \frac{U}{R_2} = 0{,}36$ A

c. Dacă ambele rezistențe R_2 se ard, intensitatea curentului prin baterie devine

$$I = \frac{E}{2R_1 + R_3 + r} \approx 0{,}346 \text{ A}$$

d. Dacă în montajul inițial se arde rezistența R_3, rezistențele R_2 sunt legate în paralel, astfel că împreună cu R_1 formează circuitul exterior. Obținem

$$I' = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2}{2} + r} \approx 0{,}818 \text{ A}$$

18.a. Când întrerupătorul K este deschis atunci rezistența R_1 este legată în paralel cu 1/3 din rezistența R, iar gruparea lor este legată în serie cu rezistența $2R/3$, astfel că rezistența cicuitului exterior este $R_{ext} = \frac{2R}{3} + \frac{\frac{R}{3} R_1}{\frac{R}{3} + R_1} = 7{,}5\ \Omega$.

Intensitatea curentului electric ce străbate generatorul este $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = 1{,}5$ A

b. Deorece rezistențele legate în paralel R_1 și $R/3$ sunt egale prin ele trece un curent cu intensitatea $I'=\frac{I}{2}$, astfel că sarcina electrică ce străbate rezistorul R_1 este $q=I'\Delta t=\frac{I}{2}\Delta t=45$ C

c. În cazul în care întrerupătorul K este închis gruparea paralel a rezistențelor R_1 cu $R/3$ ($R_e=\frac{\frac{R}{3}R_1}{\frac{R}{3}+R_1}=1{,}5\ \Omega$) este legată în serie cu $R/3$, iar apoi această rezistență este legată în raralel cu R_2. Noua rezistență este legată în serie cu $R/3$. Obținem $R'_{ext}=\frac{R}{3}+\frac{R_2\left(R_e+\frac{R}{3}\right)}{R_e+\frac{R}{3}+R_2}=5{,}25\ \Omega$.

19. a. Conform definiției: $U_1=R_1I\Rightarrow R_1=\frac{U_1}{I}=4\ \Omega$.

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu:

$$E=I\left(r+R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)\Rightarrow\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=\frac{E}{I}-(r+R_1)=6\ \Omega\Rightarrow R_2=15\ \Omega$$

c. Tensiunea la bornele bateriei este: $U_b=E-Ir=50$ V.

d. Pe rezistența R_2 cade tensiunea $U_2=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}I$, astfel că $I_2=\frac{U_2}{R_2}=\frac{R_3I}{R_2+R_3}$, iar sarcina electrică care traversează conductorul R_2 este $q_2=I_2\Delta t=\frac{R_3I\Delta t}{R_2+R_3}=10$C

20. a. Aflăm intensitatea curentului electric care circulă prin voltmetru, astfel că $I_v=\frac{U}{R_V}=30$ mA. Voltmetrul este legat în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_2 și R_3, astfel că $I_2=\frac{U}{R_2+R_3}=45$ mA. Pe baza primei legi a lui Kirchhoff pentru un nod obținem $I_1=I_2+I_V=75$ mA reprezintă intensitatea curentului electric care circulă prin baterie.

b. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa și voltmetrul, astfel că $E=I_1(r+R_1)+U\Rightarrow R_1=\frac{E-U}{I_1}-r\approx 131{,}33\ \Omega$.

c. Tensiunea la bornele rezistenței R_3 este $U_3=R_3I_2=67{,}5$ V

21. a. Cum $I_{sc}=\frac{E}{r}\Rightarrow r=\frac{E}{I_{sc}}=1{,}8\ \Omega$.

b. $R_3 = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \rho = \frac{R_3 S}{\ell}$, unde ℓ reprezintă lungimea firului metalic care formează rezistența R_3, astfel că: $\ell = N\pi d \Rightarrow \rho = \frac{R_3 S}{N\pi d} \approx 1{,}27 \cdot 10^{-7}\ \Omega$m.

c. Tensiunea la bornele sursei este identică cu tensiunea aplicată circuitului exterior, astfel că: $U = R_{ext} I = \left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right) \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 54{,}6$ V, deoarece rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel.

d. Dacă o spiră se arde, atunci $I' = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \approx 1{,}83$ A

22.a. Calculăm rezistența circuitului exterior: $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 7\Omega$.

b. Calculăm valoarea intensității prin sursă: $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = 1$ A.

c. Curentul electric circulă printr-o porțiune de circuit de la un potențial mai mare spre un potențial mai mic astfel că $U_{AB} = IR_5 \Rightarrow V_A - V_B = IR_5$. Deoarece punctul B este legat la Pământ, potențialul punctului B este zero, astfel că $V_B = 0 \Rightarrow V_A = IR_5 = 1$ V.

d. Dacă se leagă și punctul A la Pământ, atunci rezistența R_5 este scurtcircuitată, astfel că rezistența circuitului exterior este $R'_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 6\Omega$.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I' = \frac{E}{R'_{ext} + r} \approx 1{,}14$ A

23. a. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru un circuit electric simplu $E = I(r + R_1) + U_2 \Rightarrow U_2 = E - I(r + R_1) = 20$ V

b. Intensitarea curentului prin rezistența R_2 este $I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 1$ A, astfel că prin rezistența X, intensitatea este $I_X = I - I_2 = 4$ A. Astfel $X = \frac{U_2}{I_X} = 5\ \Omega$

c. Tensiunea pe rezistența R_2 devine $E = I'(r + R_1) + U'_2 \Rightarrow$ $U'_2 = E - I'(r + R_1) = 40$ V, astfel că $\Delta U_2 = U'_2 - U_2 = 20$ V

d. Din $I'_2 = \frac{U'_2}{R_2} = 2$ A obținem $I'_X = I' - I'_2 = 2$ A, astfel că rezistența Y este

$Y = \frac{U'_2}{I'_X} - X = 15\ \Omega$

24. a. Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că rezistența lor echivalentă este $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2{,}4\ \Omega$.

b. Pe baza formulei rezistenței electrice $R=\frac{\rho\cdot\ell}{S}\Rightarrow\rho=\frac{RS}{\ell}=10^{-7}\ \Omega$m.

c. Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E=I\left(r+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)+U_{AC}\Rightarrow I=\frac{E-U_{AC}}{r+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=4\text{ A}\Rightarrow R_{AC}=\frac{U_{AC}}{I}=1\ \Omega.$

Cum $R_{AC}=\frac{\rho\ell_{AC}}{S}=\frac{R\ell_{AC}}{\ell}\Rightarrow\ell_{AC}=\frac{R_{AC}\cdot\ell}{R}=20$ cm.

d. Intensitea curentului este minimă când rezistența circuitului exterior este maximă, adică cursorul se află în punctul *B*, astfel că $I_{max}=\frac{E}{R_e+R+r}\approx2{,}85$ A și este maximă când rezistența circuitului exterior este minimă, adică cursorul se află în punctul *A*, astfel că $I_{min}=\frac{E}{R_e+r}=5$ A. Astfel intensitatea curentului este cuprinsă între cele două valori.

25. a. Deoarece ampermetrul nu indică nimic, înseamnă ca puntea Wheatstone este echilibrată, astfel că:

$$R_1R_{CB}=R_2R_{AC}\Rightarrow R_1\frac{\rho\ell_{CB}}{S}=R_2\frac{\rho\ell_{AC}}{S}\Rightarrow\frac{\ell_{CB}}{\ell_{AC}}=\frac{R_2}{R_1}=1{,}5.$$

b. Rezistența circuitului exterior este $R_{ext}=\frac{(R_1+R_2)R_{AB}}{R_1+R_2+R_{AB}}=6\ \Omega.$

c. Prin circuitul principal circulă un curent electric cu intensitatea $I=\frac{E}{R_{ext}+r}=2$ A.

d. Dacă cursorul ajunge în punctul *B*, atunci punctele *D* și *B* vor avea același potențial, deoarece $U_{DC}=r_AI_A=0$. Astfel rezistența R_2 este scurtcircuitată, iar rezistențele R_1 și R_{AB} sunt legate în paralel. Rezistența circuitului exterior devine $R'=\frac{R_1R_{AB}}{R_1+R_{AB}}\approx3{,}15\ \Omega$, astfel că intensitatea curentului electric prin circuitul principal devine $I'=\frac{E}{R'+r}\approx3{,}37$ A

26.a. Rezistența electrică echivalentă a circuitului este: $R_e=\frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3}=3\ \Omega$

b. Intensitatea curentului prin sursă este $I=\frac{E}{R_e}=8$ A

c. Deoarece $I_3=\frac{E}{R_3}=4$ A, atunci $I_2=I-I_3=4$ A, iar $U_2=R_2I_2=8$ V

d. Dacă bornele *a* și *b* se leagă prin intermediul unui conductor de rezistență electrică neglijabilă, atunci rezistența R_1 este scurtcircuitată, astfel că rezistența electrică echivalentă a circuitului devine:

$$I = \frac{E}{R'_e} = \frac{E(R_3 + R_2)}{R_2 R_3} = 16 \text{ A}$$

27.a. Cum $U_1 = R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 2$ A $\Rightarrow U_2 = R_2 I_1 = \frac{R_2 U_1}{R_1} = 8$ V, deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în serie și parcurse de un curent electric cu aceeași intensitate I_1.

b. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursă și de rezistențele R_1 și R_2, astfel că obținem: $E = Ir + U_1 + U_2 \Rightarrow I = \frac{1}{r}\left[E - \frac{U_1(R_1 + R_2)}{R_1}\right] = 4$ A.

c. Cum $I = I_1 + I_3 \Rightarrow I_3 = I - I_1 = 2$ A și din $U_3 = U_1 + U_2 = I_3 R_3 \Rightarrow$

$$R_3 = \frac{U_1 + U_2}{I_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_1(R_1 + R_2)}{R_1 I_3} = 10\ \Omega.$$

d. Rezistența circuitului exterior este $R_e = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 5\ \Omega$.

28. a. Calculăm rezistența electrică a circuitului electric extern: $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 4{,}8\ \Omega$, astfel că intensitatea curentului electric prin baterie este: $I = \frac{E}{r + R_{ext}} = 2$ A $\Rightarrow$ tensiunea pe circuitul extern este: $U_{ext} = R_{ext} I = 9{,}6$ V.

Intensitățile curenților prin rezistențe sunt $I_3 = \frac{U_{ext}}{R_3} = 0{,}8$A și $I_1 = I - I_3 = 1{,}2$A.

b. Din $U_b = E - u = E - Ir = 9{,}6$ V observăm că tensiunea indicată de voltmetrul ideal legat de bornele sursei coincide cu tensiunea de pe circuitul exterior.

c. Tensiunea U_{AB} este $U_{AB} = I_2 R_2 = I_1 R_2 = 2{,}4$ V, deoarece $I_1 = I_2$,

d. Tensiunea la bornele bateriei devine $U' = E - I'r = 7{,}2$ V, iar prin ramura cu rezistențele R_1 și R_2 intensitatea este $I'_1 = \frac{U'}{R_1 + R_2} = 0{,}9$ A, iar prin rezistența R_3 circulă intensitatea $I'_3 = I' - I'_1 = 3{,}1$ A, astfel că rezistența $R'_3 = \frac{U'}{I'_3} \approx 2{,}32\ \Omega$

29. a. Rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, astfel că la capetele lor tensiunea are aceeași valoare și $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2} = 2$ A.

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I = I_1 + I_2 = 5$ A.

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit simplu: $E = I(R_3 + R_4) + I_1 R_1 = 46$V

d. Rezistența circuitului exterior este: $R_e = R_3 + \frac{R_1(R_2 + r_A)}{R_1 + R_2 + r_A} + R_4$, astfel că intensitatea prin circuitul principal devine $I' = \frac{E}{R_e}$, iar tensiunea la bornele

grupării paralel de rezistențe este $U'=\frac{R_1(R_2+r_A)}{R_1+R_2+r_A}I'$, iar intensitatea indicată de ampermetru este $I'_A=\frac{U'}{R_2+r_A}=\frac{R_1}{R_1+R_2+r_A}I'\approx 1{,}64$ A

30. a. Rezistența R_1 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_2 și R_3, iar gruparea lor este legată în serie cu rezistența R_4, astfel că rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior este $R_e=\frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}+R_4=11{,}6\ \Omega$

b. Calculăm tensiunea la capetele rezistenței R_1, astfel că: $U_1=R_1I_1=12$V. Cum rezistența R_1 este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_2 și R_3, astfel că $I_2=\frac{U}{R_2+R_3}=1$ A prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I=I_1+I_2=2$ A

c. Tensiunea U_{ab} este $U_{ab}=I_2R_2=4$ V.

d. La scurtcircuit, intensitatea curentului electric prin baterie este $I_{sc}=\frac{E}{r}$. Calculăm valoarea t.e.m. a sursei utilizând legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E=I(r+R_4)+R_1I_1=24\ \text{V}\Rightarrow I_{sc}=60$ A.

31. a. Tensiunea electrică la capetele rezistenței R_3 este $U_3=R_3I_3=5$ V

b. Calculăm rezistența echivalentă a rezistențelor R_2, R_3 și R_4 legate în paralel: $\frac{1}{R_p}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\Rightarrow R_p=12{,}5\ \Omega$. Intensitatea curentului care trece prin baterie și prin rezistența R_1 este $I=\frac{U_3}{R_p}=0{,}4$ A

c. Pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa de tensiune, rezistența R_1 și rezistența echivalentă R_p cuprinsă între punctele M și N obținem: $E=I(r+R_1)+U_3\Rightarrow r=\frac{E-U_3}{I}-R_1=2{,}5\ \Omega$.

d. Dacă între punctele M și N se conectează un fir cu rezistență neglijabilă rezistența între punctele M și N devine nulă. Astfel că intensitatea curentului care circulă prin baterie devine $I'=\frac{E}{R_1+r}\approx 0{,}685$ A

32. a. Rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în serie și gruparea lor este legată în paralel cu rezistențele R_1 și R_4, astfel că $\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_2+R_3}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}\Rightarrow R_e=2\ \Omega$

b. Intensitatea curentului electric din ramura ce conține bateria este $I=\frac{E}{R_e+r}=30$ A

c. Tensiunea la bornele bateiri este $U=E-Ir=60$ V, astfel că intensitatea curentului care circulă prin gruparea serie a rezistențelor este $I_2=\frac{U}{R_2+R_3}$, astfel că tensiunea pe rezistența electrică R_2 este $U_2=R_2I_2=20$ V

d. Dacă la bornele bateiei tensiunea electrică este U, atunci intensitatea prin circuitul principal este $I'=\frac{E-U}{r}=40$ A, iar prin rezistențele R_2 și R_3 $I'_2=\frac{U}{R_2+R_3}\approx 6{,}66$ A și prin rezistența R_1 $I'_1=\frac{U}{R_1}\approx 6{,}66$ A, astfel că prin rezistența R_4 intensitatea este $I'_4=I'-I'_1-I'_2\approx 26{,}66$ A. Obținem $R_4=\frac{U}{I'_4}=1{,}5\Omega$

33. a. Rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în serie, rezistențele R_1 și R_4 sunt legate în serie, iar cele două grupări sunt legate în paralel, astfel că rezistența electrică a rezistorului echivalent este $R_e=\frac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}=3\ \Omega$

b. Intensitatea curentului electric din ramura ce conține bateria este $I=\frac{E}{R_e+r}=20$ A

c. Deoarece $R_1+R_4=R_2+R_4$, atunci $I_1=I_2=I/2=10$ A, astfel că $U_{ab}=R_2I/2=20$ V

d. Deoarece $U_{bc}=0$, atunci $I_1R_1=I_2R_2$ și $I_1R_4=I_2R_3$, astfel că prin împărțirea relațiilor obținem $R_1R_3=R_2R_4\Rightarrow R_4=\frac{R_1R_3}{R_2}=10\ \Omega$

34.a. Când ambele comutatoare K_1 și K_2 sunt deschise circuitul exterior este format din cele trei rezistențe R legate în serie, astfel că din datele din tabel obținem $R=\frac{U}{3I}=60\ \Omega$

b. Când ambele comutatoare K_1 și K_2 sunt deschise $E=I(3R+r)\Rightarrow E=0{,}1(180+r)$ (1), iar când K_1 închis și K_2 deschis circuitul exterior este format doar din rezistența R, deoarece K_1 închis scurtcircuitează celelalte două rezistențe, astfel că $E=I'(R+r)\Rightarrow E=0{,}25(60+r)$ (2). Din cele două relații obținem rezistența internă $r=20\Omega$ și tensiunea electromotoare $E=20$V.

c. Când întrerupătorul K_1 închis și întrerupătorul K_2 deschis voltmetrul indică tensiunea la bornele sursei, adică $U'=E-I'r=15$ V

d. Când ambele întrerupătoare sunt închise rezistențele sunt legate toate în paralel, astfel că rezistența circuitului exterior este $R_{ext}=\frac{R}{3}$, iar ampermetrul indică $I''=\frac{E}{R_{ext}+r}=500$ mA

35. a. Punctele A și B au același potențial, deoarece firul metalic nu are practic rezistență, astfel că $R_{e_{AD}}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=1{,}5\ \Omega$, deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel. Această rezistență $R_{e_{AB}}$ este legată în serie cu R_4 și gruparea lor este legată în paralel cu rezistența R_4. Prin urmare $R_{AC}=\frac{(R_{e_{AD}}+R_4)R_3}{R_{e_{AD}}+R_4+R_3}=1{,}5\ \Omega$

b. Calculăm intensitatea curentului prin sursă, astfel că:

$I = \dfrac{E}{r + R_{AC}} = 3\ \text{A} \Rightarrow U_{AC} = -R_{AC} I = -4{,}5\ \text{V}.$

c. Din $I_3 = \dfrac{U_{CA}}{R_3} = 1{,}5\ \text{A} \Rightarrow I_4 = I - I_3 = 1{,}5\ \text{A} \Rightarrow U_{DA} = R_{e,4D} I_4 = 2{,}25\ \text{V}$

Intensitatea curentului care circulă prin rezistența R_2 este $I_2 = \dfrac{U_{DA}}{R_2} = 0{,}375\ \text{A}$

d. Intensitatea curentului care circulă prin firul AB este $I_{AB} = I_2 + I_3 = 1{,}875\ \text{A}$.

36. a. Calculăm rezistența echivalentă între punctele *a* și *b*:
$\dfrac{1}{R_{ab}} = \dfrac{1}{2R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{2R} = \dfrac{2}{R} \Rightarrow R_{ab} = \dfrac{R}{2} = 5\ \Omega$. Intensitatea curentului debitat de sursa de tensiune este $I = \dfrac{E}{r + R + R_{ab}} = 0{,}2\ \text{A}$

b. Tensiunea electrică între punctele *c* și *d* este $U_{cd} = V_c - V_d$. Deoarece curentul electric circulă de la potențial mai mare la potențial mai mic, atunci: $V_c - V_b = I_1 R$ și $V_d - V_b = I_2 R$. Prin scăderea celor două relații obținem: $U_{cd} = I_1 R - I_2 R = (I_1 - I_2) R$. Rezistența ramurii *acb* este $2R$ și rezistența ramurii *adb* este tot $2R$ și cum cele două rezistențe sunt legate în paralel intensitățile curenților care le străbat sunt egale. Cum $I_1 = I_2 \Rightarrow U_{cd} = 0$.

c. Un voltmetru ideal conectat la bornele sursei indică $U = E - Ir = 3\ \text{V}$

d. Puntea de rezistențe este echilibrată deoarece $R_{ac} R_{db} = R_{ad} R_{cb} = R^2$, ceea ce determină ca prin rezistența R_{ab} să nu circule curent electric, adică R_{ab} nu are niciun rol. Astfel $R_{cd} = \dfrac{(R_{ac} + R_{ad})(R_{cb} + R_{db})}{R_{ac} + R_{ad} + R_{cb} + R_{db}} = R$.

Obținem $I' = \dfrac{E}{R_{cd} + R + r} = \dfrac{E}{2R + r} \approx 0{,}153\ \text{A}$

37. a. Pe baza formulei rezistenței electrice $R = \dfrac{\rho \ell}{S} = 2\ \Omega$.

b. Aplicăm legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu și aflăm intensitatea curentului prin circuit $I = \dfrac{E}{R + r}$, astfel că pe baza legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu se obține $U = RI = \dfrac{RE}{R + r} = 8\ \text{V}$.

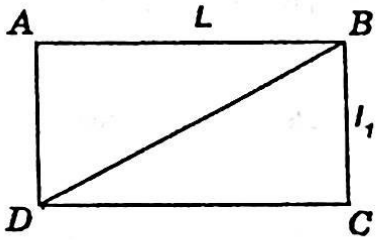


Fig. R 2.3.2

c. Un circuit dreptunghiular are lungimea L si lățimea ℓ_1, astfel că perimetrul acestuia este $2(L + \ell_1)$ egal cu lungimea ℓ a firului de crom-nichel (Fig R 2.3.2).

Cum $2(L + \ell_1) = \ell \Rightarrow \ell_1 = \dfrac{\ell}{2} - L = 4$ m, atunci rezistențele celor două laturi sunt:

$R_{AB} = \dfrac{\rho L}{S} = 0{,}6\ \Omega$ și $R_{AD} = \dfrac{\rho \ell_1}{S} = 0{,}4\ \Omega$.

Dacă sursa se leagă la capetele laturii mici AD, rezistența ei R_{AD} este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_{AB}, R_{BC} și R_{CD}, astfel că $R'_{AD}=R_{AB}+R_{BC}+R_{CD}=1,6\ \Omega$, astfel că rezistența echivalentă între punctele A și D este $R_{eAD}=\dfrac{R_{AD}R'_{AD}}{R_{AD}+R'_{AD}}=0,32\ \Omega$.

Dacă sursa se leagă la capetele laturii mari AB, rezistența acesteia R_{AB} este legată în paralel cu gruparea serie a rezistențelor R_{BC}, R_{CD} și R_{DA}, astfel că $R'_{AB}=R_{BC}+R_{CD}+R_{DA}=1,4\ \Omega$ și rezistența echivalentă în acest caz este:

$$R_{eAB}=\frac{R_{AB}R'_{AB}}{R_{AB}+R'_{AB}}=0,42\ \Omega$$

d. Prin urmare intensitatea curentului prin sursă în primul caz este: $I_1=\dfrac{E}{r+R_{eAD}}\approx 9,09$ A și intensitatea curentului prin sursă în al doilea caz este:

$$I_2=\frac{E}{r+R_{eAB}}\approx 8,45\ \text{A}.$$

Raportul cerut este $\dfrac{I_1}{I_2}=\dfrac{r+R_{eAB}}{r+R_{eAD}}\approx 1,076$

38. Cosiderăm că la bornele unei surse de tensiune cu t.e.m. E și rezistența internă r se leagă în serie cele două voltmetre care indică tensiunile U_1 și U_2, astfel că: $E=U_1+U_2+Ir$. Dar $U_1=R_1I$ și $U_2=R_2I\Rightarrow \dfrac{U_1}{U_2}=\dfrac{R_1}{R_2}\Rightarrow R_2=\dfrac{R_1U_2}{U_1}$.

Cum $I=\dfrac{E}{R_1+R_2+r}\Rightarrow U_1+U_2=(R_1+R_2)I=\dfrac{(R_1+R_2)E}{R_1+R_2+r}\Rightarrow$

$$E\left(R_1+\frac{R_1U_2}{U_1}\right)=\left(R_1+\frac{R_1U_2}{U_1}+r\right)(U_1+U_2)\Rightarrow R_1E=U_1(R_1+r)+U_2R_1\ (1)$$

Dacă la bornele sursei se leagă numai primul voltmetru: $U'_1=R_1I'_1=\dfrac{R_1E}{R_1+r}\Rightarrow R_1+r=\dfrac{R_1E}{U'_1}$ (2)

Introducem (2) în (1) și obținem: $R_1E=\dfrac{U_1R_1E}{U'_1}+U_2R_1\Rightarrow E=\dfrac{U_2U'_1}{U'_1-U_1}=27$ V

b. Din relația (2) obținem $r=\dfrac{R_1(E-U'_1)}{U'_1}=0,5\ \Omega$

c. Rezistența este $R_2=\dfrac{R_1U_2}{U_1}=0,75\ \Omega$

d. Intensitatea curentului care circulă prin baterie este $I=\dfrac{E-U_1-U_2}{r}=12$ A

39. a. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I_1=I_2+I_{V_2}\Rightarrow I_{V_2}=I_1-I_2=0,2$ mA. Cum $U_2=I_{V_2}r_V\Rightarrow$ rezistența unui voltmetru este

$r_V = \frac{U_2}{I_{V_2}} = 1250\ \Omega$. Cum pe ampermetrul A_2, tensiunea aplicată este aceeaşi cu cea indicată de voltmetrul V_2, rezistenţa internă a ampermetrului este: $r_A = \frac{U_2}{I_2} \approx 277{,}78\ \Omega$

b. Voltmetrul V_1 indică tensiunea $U_1 = r_V I_1 = 1{,}375$ V.

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E = U_1 + U_2 + I_1 r_A \approx 1{,}93$ V.

d. Scurtcircuităm voltmetrul V_1, iar la bornele sursei se leagă un circuit electric cu rezistenţa echivalentă $R = r_A + \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} \approx 505{,}05\ \Omega$. Ampermetrul A_1 indică un curent cu intensitatea: $I_1' = \frac{E}{R} \approx 3{,}82$ mA, voltmetrul V_2 indică o tensiune $U_2' = \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} I_1' \approx 0{,}868$ V şi ampermetrul A_2 indică un curent cu intensitatea

$I_2' = \frac{U_2'}{r_A} = 3{,}125$ mA

40. a. Calculăm intensitatea curentului care circulă prin voltmetrul legat în paralel cu miliampermetrul, astfel că $I_{V_1} = I - I_1 = 0{,}25$ mA $\Rightarrow r_V = \frac{U_1}{I_{V_1}} = 1$ kΩ. Deoarece instrumentele sunt identice, tensiunea indicată de voltmetrul legat în serie cu miliampermetrul este $U_2 = r_V I = 1$ V.

b. Rezistenţa ampermetrului este $r_A = \frac{U_1}{I_1} \approx 333{,}33\ \Omega$, astfel că tensiunea bateriei este $E = I(r + r_V + r_A) + U_1 \approx 1{,}65$ V.

c. La scurtcircuit prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I_{sc} = \frac{E}{r} = 24{,}75$mA

41.a. Intensitatea curentului electric care circulă prin circuit este $I = \frac{E}{R + r} = 2$A

b. Tensiunea electrică între punctele P şi N este $U_{NP} = U_{CA} = IR_{CA}$. Cum $R_{CA} = \frac{\rho CA}{S}$ şi $R = \frac{\rho AB}{S} \Rightarrow \frac{R_{CA}}{R} = \frac{CA}{AB} \Rightarrow R_{CA} = \frac{CA}{AB} R$. Din datele problemei $\frac{CA}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_{CA} = \frac{R}{4} = 8\ \Omega$. Obţinem: $U_{NP} = 16\text{ V} \Rightarrow U_{PN} = -16\text{ V}$

c. Când între punctele P şi N se conectează un rezistor cu rezistenţa R_{PN}=8 Ω rezistenţa echivalentă între punctele A şi C este $R_{eAC} = \frac{R_{CA} R_{PN}}{R_{CA} + R_{PN}} = 4\ \Omega$.

Cum $R_{BC}=\frac{3R}{4}=24\ \Omega$, atunci intensitatea curentului prin sursă este

$I'=\frac{E}{r+R_{cAC}+R_{BC}}\approx 2{,}22\ \text{A}\Rightarrow$ căderea internă de tensiune: $u=rI'\approx 17{,}78\ \text{V}$

d. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_e=\frac{\frac{R}{2}R_{PN}}{\frac{R}{2}+R_{PN}}+\frac{R}{2}\approx 21{,}33\Omega$,

astfel că intensitatea curentului prin circuitul principal devine:

$I'=\frac{E}{R_e+r}\approx 2{,}72\text{A}$

42. a. Rezistența echivalentă a circuitului este $R_e=\frac{E}{I}=40\ \Omega$

b. Deoarece $R_e=\frac{2R\cdot R}{3R}+R=\frac{5R}{3}$ atunci rezistența electrică a unui bec este

$R=\frac{3R_e}{5}=24\ \Omega$

c. Deoarece $U_{ab}=\frac{2R}{3}I$ intensitatea curentului prin becul 2 este

$I_2=\frac{U_{ab}}{R}=\frac{2I}{3}=0{,}2\ \text{A}$

d. Dacă se scurtcircuitează becul 4, rezistența echivalentă este:

$R'_e=\frac{R}{2}+R=\frac{3R}{2}$ ceea ce determină o intensitate $I'=\frac{E}{R'_e}=\frac{2E}{3R}$.

Cum $I=\frac{3E}{5R}\Rightarrow I'>I\Rightarrow$ becul 1 va lumina mai intens.

Cum $U'_{ab}=\frac{R}{2}I'=\frac{R}{2}\cdot\frac{2E}{3R}=\frac{E}{3}$ noua intensitate prin becul 2 devine $I'_2=\frac{E}{3R}$ şi

cum $I_2=\frac{2}{3}\cdot\frac{3E}{5R}=\frac{2E}{5R}\Rightarrow I'_2<I_2\Rightarrow$ becul 2 va lumina mai puțin intens.

Deoarece $I_3=\frac{U_{ab}}{2R}=\frac{I_2}{2}=\frac{E}{5R}$ şi $I'_3=\frac{U'_{ab}}{R}=I'_2=\frac{E}{3R}\Rightarrow I'_3>I_3\Rightarrow$ becul 3 va lumina mai intens.

43.a. Rezistența echivalentă dintre punctele M şi B este: $R_{MB}=R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}=4\ \Omega$

b. La momentul $t=10$ sdin grafic $U_{AB}=19{,}5$ V, astfel că $E=-I(r+R_{MB})+U_{AB}\Rightarrow$

$I=\frac{-E+U_{AB}}{r+R_{MB}}=3$ A. Tensiunea la bornele rezistenței R_2 este: $U_2=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}I\Rightarrow$

$I_2=\frac{U_2}{R_2}=\frac{R_3I}{R_2+R_3}=1$ A

c. Pentru ca $I=0 \Rightarrow U_{AB}=E$=4,5 V. Cum $U_{AB}=at=\frac{U_{AB1}}{t_1}t \Rightarrow t=\frac{U_{AB}t_1}{U_{AB1}}$, cu U_{AB1}=19,5 V şi t_1=10 s, astfel obţinem t=2,3 s

d. Intensitatea curentului prin sursă dacă între punctele *A* şi *B* se conectează un fir cu rezistenţa neglijabilă este $I'=\frac{E}{r+R_{MN}}$=0,9 A

44. a. Expresia rezistenţei echivalente a circuitului exterior conectat la bornele sursei, în funcţie de x este:

$$R_{AB}=\frac{(R-x)x}{R}+\frac{(R-x)x}{R}=2\frac{(R-x)x}{R}=\frac{2(10-x)x}{10}=\frac{(10-x)x}{5}$$

b. Pentru ca sursa să fie scutcircuitată trebuie ca $R_{AB}=0 \Rightarrow (10-x)x=0 \Rightarrow$ x_1=0 şi x_2=10 Ω, adică tija trebuie să fie la capetele rezistenţelor.

c. Cum $I=\frac{E}{r+R_{AB}}$=10 A înlocuind R_{AB} obţinem valorile lui x astfel că

$$10=\frac{30}{1+\frac{(10-x)x}{5}} \Rightarrow \frac{10x-x^2}{5}=2 \Rightarrow x=5\pm\sqrt{15} \Rightarrow x_1\approx 8{,}873\ \Omega \text{ şi } x_2\approx 1{,}127\ \Omega$$

d. Când $R_{AB}=r \Rightarrow I''=\frac{E}{2r} \Rightarrow u=I'r=\frac{E}{2r}r=\frac{E}{2}$=15 V

45. a. Dacă între punctele *A* şi *B* se leagă un voltmetru ideal cu rezistenţa infinit de mare prin ramura cu voltmetrul nu circulă curent electric şi din această cauză voltmetrul indică tensiunea pe rezistenţa R_2, astfel că: $U_V=R_2I=R_2\frac{E}{r+R_1+R_2}$=12 V.

b. Dacă între punctele *A* şi *B* se leagă un ampermetru ideal cu rezistenţa nulă, r_A=0, se modifică rezistenţa circuitului extern, astfel că $R_e=R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$=3,6Ω.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I'=\frac{E}{r+R_e}$=2 A, astfel că tensiunea electrică aplicată ramurii ce conţine rezistenţa R_3 este $U=\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}I'$=6 V. Prin urmare intensitatea curentului electric care circulă prin ampermetrul ideal este $I_3=\frac{U}{R_3}=\frac{R_2I'}{R_2+R_3}$=1,5 A.

c. Căderea internă de tensiune este $u=rI'$=10,8 V

d. În prezenţa voltmetrului ideal conectat între punctele *A* şi *B* tensiunea la bornele sursei este $U_1=E-Ir=\frac{(R_1+R_2)E}{R_1+R_2+r}$=12,6 V

În prezenţa ampermetrului ideal conectat între punctele *A* şi *B* tensiunea la bornele sursei este $U_2=E-I'r$=7,2 V. Astfel raportul cerut este $\frac{U_2}{U_1}\approx 0{,}571$

46. a. Când comutatorul K este deschis şi comutatorul K_1 este închis curentul electric circulă prin ochiul care conţine sursa de tensiune şi rezistenţa R_1, astfel că $E = I_1(R_1 + r) \Rightarrow r = \frac{E}{I_1} - R_1 = 1\ \Omega$

b. Dacă ambele comutatoare sunt închise rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = \frac{R_1 \frac{R}{3}}{R_1 + \frac{R}{3}} = 6\ \Omega$, deoarece R_1 este legată în paralel cu gruparea paralel a celor trei rezistenţe R identice.

c. Dacă ambele comutatoare sunt închise intensitatea prin circuitul principal este $I_2 = \frac{E}{R_{ext} + r}$. Intensitatea indicată de ampermetru este intensitatea care circulă prin rezistenţa R_1, astfel că $I_1' = \frac{U_1}{R_1}$, unde

$$U_1 = R_{ext} I_2 = \frac{R_{ext} I_2}{R_{ext} + r} \Rightarrow I_1' = \frac{R_{ext} E}{(R_{ext} + r) R_1} \approx 1{,}37\ \text{A}$$

d. Când comutatorul K este închis şi comutatorul K_1 este deschis, circuitul este format din sursa de tensiune şi gruparea paralel a rezistoarelor R, astfel că intensitatea curentului prin sursă este $I_3 = \frac{E}{r + \frac{R}{3}} \approx 2{,}18\ \text{A}$

47. a. Când comutatorul K este deschis, două rezistenţe R sunt legate în paralel, apoi gruparea lor este legată în serie cu rezistenţa R, iar noua grupare este legată în paralel cu rezistenţa R. Astfel rezistenţa echivalentă a grupării de rezistoare este: $R_e = \frac{3R^2/2}{5R/2} = \frac{3R}{5} = 3\ \Omega$

b. Intensitatea curentului electric prin circuitul exterior când comutatorul K este deschis este $I_1 = \frac{E}{R_e + r} \Rightarrow E = I_1\left(\frac{3R}{5} + r\right)$. Când comutatorul se închide rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este $R_e' = \frac{R}{2}$, deoarece cele două rezistenţe R legate în paralel sunt scutcircuitate. Conform legii lui Kichhoff pentru un circuit electric simplu obţinem intensitatea curentului electric prin circuitul exterior $E = I_2\left(\frac{R}{2} + r\right)$. Din egalarea relaţiilor obţinem:

$I_1\left(\frac{3R}{5} + r\right) = I_2\left(\frac{R}{2} + r\right)$, astfel că rezistenţa internă a generatorului este $r = 0{,}5\Omega$

c. Tensiunea electromotoare a generatorului electric este $E = 10{,}5$ V

d. Când K este închis tensiunea electrică la bornele generatorului este $U' = E - I_2 r = 8{,}75$ V

48. a. Rezistența circuitului exterior când întrerupătorul K este închis este $R_e = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_4 = 11\ \Omega$

b. Intensitatea curentului prin sursă este $I = \frac{E}{R_e + r} = 2\ \text{A}$

c. Tensiunea la bornele grupării rezistențelor R_1 și R_2 este $U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$, astfel că intensitatea curentului prin reistența R_1 este $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2}$. Sarcina electrică ce străbate rezistorul R_1 în timpul Δt este $q = I_1 \Delta t = 12\ \text{C}$

d. Dacă întrerupătorul K ar fi deschis atunci intensitatea curentului prin circuitul principal este $I' = \frac{E}{R_3 + R_2 + R_4 + r} = 1{,}25\ \text{A}$, astfel că tensiunea electrică la bornele sursei este $U' = (R_3 + R_2 + R_4) I' = 22{,}75\ \text{V}$

49. a. Când comutatorul k este închis atunci rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R'_e = R + \frac{2R3R}{2R + 3R} = \frac{11R}{5} = 11\ \Omega$

b. Când comutatorul k este deschis $E = I_1 (r + 3R)$ (1) iar când comutatorul k este închis obținem $E = I_2 \left(r + \frac{11R}{5} \right)$ (2).

Din egalarea relațiilor (1) și (2) obținem $\frac{3I_2}{4}(r + 3R) = I_2 \left(r + \frac{11R}{5} \right) \Rightarrow r = 1\ \Omega$

c. Din relația $E = I_2 \left(r + \frac{11R}{5} \right)$ obținem $I_2 = 1\ \text{A}$

d. Când comutatorul k este închis tensiunea la bornele grupării rezistențelor $2R$ și $3R$ este $U = \frac{6R}{5} I_2 = 6\ \text{V}$

50. a. Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior când înterupătorul K este deschis, astfel că $R_{ext} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 4\ \Omega$

b. Când înterupătorul K este deschis:

$E = I(R_{ext} + r) \Rightarrow E = 2{,}75(4 + r) = 11 + 2{,}75r$ (1)

Când întrerupătorul K se închide se scurtcircuitează rezistența R_1, iar rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel, astfel că noua rezistență a circuitului exterior este $R'_{ext} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3\ \Omega \Rightarrow E = I'(R'_{ext} + r) = 9 + 3r$ (2)

Din (1) și (2) $\Rightarrow 11 + 2{,}75r = 9 + 3r \Rightarrow 2 = 0{,}25r \Rightarrow r = 8\ \Omega$ și $E = 33\ \text{V}$.

c. Tensiunile între punctele B şi D când întrerupătorul este iniţial deschis şi apoi închis sunt $U_{BD} = IR_{ext}$ şi $U'_{BD} = I'R'_{ext} \Rightarrow \frac{U_{BD}}{U'_{BD}} = \frac{IR_{ext}}{I'R'_{ext}} \approx 1{,}22.$

d. Când întrerupătorul K este deschis: $U_{BC} = I_2 R_2$, unde I_2 reprezintă intensitatea curentului care circulă prin rezistenţa R_2. Cum $I_2 = \frac{U_{BD}}{R_2 + R_1}$, obţinem $U_{BC} = \frac{R_2 R_3 I}{R_1 + R_2 + R_3} = 5{,}5$ V. Când întrerupătorul K se închide $U'_{BC} = U'_{BD} = I'R'_{ext} = 9$ V. Astfel raportul tensiunilor între punctele B şi C când întrerupătorul este iniţial deschis şi apoi închis este $\frac{U_{BC}}{U'_{BC}} \approx 0{,}61$

51. a. Iniţial întrerupătorul K este deschis şi prin rezistenţa R_4 nu circulă un curent electric, prin urmare rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel. Deoarece ampermetrul este ideal rezistenţa lui eate nulă, astfel că $r_A = 0 \Rightarrow U_A = 0$. Calculăm intensitatea curentului electric care circulă prin sursă când K este deschis: $I_1 = \frac{E}{r + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 2$ A $\Rightarrow$ tensiunea aplicată grupării de rezistenţe R_1 şi R_2 este $U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = 8$ V, astfel că ampermetrul indică intensitatea curentului care circulă prin rezistorul R_1 cu care este legat în serie. Obţinem $I_A = \frac{U}{R_1} = 1{,}33$ A.

b. La închiderea întrerupătorului se modifică rezistenţa circuitului exterior, astfel că rezistenţele R_3 şi R_4 sunt legate în paralel iar gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a rezistenţelor R_1 şi R_2, astfel că prin baterie circulă un curent cu intensitatea $I_2 = \frac{E}{r + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \approx 2{,}94$ A.

c. La închiderea întrerupătorului tensiunea la bornele grupării paralel R_3 şi R_4, este $U_1 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} I_2$. Cum $U_1 = R_3 I_3'$, atunci $I_3' = \frac{R_4 I_2}{R_3 + R_4}$. Deoarece tensiunea la bornele grupării paralel R_1 şi R_2, la închiderea întrerupătorului este $U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2$. Dar $U = R_2 I_2'$, astfel că $I_2' = \frac{R_1 I_2}{R_1 + R_2}$, iar intensitatea indicată de ampermetru la închiderea întrerupătorului este

$$I'_A = I'_2 - I'_3 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) I' \approx 0{,}392 \text{ A}$$

d. Deoarece ampermetrul nu indică prezenţa unui curent electric atunci când întrerupătorul K este închis înseamnă că puntea Wheatstone de rezistenţe este echilibrată, astfel că: $R_2 R_4 = R_1 R_3 \Rightarrow R_3 = \frac{R_2 R_4}{R_1} = 2\ \Omega.$

52. a. Considerăm că inițial rezistețele R_1 şi R_2 sunt legate în serie şi la bornele sursei. Tensiunea la bornele sursei este $U_1 = E - I_1 r = 25$ V. Dacă rezistențele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel la bornele sursei se va obține o tensiune $U_2 = E - I_2 r = 17{,}4$ V.

b. În cazul legării în serie: $E - I_1 r = I_1(R_1 + R_2) \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{E}{I_1} - r = 10\ \Omega$, iar în cazul legării în paralel:

$$E - I_2 r = I_2 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_1 R_2 = \frac{(E - I_2 r)(R_1 + R_2)}{I_2} = 24 \Rightarrow R_1 = \frac{24}{R_2} \Rightarrow \frac{24}{R_2} + R_2 = 10$$

$$\Rightarrow R_2^2 - 10R_2 + 24 = 0 \Rightarrow R_2 = 4\ \Omega \text{ şi } R_1 = 6\ \Omega \text{ sau } R_1 = 4\ \Omega \text{ şi } R_2 = 6\ \Omega.$$

c. Când rezistențele sunt legate în paralel, tensiunea aplicată la capetele lor are aceeaşi valoare, astfel că: $R_1 I_1' = R_2 I_2' \Rightarrow \frac{I_1'}{I_2'} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3}$ sau $\frac{I_1'}{I_2'} = 1{,}5$, conform celor două situații de la punctul precedent

53. a. Tensiunea indicată de voltmetru este cea dintre punctele *A* şi *C*, astfel că $U_V = \frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} I$. Cum $U = \left(\frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} + R_{BC} \right) I \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} + R_{BC}} \Rightarrow$

$$U_V = \frac{R_V R_{AC} U}{R_V R_{AC} + R_{BC}(R_V + R_{AC})}. \text{ Cum } R = \frac{\rho \ell}{S} \text{ şi } R_{AC} = \frac{\rho x}{S} \Rightarrow R_{AC} = \frac{xR}{\ell} \text{ iar } R_{BC} = \frac{(\ell - x)R}{\ell} \Rightarrow U_V = \frac{R_V \ell x U}{R_V \ell^2 + x\ell R - Rx^2}$$

b. Când $x=0 \Rightarrow U_V = 0$ şi când $x = \ell \Rightarrow U_V = U$, astfel că tensiunea indicată de voltmetru este cuprinsă între 0 şi *U*

c. Cum $U_V = U_{BC} \Rightarrow \frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} I = R_{CB} I \Rightarrow \frac{R_V R_{AC}}{R_V + R_{AC}} = R - R_{AC} \Rightarrow$

$$R_{AC}^2 + (2R_V - R)R_{AC} - R_V R = 0 \Rightarrow R_{AC} = \frac{1}{2}\left(R - 2R_V + \sqrt{4R_V^2 + R^2}\right)$$

54. a. Când comutatorul este deschis, cele două voltmetre sunt legate în serie, astfel că prin ele circulă acelaşi curent electric, astfel că pe baza legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{V_1} = IR_{V_1}$ şi $U_{V_2} = IR_{V_2} \Rightarrow \frac{U_{V_1}}{U_{V_2}} = \frac{R_{V_1}}{R_{V_2}} \Rightarrow$

$$U_{V_2} = \frac{U_{V_1} R_{V_2}}{R_{V_1}}. \text{ Cum: } U = U_{V_1} + U_{V_2} = U_{V_1} \frac{R_{V_1} + R_{V_2}}{R_{V_1}} \Rightarrow$$

$$U_{V_1} = \frac{UR_{V_1}}{R_{V_1} + R_{V_2}} = 192 \text{ V şi } U_{V_2} = \frac{UR_{V_2}}{R_{V_1} + R_{V_2}} = 48 \text{ V}.$$

b. Când comutatorul *K* se închide primul voltmetru se leagă în paralel cu rezistența R_{AC}, iar al doilea voltmetru se leagă în paralel cu rezistența R_{CB}, cele două grupări fiind legate în serie, astfel că rezistența echivalentă este:

$R_{ext} = \frac{R_{AC}R_{V_1}}{R_{AC}+R_{V_1}} + \frac{R_{CB}R_{V_2}}{R_{CB}+R_{V_2}} \approx 8{,}74\ \text{k}\Omega \Rightarrow I = \frac{U}{R_{ext}} \approx 27{,}46\ \text{mA}$, deoarece

$R_{AC} = \frac{R}{4} = 4\ \text{k}\Omega$ şi $R_{CB} = \frac{3R}{4} = 12\ \text{k}\Omega$.

c. Astfel că voltmetrele indică tensiunile: $U_{V1} = \frac{R_{V_1}R_{AC}}{R_{V_1}+R_{AC}} I \approx 98{,}856\ \text{V}$ şi

$U_{V2} = \frac{R_{CB}R_{V_2}}{R_{CB}+R_{V_2}} I \approx 141{,}22\ \text{V}$.

d. Deoarece indicaţiile voltmetrelor sunt egale, atunci:

$U_{V_1} = U_{V_2} \Rightarrow \frac{R_{AC}R_{V_1}}{R_{AC}+R_{V_1}} = \frac{R_{CB}R_{V_2}}{R_{CB}+R_{V_2}}$. Notăm cu $x = \frac{R_{AC}}{R_{CB}} \Rightarrow R_{AC} = xR_{CB}$ şi cum

$R = R_{AC} + R_{CB} = R_{CB}(x+1) \Rightarrow R_{CB} = \frac{R}{x+1}$ şi $R_{AC} = \frac{xR}{x+1} \Rightarrow$

$xR(R_{V_1} - R_{V_2}) = (1-x^2)R_{V_1}R_{V_2} \Rightarrow 4x = 3(1-x^2) \Rightarrow 3x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x \approx 0{,}535$

55. a. Calculăm rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B*, trecând de la triunghi la stea (fig R 2.3.3), astfel că: $r_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_5} = \frac{8}{9}\ \Omega$;

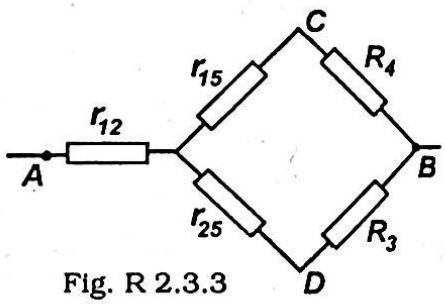


Fig. R 2.3.3

$r_{15} = \frac{R_1R_5}{R_1+R_2+R_5} = \frac{4}{3}\ \Omega$; $r_{25} = \frac{R_2R_5}{R_1+R_2+R_5} = \frac{2}{3}\ \Omega$.

Cum rezistenţele r_{15} şi R_4 sunt legate în serie iar gruparea lor este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor r_{25} şi R_3, obţinem rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B*:

$R_{AB} = r_{12} + \frac{(r_{15}+R_4)(r_{25}+R_3)}{r_{15}+R_4+r_{25}+R_3} = \frac{32}{15} \approx 2{,}133\ \Omega$.

b. Calculăm valoarea intensităţii prin circuitul principal (prin sursă) din

$I = \frac{E}{r+R_{AB}} = 15\ \text{A}$.

c. Tensiunea între punctele *A* şi *B* este $U_{AB} = E - Ir = 32\ \text{V}$

$U_{AB} = I_1R_1 + I_4R_4 \Rightarrow 32 = 4I_1 + I_4$ (1)

$U_{AB} = I_2R_2 + I_3R_3 \Rightarrow 32 = 2I_2 + 2I_3 \Rightarrow 16 = I_2 + I_3$ (2)

Din $I = I_1 + I_2 \Rightarrow 15 = I_1 + I_2$ (3) şi din $I = I_4 + I_3 \Rightarrow 15 = I_4 + I_3$ (4)

Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem $I_1 = 6$ A; $I_2 = 9$ A; $I_3 = 7$ A şi $I_4 = 8$ A.

Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod $I_1 = I_4 + I_5 \Rightarrow I_5 = -2$ A $\Rightarrow$ semnul "–" arată că prin rezistenţa R_5 curentul electric circulă în sens contrar.

d. Tensiunea electrică pe rezistenţa R_5 este $U_5 = R_5I_5 = -6$ V.

56. a. Observăm că puntea Wheatstone formată din rezistenţe identice este echilibrată, astfel că rezistenţa ei echivalentă este $R_{AB}=R \Rightarrow$ intensitatea curentului care trece prin baterie este

$I=\frac{E}{2R}=0{,}2\text{A}.$

b. Tensiunea U_{AF} este

$$U_{AF}=U_{AB}=-IR_{AB}=-IR=-\frac{E}{2}=-10\text{ V}.$$

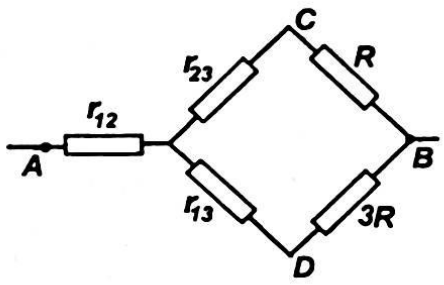


Fig. R 2.3.4

c. Dacă se triplează rezistenţele de pe laturile opuse, puntea Wheatstone nu mai este echilibrată şi calculăm rezistenţa ei echivalentă (fig R 2.3.4).

Cum $r_{12}=\frac{3R}{5}$; $r_{23}=\frac{3R}{5}$ şi $r_{13}=\frac{R}{5}\Rightarrow r_{23}$ şi R sunt legate în serie, iar gruparea lor este legată în paralel cu gruparea serie a rezistenţelor r_{13} si $3R$, rezistenţa grupării este: $R'=\frac{(r_{23}+R)(r_{13}+3R)}{r_{13}+r_{23}+4R}=\frac{16R}{15}\Rightarrow R'_{AB}=r_{12}+R'=\frac{3R}{5}+\frac{16R}{15}=\frac{5R}{3}$

d. Intensitatea curentului prin circuitul principal este:

$$I'=\frac{E}{R+R'_{AB}}=\frac{3E}{8R}\Rightarrow U'_{FA}=U'_{BA}=-I'R_{AB}=-\frac{5E}{8}=-12{,}5\text{ V}.$$

57. a. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu $E_1-E_2=I(r_1+r_2+R)\Rightarrow I=\frac{E_1-E_2}{r_1+r_2+R}=1$ A, deoarece sursele sunt în opoziţie de fază. Prin rezistorul R curentul electric circulă de la dreapta spre stânga.

b. Legăm la bornele sursei E_2 un voltmetru şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format: $E_2=-Ir_2+U_2\Rightarrow U_2=E_2+Ir_2=5$ V$\Rightarrow$la bornele unei surse parcurse de un curent electric invers faţă de sensul curentului pe care l-ar produce dacă ar fi singură în circuit, tensiunea este mai mare decât t.e.m. a sursei.

c. Dacă la bornele rezistenţei R se leagă un fir metalic cu rezistenţa neglijabilă atunci intensitatea curentului prin circuit este $I=\frac{E_1-E_2}{r_1+r_2}=2$ A

d. Analog $E'_1=Ir_1+U_1\Rightarrow U'_1=E'_1-Ir_1=E'_1-\frac{E'_1-E_2}{r_1+r_2+R}r_1=\frac{E'_1(r_2+R)+E_2r_1}{r_1+r_2+R}.$

Cum $U'_1=0\Rightarrow E'_1=-\frac{E_2r_1}{r_2+R}=-0{,}5$ V$\Rightarrow$semnul "–" ne arată că tensiunea se inversează.

58. a. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu $E_1+E_2=I(r_1+r_2+R)\Rightarrow I=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2+R}=3{,}6$ A.

b. Tensiunea electrică la bornele sursei de E_1 este $U_1=E_1-Ir_1=4{,}8$ V.

c. Căderea interioară de tensiune la bornele sursei E_2 este $u_2=r_2I=10{,}8$ V.

d. Din $R=\frac{\rho\ell}{S}\Rightarrow\ell=\frac{RS}{\rho}=1000$ m

59.a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_e = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 3\Omega$

b. Indicația ampermetrului este $I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_e} = 1{,}2$ A

c. Tensiunea electrică dintre punctele C și D este $U_{CD} = IR_e = 3{,}6$ V

d. Dacă ampermetrul se montează între punctele A și B atunci rezistențele R_2 și R_3 sunt scurtcircuitate deoarece ampermetrul fiind ideal nu are rezistență. Astfel ampermetrul indică $I' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_1} = 2$ A

60. a. Calculăm rezistența circuitului exterior: $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_{AC}$, unde

$R_{AC} = \frac{\rho AC}{S} = \frac{\rho f \ell}{S} = fR_{AB} = 4{,}8\ \Omega$, deoarece $R_{AB} = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow R_{ext} = 7\ \Omega$.

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E_1 - E_2 = I(r_1 + r_2 + R_{ext}) \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 1$ A.

c. Pe baza formulei $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{RS}{\rho} = 16$ m.

d. Dacă cursorul se deplasează spre punctul B rezistența circuitului exterior se mărește iar intensitatea curentului scade. Astfel tensiunea la bornele sursei E_1, $U'_1 = E_1 - I'r_1$ crește deoarece căderea internă de tensiune pe sursa 1 scade.

61.a. Rezistența electrică echivalentă a circuitului exterior bateriei este $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_A)}{R_2 + R_3 + R_A} = 15\ \Omega$

b. intensitatea curentului electric prin rezistorul R_1 este $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 0{,}4$ A

c. Deoarece pe o diviziune ampermetrul indică I_{div}=0,01 A când indică I=0,4 A acul ampermetrului se opre□te în dreptul valorii $N = \frac{I}{I_{div}} = 40$

d. Dacă din greșeală sursa având E_2 se conectează cu polaritate inversă, atunci intensitatea curentului prin rezistorul R_1 devine $I' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} \approx 21$ mA

62. a. Conform legii lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu obținem $E_2 - E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2) \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2} = 2$ A.

b. Curentul electric circulă de la potențial mai mare spre un potențial mai mic. Deoarece punctul A se leagă la Pământ potențialul punctului A este nul. Conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit $U_{AB} = R_1 I = V_A - V_B \Rightarrow V_B = -R_1 I = -6$ V.

Legăm între punctelel B și C un voltmetru și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și sursa E_1, astfel că:

$E_1 = -Ir_1 + U_{BC} \Rightarrow U_{BC} = E_1 + Ir_1 = 18\text{V} \Rightarrow V_B - V_C = U_{BC} \Rightarrow V_C = V_B - U_{BC} = -24\text{V}$

Cum $U_{CD} = IR_2 = V_C - V_D \Rightarrow V_D = V_C - IR_3 = -34$ V. Legăm un voltmetru între punctele D şi E şi scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine voltmetrul şi sursa E_2, astfel că: $E_2 = Ir_2 + U_{ED} \Rightarrow U_{ED} = E_2 - Ir_2 = 46$ V $\Rightarrow V_E - V_D = U_{ED} \Rightarrow V_E = V_D + U_{ED} = 12$ V.

c. Tensiunea electrică U_{BD} între punctele B şi D este $U_{BD} = V_B - V_D = 28$ V.

d. Tensiunea electrică între punctele C şi D este $U_{CD} = IR_3 = 10$ V şi are aceeaşi valoare indiferent dacă punctul A este legat la Pământ sau nu, deoarece intensitatea curentului este aceeaşi nedepinzând de valoarea potenţialului punctului A.

63. a. Calculăm valoarea intensităţii prin circuit utilizând legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu (fig R 2.3 5): $4E - E = I(R + 2R + 3R + r + 2r)$

$\Rightarrow I = \dfrac{3E}{6R + 3r} = \dfrac{E}{2R + r} = 2$ A, astfel că tensiunea la bornele sursei aflată pe latura AB este: $U_1 = E + Ir = 16$ V.

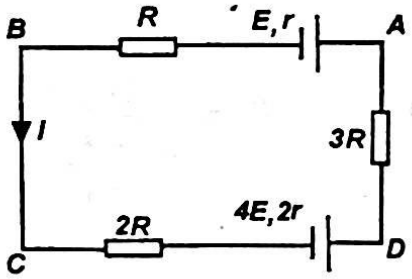


Fig. R 2.3.5

b. Tensiunea la bornele sursei aflată pe latura CD este $U_2 = 4E - 2Ir = 52$ V.

c. Dacă punctele B şi D se leagă la Pământ $V_B = V_D = 0$, iar circuitele BAD şi BCD se închid prin Pământ, astfel că $I_{BA} = \dfrac{E}{r + 4R}$ şi $I_{CD} = \dfrac{4E}{2r + 2R} \Rightarrow \dfrac{I_{CD}}{I_{BA}} = \dfrac{2(r + 4R)}{r + R} = 6{,}5$

d. Deoarece prin punctul D intră curentul electric în Pământ şi cum sensul curentului electric este contrar sensului de mişcare al electronilor, aceştia intră în ambele circuite prin punctul D şi ies prin punctul B.

64.a. Calculăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior: $R_{ext} = \dfrac{R_1}{2} + \dfrac{R_2}{3} = 6\Omega$.

b. Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu: $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2 + R_{ext}) \Rightarrow I = \dfrac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 2$ A.

c. Legăm un voltmetru între punctele A şi B şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul de reţea ce conţine voltmetrul şi sursa E_2:

$$E_2 = I\left(r_2 + \frac{R_2}{3}\right) + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = E_2 - I\left(r_2 + \frac{R_2}{3}\right) = -5\text{ V}.$$

d. Rezistenţa circuitului exterior devine $R' = R_1 + \dfrac{R_2}{2}$, astfel că intensitatea curentului este: $I' = \dfrac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R'} \approx 1{,}71$ A

65. a. Deoarece sursele sunt legate în serie parametrii sursei echivalente sunt: $E_S = E_1 + E_2 = 6$ V şi $r_S = r_1 + r_2 = 2\ \Omega$

b. Rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 28\ \Omega$

c. Tensiunea electrică între punctele M şi N este $U_{MN} = -IR_{MN} = -\frac{IR_2R_3}{R_2+R_3}$.

Semnul minus apare deoarece curentul electric circulă de la N la M. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{E_S}{R_{ext}+r_S} = 0{,}2\text{ A} \Rightarrow U_{MN} = -1{,}6\text{ V}$

d. Raportul intensităţilor prin rezistenţele R_2 şi R_3: $\frac{I_2}{I_3} = \frac{U_{NM}}{R_2}\frac{R_3}{U_{NM}} = \frac{R_3}{R_2} = 0{,}5$

66.a. Intensitatea indicată de ampermetru este $I_2 = I_A = \frac{N}{N_{max}} I_{max}$ =0,2A. Din

$I_2(R_A+R_2) = I_3R_3 \Rightarrow I_3 = \frac{I_2(R_A+R_2)}{R_3}$=0,4 A, astfel că prin rezistorul R_1 circulă $I = I_2 + I_3$=0,6 A

b. Cum $R_p = \frac{R_3(R_2+R_A)}{R_3+R_2+R_A}$ =1 Ω, rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este

$R_e = R_p + R_1 = \frac{R_3(R_2+R_A)}{R_3+R_2+R_A} + R_1$ =3 Ω

c. Pentru a afla valorile tensiunii electromotoare E_2 a sursei 2, trebuie să considerăm că prin ampermetru circulă un curent în sus $E_2 - E_1 = I(R_p + r_1 + r_2 + R_1) \Rightarrow E_2 = E_1 + I(R_p + r_1 + r_2 + R_1)$=7,5 V sau în jos $E_1 - E_2 = I(R_p + r_1 + r_2 + R_1) \Rightarrow E_2 = E_1 - I(R_p + r_1 + r_2 + R_1)$=1,5 V

d. În cele două situaţii tensiunea la bornele primei surse se obţine astfel: $E_1 = -Ir_1 + U_{V1} \Rightarrow U_{V1} = E_1 + Ir_1$ =5,1V sau $E_1 = Ir_1 + U_{V1} \Rightarrow U_{V1} = E_1 - Ir_1$ =3,9

67. a. Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul de reţea:

$E_2 - E_3 - E_1 = I(R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_3 - E_1}{R_1 + R_2 + R_3}$ =0,5 A.

b. Legăm un voltmetru între punctele A şi B şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru şi ramura AB, ce conţine sursa E_2, astfel că obţinem: $E_2 = I(R_1 + R_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = I(R_1 + R_2) - E_2 \Rightarrow$ U_{AB}=−11 V.

c. Tensiunea electrică pe rezistenţa R_3 este $U_3 = R_3I_3 = 1$ V.

d. Dacă punctele A şi B se leagă cu ajutorul unui fir metalic ideal atunci intensitatea curentului prin rezistenţa R_3 este $I' = \frac{E_1 + E_3}{R_3}$ =5 A

68.a. Din $E_0 = Ir_0 + U_0$ obţinem intensitatea curentului indicată de ampermetru

$I_0 = \frac{E - U_0}{r_0}$ =2A

b. Pentru un circuit simplu $3E_0 = I(3r_0 + r_A + R) \Rightarrow R = \frac{3E_0}{I} - 3r_0 - r_A$ =5 Ω

c. Dacă una din surse este montată, din greşeală, cu polaritate inversă atunci intensitatea prin circuitul principal este $I'=\frac{E_0}{3r_0+r_A+R}$, astfel că la bornele consumatorului tensiunea devine $U=RI'=\frac{RE_0}{3r_0+r_A+R}\approx 6{,}67$ V

d. Dacă în locul voltmetrului din circuit se montează un ampermetru ideal, acesta va indica intensitatea de scurtcircuit a unei surse, astfel că $I_{sc}=\frac{E_0}{r_0}=24$A

69. a. Tensiunea la bornele bateriei este $U=RI=11{,}52$ V

b. Din $R=\frac{\rho\ell}{S}\Rightarrow\rho=\frac{RS}{\ell}=4\cdot10^{-7}$ Ωm

c.Din $I_{sc}=\frac{E_s}{r_s}$ şi $E_s=I(r_s+R)$ obţinem $I_{sc}r_s=I(r_s+R)\Rightarrow r_s=\frac{IR}{I_{sc}-I}=0{,}6$ Ω,

astfel că rezistenţa interioară a unui singur element al bateriei este $r=\frac{r_s}{n}=0{,}1$ Ω

d.Din $E_s=I_{sc}r_s=12{,}6$V tensiunea electromotoare a unei baterii este $E=\frac{E_s}{n}=2{,}1$V

70. a. Din $R_0=\frac{\rho\ell}{S}\Rightarrow\rho=\frac{R_0S}{\ell}=1{,}2\cdot10^{-6}$ Ωm

b. Când comutatorul K este închis rezistenţa echivalentă a grupării de rezistoare este $R_e=\frac{2R_0R_0}{2R_0+R_0}=\frac{2R_0}{3}=4$ Ω

c. Când comutatorul K este deschis intensitatea curentului electric prin circuit este $I=\frac{NE}{Nr+2R_{e0}}=1{,}5$ A

d. Când comutatorul K este închis intensitatea curentului electric prin circuit este $I'=\frac{NE}{Nr+R_{ce}}=3$ A, astfel că din legea lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul mare obţinem $NE=NrI'+I''2R_0\Rightarrow I''=1$ A, astfel că $U_{AB}=R_0I''=6$ V

71. a. Cele două surse sunt legate în paralel, astfel că aplicând legile lui Kirchhoff obţinem: $I=I_1+I_2$ (1); $E_1=I_1r_1+IR\Rightarrow I_1=\frac{E_1-IR}{r_1}=\frac{E_1}{r_1}-\frac{IR}{r_1}$ (2) şi $E_2=I_2r_2+IR\Rightarrow I_2=\frac{E_2}{r_2}-\frac{IR}{r_2}$ (3). Introducând (2) şi (3) în (1) obţinem:

$$I=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{1+R\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}=\frac{\frac{E_1r_2+E_2r_1}{(r_1+r_2)}}{R+\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}}$$

Cum $I=\frac{E_p}{R+r_p}\Rightarrow E_p=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=32$ V şi $r_p=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=1{,}2\ \Omega$.

b. Intensitatea curentului printr rezistorul R este $I=\frac{E_p}{R+r_p}=3{,}2$ A.

c. Un voltmetru ideal conectat la bornele surselor indică tensiunea de pe rezistorul R, astfel că $U=RI=28{,}16$ V

d. Intensitatea de scurtcircuit a sursei echivalente este $I_{sc}=\frac{E_p}{r_p}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2}\approx 26{,}67$ A.

72. a. Deoarece cele două surse sunt legate în paralel, intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{1+R\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}=10$ A

b. Tensiunea electrică pe rezistența R este $U=RI=\frac{(E_1r_2+E_2r_1)R}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}$. La funcționarea în gol a surselor de tensiune $R\to\infty$ şi tensiunea la bornele surselor devine $U_0=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=32$ V

c. Parametrii sursei echivalente sunt $E_p=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}$ şi $r_p=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}$, astfel că intensitatea de scurtcircuit al sursei echivalente este $I_{sc}=\frac{E_p}{r_p}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2}\approx 26{,}67$ A

d. La legarea în serie a surselor intensitatea curentului prin rezistența R este $I'=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2+R}=8$ A sau $I'=\frac{E_2-E_1}{r_1+r_2+R}=\frac{40}{7}$ A

73.a. Rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R=R_3+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=2{,}5\Omega$

b. Deoarece sursele de tensiune (E,r) sunt identice şi sunt legate în paralel. Prin ele circulă curenți identici, astfel că $I_1=I_2$. Cum $I=I_1+I_2=2I_1\Rightarrow I_1=I/2$. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conține o sursă de tensiune şi circuitul exterior, obținem intensitatea curentului electric prin rezistorul R_3, astfel că $E=\frac{Ir}{2}+R_{ext}I\Rightarrow I=\frac{E}{r/2+R_{ext}}=1$ A

c. Tensiunea la capetele rezistorului R_1 este $U=\frac{R_1R_2I}{R_1+R_2}=1{,}5$ V

d. Dacă cu una din surse se leagă în serie un voltmetru ideal, deoarece voltmetrul ideal are rezistența infinit de mare prin sursa legată în serie cu voltmetrul nu circulă curent electric. Astfel prin circuitul principal trece un

curent electric cu intensitatea $I'=\frac{E}{r+R_{ext}}$, astfel că voltmetrul indică

$$U'=R_{ext}I'=\frac{R_{ext}E}{r+R_{ext}}\approx 2{,}14\ \text{V}$$

74. a. Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru un ochi format dintr-o sursă de tensiune şi bec şi obţinem ecuaţiile: $E_1=I_1r_1+U$ şi $E_2=I_2r_2+U$. Intensitatea curentului electric ce trece prin bec este $I=I_1+I_2\Rightarrow I=\frac{E_1-U}{r_1}+\frac{E_2-U}{r_2}=1\text{A}$

b. Rezistenţa electrică a becului este $R=U/I=4{,}5\ \Omega$

c. Dacă cele două baterii se grupează în serie şi se conectează la bornele becului, intensitatea curentului care circulă prin bec devine $I'=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2+R}$, astfel că tensiunea la bornele becului devine $U'=RI'=7\ \text{V}\Rightarrow$ tensiunea la bornele becului creşte cu $\Delta U=U'-U=2{,}5$ V, dacă susele se grupează în serie faţă de cazul în care ele sunt grupate în paralel

75. a. Calculăm intensitatea curentului electric care circulă prin rezistorul R, astfel că $I=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{1+R\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2+R(r_1+r_2)}=4$ A. Cum $E_1=I_1r_1+IR\Rightarrow$

$I_1=\frac{E_1-IR}{r_1}=6$ A$\Rightarrow I_2=I-I_1=-2$ A, ceea ce arată că prin bateria E_2 curentul are sens contrar celui ales.

b. Tensiunea electrică U_{AB} este $U_{AB}=IR=12$ V.

c. Pentru ca $I_2=0\Rightarrow I=I_1\Rightarrow E_1'=I(r_1+R)\Rightarrow I=\frac{E_1'}{r_1+R}\Rightarrow$

$$E_2=IR=\frac{E_1'R}{r_1+R}\Rightarrow E_1'=\frac{E_2(r_1+R)}{R}=20\ \text{V}.$$

d. Deoarece $I_1=I_2\Rightarrow I_1=\frac{I}{2}$ şi conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul mare obţinem $E_1=\frac{I}{2}r_1+IR=I\left(\frac{r_1}{2}+R\right)$, iar pentru ochiul mic obţinem

$$E_2'=\frac{I}{2}r_2+IR=I\left(\frac{r_2}{2}+R\right)\Rightarrow\frac{E_1}{E_2'}=\frac{r_1+2R}{r_2+2R}\Rightarrow E_2'=E_1\frac{r_2+2R}{r_1+2R}\approx 23{,}33\ \text{V}.$$

76. a. Aflăm parametrii sursei echivalente utilizând formulele generalizate în cazul legării mai multor surse în paralel, astfel că:

$$E_p=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{\sum\frac{1}{r_k}}=\frac{\frac{E_1}{r_1}-\frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}=\frac{E_1r_2-E_2r_1}{r_1+r_2}=3{,}75\ \text{V şi } r_p=\frac{1}{\Sigma\frac{1}{r_k}}=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=0{,}75\ \Omega.$$

Se ţine cont de faptul că sursele sunt în opoziţie de fază.

b. Aflăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior:

$$R_{ext}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{4R_2}{5}=1\ \Omega\Rightarrow I=\frac{E_p}{r_p+R_{ext}}\approx 2{,}142\ \text{A}\Rightarrow U=R_{ext}I\approx 2{,}142\ \text{V}.$$

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul mare, obţinem:

$$E_1=I_1r_1+IR_{ext}\Rightarrow I_1=\frac{E_1-IR_{ext}}{r_1}\approx 9{,}286\ \text{A}\Rightarrow I_2=I-I_1\approx -7{,}144\ \text{A}\Rightarrow \frac{I_1}{I_2}\approx -1{,}3,$$

iar semnul minus arată că prin cele două surse circulă curenţi în sensuri contrare.

d. Dacă se schimbă polaritatea sursei E_2, intesitatea prin circuitul exterior devine $I'=\frac{E'_p}{r_p+R_{ext}}$ cu $E'_p=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1+r_2}=11{,}25\ \text{V}\Rightarrow I'=\frac{E'_p}{r_p+R_{ext}}\approx 6{,}43\ \text{A}.$

77.a. Intensitatea curentului electric prin rezistorul R dacă întrerupătorul K este deschis este $I=\frac{E_1}{R+r_1}=0{,}75\ \text{A}$

b. Dacă întrerupătorul K este închis surselel sunt legate în paralel, astfel că parametrii sursei echivalente sunt $E_p=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{\sum\frac{1}{r_k}}=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}=20\ \text{V}$ şi

$$r_p=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=2\ \Omega.$$

Intensitatea curentului electric prin rezistorul R este $I'=\frac{E_p}{R+r_p}\approx 1{,}33\ \text{A}$

c. Dacă se înlocuieşte rezistorul R cu un ampermetru ideal în condiţiile punctului anterior, atunci gruparea paralel a surselor este scurtcircuitată şi ampermetrul măsoară intensitatea de scurtcircuit, astfel că $I_A=\frac{E_p}{r_p}=10\ \text{A}$

d. Dacă comutatorul K rămâne închis şi se înlocuieşte ampermetrul cu un voltmetru ideal, atunci sursele sunt legate în serie iar prin ele circulă un curent cu intensitatea $I''=\frac{E_2-E_1}{r_1+r_2}$.

Tensiunea indicată de voltmetru este $U_V=E_2-I''r_2=20\ \text{V}$

78. a. Aplicăm formula de calcul a intensităţii curentului electric printr-un rezistor R alimentat de mai multe surse legate în paralel, astfel că:

$$I=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{1+R\sum\frac{1}{r_k}}=\frac{\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}+\frac{E_3}{r_3}}{1+R\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}\right)}\approx 3{,}33\ \text{A}.$$

b. Din $E_2 = I_2 r_2 + IR$ obținem intensitatea indicată de un ampermetru ideal conectat în serie cu sursa a doua $I_2 = \frac{E_2 - IR}{r_2} = -0{,}66$ A

c. Tensiunea la bornele surselor reprezintă tensiunea pe rezistorul R, astfel că $U = RI \approx 6{,}66$ V.

d. Calculăm parametrii sursei echivalente utilizând formulele:

$$E_p = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = 8 \text{ V} \quad \text{şi} \quad r_p = \frac{1}{\sum \frac{1}{r_k}} = 0{,}4\ \Omega.$$

79. a. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru un ochi format dintr-o sursă se tensiune şi consumatorul R, obținem $E = IR + \frac{Ir}{3} \Rightarrow I = \frac{E}{R + r/3} = 2{,}4$ A

b. Parametrii sursei echivalente sunt $E_p = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = E$ şi $r_p = \frac{1}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{r}{3}$.

Ţinând cont de rezistenţa firelor de legătură obţinem intensitatea curentului electric prin rezistorul R: $I' = \frac{E_p}{R + 2R_{fir} + r_p} = 2$ A

c. Deoarece sursele sunt identice atunci prin fiecare sursă circulă un curent cu intensitatea $I/3 \approx 0{,}66$ A

d. Raportul dintre căderea de tensiune electrică pe rezistorul R şi căderea de tensiune pe firele de legătură ăn condi□iile punctului b. este $\frac{U}{U_{fire}} = \frac{R}{2R_{fir}} = 4{,}5$

80. a. Când întrerupătorul K este deschis, intensitatea curentului care circulă prin circuitul format de sursele de tensiune E_1 şi E_2 legate în serie şi care conţine şi rezistenţele R_1 şi R_2 este $I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2}$. Pentru a putea preciza valoarea tensiunii electrice indicată de voltmetru scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursa E_2, rezistenţa R_2 şi voltmetru, astfel că: $E_2 = IR_2 + U_{ba} \Rightarrow U_{ba} = E_2 - IR_2 = \frac{E_2 R_1 - E_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx -2{,}14$ V $\Rightarrow$ voltmetrul indică o tensiune $U_V = -U_{ba} \approx 2{,}14$ V

b. Dacă întrerupătorul K este închis, scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursa de tensiune E_1 şi ampermetrul ideal, prin sursa de tensiune E_1 circulă un curent cu intensitatea $I_1 = \frac{E_1}{R_1}$. Alegând ochiul format din sursa de tensiune E_2 şi ampermetru ideal obţinem intensitatea curentului care circulă prin sursa E_2: $I_2 = \frac{E_2}{R_2}$. Din legea a lui Kirchhoff pentru un nod obţinem

intensitatea curentului indicată de ampermetru: $I_A = I_1 - I_2 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} = 50$ mA

(intensitatea curentului este îndreptată în jos).

c. Pentru ochiul format din voltmetru şi ampermetru $U_V=0 \Rightarrow$ voltmetrul nu indică nimic.

d. Deoarece voltmetrul indică o tensiune nulă când întrerupătorul este deschis, atunci cum $U_V = 0 \Rightarrow E_2 R_1 = E_1 R'_2 \Rightarrow R'_2 = E_2 R_1 / E_1 = 60\ \Omega$

81. a. $U_{AB} = 0 \Rightarrow V_A - V_B = 0 \Rightarrow V_A = 0 \Rightarrow$ punctul A are potenţialul nul

b. Deoarce ampermetrul nu indică nimic înseamnă că prin acea ramură $I_A = 0$, iar curentul electric circulă numai prin baterii şi rezistenţele R_1 şi R_2, astfel că în conformitate cu legea lui Kirchhoff pentru ochiul mare $E_1 - E_2 = I(R_1 + R_2)$ (1) iar pentru ochiul mic: $E_2 = -IR_2$ (2). Introducem (2) în (1) şi obţinem

$E_1 = IR_1 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = -\frac{R_1}{R_2} \Rightarrow E_2 = -\frac{E_1 R_2}{R_1} = -27$ V $\Rightarrow$semnul "–" ne arată că sursa E_2 trebuie să aibă polaritatea inversă.

c. Din $I = I_1 + I_2$ (1); $E_1 = I_1 R_1 + IR_3 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - IR_3}{R_1} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{IR_3}{R_1}$ (2) şi

$E_2 = I_2 R_2 + IR_3 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2} - \frac{IR_3}{R_2}$ (3). obţinem $I = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{1 + R_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \Rightarrow$

$I = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_3(R_1 + R_2)} \approx 1{,}2$ A.

d. Cum $U_{AB} = V_A - V_B = IR_3 \Rightarrow V_A = IR_3 \approx 12$ V

82. a. Când intensitatea curentului electric prin rezistenţa R este egală cu zero, atunci tensiunea pe bec este egală cu U_1, astfel că pe baza legii lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conţine bateria E şi becul obţinem: $E=U_1=2$ V.

b. Rezistenţa electrică a becului este $R_b=U_1/I_1 \approx 3{,}636\ \Omega$

c. Când intensitatea curentului prin baterie este nulă, atunci tensiunea pe bec este egală cu tensiunea bateriei E şi prin bec circulă un curent cu intensitatea I_1. Cum $I_1=I_2$, atunci conform legii lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul care conţine becul, rezistenţa R şi tensiunea U obţinem: $U_2=RI_1+E=5{,}3$V

83. a. Tensiunea electrică dintre nodurile A si B este $U = R_3 I_3 = 2{,}4$ V

b. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramura cu sursa E_1 şi ramura cu rezistenţa R_3 obţinem I_1, astfel că $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \Rightarrow I_1 = 0{,}26$ A. Din prima lege a lui Kirchhoff pentru nodul A, obţinem $I_1 = I_3 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_1 - I_3 = 0{,}14$ A

c. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramura cu sursele E_2 şi E_3 şi ramura cu rezistenţa R_3 obţinem $E_3 - E_2 = I_2 R_2 - I_3 R_3 \Rightarrow E_3 = 3$ V

d. Dacă în locul rezistorului de rezistenţă R_3 se conectează un fir de rezistenţă neglijabilă, prin acesta circulă un curent cu intensitatea $I'_3 = I'_1 + I'_2$, iar

intensitățile $I_1' = \frac{E_1}{R_1}$ și $I_2' = \frac{E_2 - E_3}{R_2}$, astfel că $I_3' = 0{,}6$ A

84.a. Tensiunea la bornele generatorului având t.e.m. E_1 este $U = E_1 - I_1 r_1 = 4{,}3$ A

b. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din cele două surse obținem: $E_1 + E_2 = I_1(r_1 + R_1) + I_2(R_2 + r_2) \Rightarrow I_2 = 0{,}15$ A. Astfel că $U_2 = I_2 R_2 = 7{,}35$ V

c. Din prima lege a lui Kirchhoff pentru un nod $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2$, astfel că din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din prima sursă și rezistența R_3, $E_1 = I_1(r_1 + R_1) + I_3 R_3 \Rightarrow R_3 = 30\ \Omega$

d. Dacă se deschide întrerupătorul K se formează un circuit simplu, astfel că $E_1 + E_2 = I_A(r_1 + R_1 + R_A + R_2 + r_2) \Rightarrow R_A = 5\ \Omega$

85. a. Din $I_3 = I_1 + I_2$ (1): $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - I_3 R_3}{R_1} = \frac{E_1}{R_1} - \frac{I_3 R_3}{R_1}$ (2) și

$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R_2} - \frac{I_3 R_3}{R_2}$ (3). obținem intesitatea I_3:

$$I_3 = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{1 + R_3\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_3(R_1 + R_2)} = 10 \text{ A}$$

b. Din $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - I_3 R_3}{R_1} = 14$ A iar din $I_2 = I_3 - I_1 = -4$ A $\Rightarrow$ semnul minus ne arată că sensul intensității I_2 este invers celui ales.

c. Tensiunea electrică între punctele F și B este $U_{FB} = -I_3 R_3 = -20$ V.

d. Deoarece $I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = -I_2 = I \Rightarrow E_1 - E_2' = I(R_1 + R_2)$, iar $E_1 = IR \Rightarrow$

$E_2' = -IR_2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2'} = -\frac{R_1}{R_2} \Rightarrow E_2' = -\frac{E_1 R_2}{R_1} = -72$ V, iar semnul "–" ne arată că sursa are polaritatea inversă.

86. a. Aflăm valoarea intensității curentului care circulă prin rezistențele R_3 și R_1, utilizând legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține aceste rezistențe și sursa E_1, astfel că: $E_1 = I_1(R_1 + R_3) \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_3} \Rightarrow U_{AM} = I_1 R_1 = \frac{E_1 R_1}{R_1 + R_3} = 3{,}75$V

b. Aflăm intesitatea curentului prin rezistoarele R_2 și R_4 în condițiile în care întreupătorul este închis și prin E_2 nu circulă curent electric, utilizând legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține aceste rezistoare și sursa E_1, astfel că: $E_1 = I_2(R_2 + R_4) \Rightarrow I_2 = \frac{E_1}{R_2 + R_4}$. Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din rezistențele R_3, R_4 și sursa E_2, astfel că:

$$E_2 = -I_2 R_4 + I_1 R_3 = -\frac{E_1 R_4}{R_2 + R_4} + \frac{E_1 R_3}{R_1 + R_3} \Rightarrow E_2 = E_1 \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = 8{,}25 \text{ V}.$$

c. Raportul intensităților cerut este $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_3} = 0{,}625$.

87. a. Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru un nod (fig R 2.3.6): $I_1 = I + I_2$ (1).. Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul mic care conține sursa E_2 și rezistența R: $E_2 = IR \Rightarrow I = \frac{E_2}{R}$ (2).

Aplicăm legea lui Kirchhoff pentru ochiul cu sursa E_1 și rezistența R: $E_1 = I_1 r_1 + I_2 R$ (3).

Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul mare care conține sursa E_2 și rezistența R, astfel că:

$E_2 = I_2 R \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{R}$ (4).

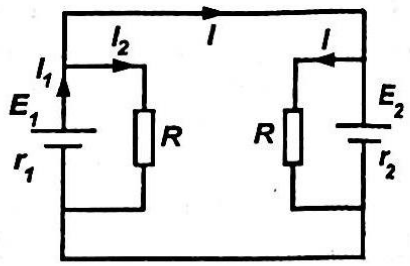


Fig. R 2.3.6

Introducem (4) și (2) în (1) $\Rightarrow I_1 = \frac{2E_2}{R} \Rightarrow$ introducem în (3) $\Rightarrow E_1 = 2\frac{E_2 r_1}{R} + E_2 \Rightarrow$

$$R = 2\frac{E_2 r_1}{E_1 - E_2} = 28\ \Omega.$$

b. Cum $I_1 = I_2 = \frac{E_2}{R} = \frac{E_1 - E_2}{2r_1} = 0{,}5$ A, adică prin cele două rezistențe R circulă curenți cu aceeași intensitate.

c. Cum $I_{sc_1} = I_{sc_2}$ și cum prin definiție $I_{sc} = \frac{E}{r} \Rightarrow \frac{E_1}{r_1} = \frac{E_2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{E_2 r_1}{E_1} = 1{,}75\ \Omega.$

d. Dacă se înlătură o rezistență R atunci sursele sunt legate în paralel la capetele rezistenței R rămase, astfel că $I = \dfrac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{1 + R\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = 1$ A

88. a. Rezistența echivalentă între punctele A și B este $R_{AB} = \frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3} = 5\ \Omega.$

b. Aflăm intensitatea prin circuitul principal: $I = \dfrac{-\frac{E_1}{r_1 + R_1} + \frac{E_2}{r_2 + R_2}}{1 + R_{AB}\left(\frac{1}{r_1 + R_1} + \frac{1}{r_2 + R_2}\right)} = 2$A

Cum $I = I_1 + I_2$ □i $RI_1 = 2RI_2 \Rightarrow I = I_1 + \frac{I_1}{2} = \frac{3I_1}{2} \Rightarrow I_1 = \frac{2I}{3} \approx 1{,}33$ A

c. Cum $E_1 = I_1(r_1 + R_1) - IR_{AB} \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + IR_{AB.}}{r_1 + R_1} = 2$ A $\Rightarrow I_2 = I + I_1 = 4$ A.

d. Intensitatea de scurtcircuit a primei surse este $I_{sc_1} = \frac{E_1}{r_1} = 10$ A.

89. a. Aflăm rezistența echivalentă a laturii fără sursă de tensiune $R_{ext} = R_7 + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = 6\ \Omega.$

b. Ramura ce conține sursa E_1 poate fi transformată într-o ramură cu t.e.m. E_1 și rezistența $R_1' = r_1 + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_3 = 6\ \Omega$. Aflăm valoarea intensității I_7 utilizând gruparea în paralel a două surse, astfel că: $I_7 = \frac{\frac{E_1}{R_1'} + \frac{E_2}{r_2+R_4}}{1+R_{ext}\left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{r_2+R_4}\right)} = 3{,}625$ A.

Cum rezistențele R_5 și R_6 sunt legate în paralel, tensiunile pe ele sunt egale, astfel că $R_5I_5 = R_6I_6 \Rightarrow I_6 = \frac{R_5I_5}{R_6}$ și din $I_7 = I_5 + I_6 \Rightarrow I_7 = \frac{I_5(R_5+R_6)}{R_6} \Rightarrow$

$I_5 = \frac{R_6I_7}{R_5+R_6} = 2{,}175$ A $\Rightarrow I_6 = I_7 - I_5 = 1{,}45$ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conține ramura cu E_2 și cea fără surse obținem $E_2 = I_4(r_2+R_4) + I_7R_{ext} \Rightarrow I_4 = \frac{E_2 - I_7R_{ext}}{r_2+R_4} = 2{,}75$ A și $I_3 = I_7 - I_4 = 0{,}875$ A.

Deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, atunci $R_1I_1 = R_2I_2 \Rightarrow$

$I_2 = \frac{R_1I_1}{R_2}$ și cum $R_1 = R_2 \Rightarrow I_1 = I_2$. Din $I_3 = I_1 + I_2 = 2I_1 \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I_3}{2} = 0{,}4375$ A

c. Legăm un voltmetru ideal între punctele A și B și scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și acest voltmetru și obținem: $E_2 = I_4(r_2+R_4) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = I_4(r_2+R_4) - E_2 \approx -21{,}75$ V.

90. a. Calculăm intensitatea curentului prin rezistorul R când acesta este alimentat de n baterii identice: $I_1 = \frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{1+R\sum\frac{1}{r_k}} = \frac{n\frac{E}{r}}{1+\frac{nR}{r}} = \frac{nE}{r+nR}$. Inversăm polaritatea a două baterii și calculăm intensitatea curentului prin rezistorul R, în acest caz, astfel că: $I_2 = \frac{(n-2)\frac{E}{r} - 2\frac{E}{r}}{1+\frac{nR}{r}} = \frac{(n-4)E}{r+nR}$.

Cum $\frac{I_1}{I_2} = k \Rightarrow \frac{nE}{n-4} = k \Rightarrow n = nk - 4k \Rightarrow 4k = n(k-1) \Rightarrow n = \frac{4k}{k-1} = 8$.

b. Când cele n surse se leagă în serie intensitatea curentului prin R este $I_s = \frac{nE}{R+nr}$, iar când sursele sunt legate în paralel astfel că $E_p = E$ și $r_n = \frac{r}{n}$ intensitatea curentului prin R este $I_p = \frac{E_p}{R+r_p} = \frac{E}{R+\frac{r}{n}} = \frac{nE}{r+nR}$.

Din $I_s = I_p \Rightarrow R + nr = r + nR \Rightarrow R = r$

c. Cum $I_s=\frac{nE}{R+nr}=\frac{nE}{(n+1)r}$, deoarece $R=r$ şi $I'=\frac{E}{R+r}=\frac{E}{2r}$, astfel că raportul cerut este $\frac{I_s}{I'}=\frac{2n}{n+1}$

91. a. Calculăm parametrii sursei echivalente şi obţinem: $E_e=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{\sum\frac{1}{r_k}}\Rightarrow$

$$E_e=\frac{5\frac{E}{r}}{\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{3r}+\frac{1}{4r}+\frac{1}{5r}}=\frac{300E}{137}\approx 2,19E \text{ şi } \frac{1}{r_e}=\Sigma\frac{1}{r_k}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{r_e}=\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{3r}+\frac{1}{4r}+\frac{1}{5r}=\frac{137}{60r}\Rightarrow r_e=\frac{60r}{137}\approx 0,438r.$$

b. Calculăm intensitatea I_e a curentului prin rezistorul R când la capete se leagă sursa echivalentă: $I_e=\frac{E_e}{r_e+R}=\frac{150E}{167r}$ şi intensitatea I a curentului prin rezistorul R, când la capetele acestuia se leagă numai prima sursă: $I_1=\frac{E}{R+r}=\frac{E}{3r}\Rightarrow\frac{I_e}{I_1}\approx 2,69.$

c. Calculăm intensităţile de scurtcircuit pentru sursa echivalentă şi oricare din surse: $I_{sc}=\frac{E_e}{r_e}=\frac{5E}{r}$ şi $I_{sc1}=I_{sc2}=I_{sc3}=I_{sc4}=I_{sc5}=\frac{E}{r}\Rightarrow\frac{I_{sce}}{I_{sc1}}=5.$

92.a. Dacă $m=4$ atunci $n=\frac{N}{m}=6$, astfel că câte 6 surse identice se leagă în serie, iar cele patru ramuri se leagă în paralel. Parametrii surselor legate în serie sunt $E_s=6E$ şi $r_s=6r$. Parametrii sursei echivalente sunt:

$E_e=E_s=6E=12$ V şi $r_e=\frac{r_s}{4}=\frac{3r}{2}=0,45\ \Omega$

b. Intensitatea curentului prin rezistenţa R este $I=\frac{E_e}{r_e+R}\approx 18,46$ A

c. Calculăm parametrii sursei echivalente $E_e=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{\sum\frac{1}{r_k}}=\frac{m\frac{E}{r}}{\frac{m}{nr}}=nE$ şi

$\frac{1}{r_e}=\sum\frac{1}{r_k}=\frac{m}{nr}\Rightarrow r_e=\frac{nr}{m}$. Cum $N=m\cdot n\Rightarrow m=\frac{N}{n}\Rightarrow r_e=\frac{n^2r}{N}$.

Scriem legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu $I=\frac{E_e}{R+r_e}=\frac{nE}{R+\frac{n^2r}{N}}\Rightarrow$

$\Rightarrow nE = IR + I\frac{n^2 r}{N} \Rightarrow \frac{Ir}{N}n^2 - nE + IR = 0$. Cum $\Delta = E^2 - 4\frac{I^2 R}{N}r \geq 0 \Rightarrow$

$E^2 \geq 4\frac{I^2 R}{N}r \Rightarrow I \leq \frac{E}{2}\sqrt{\frac{N}{Rr}} \Rightarrow$ intensitatea maximă este $I_{max} = \frac{E}{2}\sqrt{\frac{N}{Rr}} = 20\text{A}$

d. Din $n = \frac{EN}{2I_{max}r} = \sqrt{\frac{NR}{r}} = 4 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow$ se leagă câte 4 surse în serie şi apoi cele şase grupări se leagă în paralel, astfel că prin rezistorul R intensitatea curentului are valoarea maximă

93. a. În cazul legării a 5 generatoare în serie când se formează 2 ramuri identice care se dispun în paralel, parametrii sursei echivalente sunt $E_1 = 5E$ şi $r_1 = \frac{5r}{2}$, astfel că intensitatea curentului electric prin rezistorul R este $I_1 = \frac{5E}{R + \frac{5r}{2}} = 2$ A. În cazul legării a 2 generatoare în serie când se formează 5 ramuri identice care se dispun în paralel, parametrii sursei echivalente sunt $E_2 = 2E$ şi $r_1 = \frac{2r}{5}$, astfel că intensitatea curentului electric prin rezistorul R este $I_2 = \frac{2E}{R + \frac{2r}{5}} \approx 0{,}96$ A

b. Căderea interioară de tensiune pe o sursă este $u = \frac{rI_1}{2} = 2\ \Omega$

c. Sarcina electrică ce trece prin rezistor în timpul Δt este $q = I_1 \Delta t = 20$ C

d. Dependenţa rezistenţei de temperatură este: $R' = R(1 + \alpha \cdot t) = 28\ \Omega$

94. a. Din $R_5 I_5 = R_6 I_6 \Rightarrow I_6 = \frac{R_5 I_5}{R_6}$ şi cum $I = I_5 + I_6 = \frac{I_5(R_5 + R_6)}{R_6} \Rightarrow$

$I_5 = \frac{IR_6}{R_5 + R_6} = 0{,}8$ A şi $I_5 = \frac{IR_5}{R_5 + R_6} = 3{,}2$ A

b. Rezistenţa echivalentă a celor trei reşouri se obţine din $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{2}{R_2} \Rightarrow R_e = 1{,}2\ \Omega$. Tensiunea electrică aplicată grupării celor trei reşouri este $U = R_e I_4 = 4{,}8$ V

c. Rezistenţa echivalentă a circuitului exterior este $R_{ext} = R_e + R_4 + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = 4\Omega$, astfel că tensiunea la bornele bateriei este $U_b = R_{ext} I_4 = 16$ V

d. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru o ramură şi circuitul exterior $4E = 4r\frac{I_4}{2} + R_{ext} I_4 \Rightarrow E = \frac{I_4(2r + R_{ext})}{4} = 6$ V

95. a. Tensiunea electromotoare echivalentă a grupării de surse este

$$E=\frac{\dfrac{E_1+E_2}{r_1+r_2}+\dfrac{E_3+E_4}{r_3+r_4}}{\dfrac{1}{r_1+r_2}+\dfrac{1}{r_3+r_4}}=5{,}5\ \text{V}$$

b. Rezistența echivalentă a surselor este $r=\dfrac{(r_1+r_2)(r_3+r_4)}{r_1+r_2+r_3+r_4}=2\ \Omega$. Intensitatea curentului prin rezistența R este $I=\dfrac{E}{r+R}=1$ A. Din $E_1+E_2=IR+I_1(r_1+r_2)\Rightarrow$ intensitatea curentului electric ce parcurge prima sursă este $I_1=\dfrac{E_1+E_2-IR}{r_1+r_2}=0{,}375\ \Omega$

c. Tensiunea electrică la bornele rezistorului R este $U=RI=3{,}5$ V

d. Din $E+E_0=I(r+R+r_0)\Rightarrow E_0=I(r+R+r_0)-E=1$ V

96. a. Sursele identice (E_1, r_1) sunt legate în paralel, astfel că parametri sursei echivalente care le înlocuiește sunt: $E_{1e}=\dfrac{\dfrac{E_1}{r_1}+\dfrac{E_2}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1}+\dfrac{1}{r_2}}=E_1$ și $r_{1e}=\dfrac{r_1}{2}$. Analog procedăm cu sursele cu parametrii E_2, r_2, care sunt identice și ele legate în paralel. Obținem o sursă echivalentă cu cu parametri $E_{2e}=E_2$ și $r_{2e}=\dfrac{r_2}{2}$

Înlocuim sursele, astfel că sursa echivalentă are parametri:

$E_e=E_{1e}+E_{2e}=E_1+E_2=40$ V și $r_e=r_{1e}+r_{2e}=\dfrac{r_1+r_2}{2}=1\ \Omega$.

b. Rezistența exterioară a circuitului electric simplu este $R_{ext}=R_1+R_2=19\Omega$.

c. Aflăm intensitatea curentului care trece prin circuitul electric simplu, astfel că: $I=\dfrac{E_e}{R_{ext}+r_e}=2\ \text{A}\Rightarrow U_2=R_2I=10$ V.

d. Prin legarea firelor ideale în paralel cu rezistoarele R_1 și R_2 intensitatea care circulă prin fire este cea de scurtcircuit $I_{sc}=\dfrac{E_e}{r_e}=40$ A

97. a. Din $E=I_0(R+r)$ și din $E=I_1r$ prin egalarea relațiilor obținem $I_0(R+r)=I_1r\Rightarrow r=\dfrac{I_0R}{I_1-I_0}=0{,}1\ \Omega$

b. Tensiunea electromotoare a unui element este $E=I_0(R+r)=1{,}9$ V

d. Tensiunea între punctele A și B este $U_{BA}=IR_1\Rightarrow U_{AB}=-IR_1=-6$ V

c. Prin ramura AB care conține n_1 surse ciculă un curent cu intensitatea $2I$. Din legile lui Kirchhoff obținem $n_1E=2In_1r+IR_1\Rightarrow n_1=\dfrac{IR_1}{E-2Ir}=4$, iar din

$n_2E = IR_2 + In_2r - IR_1 \Rightarrow n_2 = \dfrac{I(R_2 - R_1)}{E - Ir}$=6, obţinem numărul total de elemente este $n=n_1+n_2=10$

98. a. Parametrii generatorului echivalent sunt:

$$E_e = \frac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = 28 \text{ V şi } r_e = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 2\ \Omega$$

b. Dacă între bornele *a* şi *b* conectăm un conductor cu rezistenţa neglijabilă, atunci scriind legea lui Kirchhoff pentru un ochi care conţine o sursă de tensiune şi firul metalic, obţinem: $E_1 = I_1 r_1 \Rightarrow I_1 = E_1 / r_1 = 6$ A şi din $E_2 = I_2 r_2 \Rightarrow I_2 = E_2 / r_2 = 8$ A

c. Intensitatea curentului prin firul metalic este $I = \dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2} = 14$ A

d. Conform legii lui Kirchhoff pentru un ochi care conţine sursa de tensiune echivalentă şi ramura cu acumulatorul obţinem:

$$E_e - E_0 = (R + r_0 + r_e)I \Rightarrow R = \frac{E_e - E_0}{I} - r_0 - r_e = 12\ \Omega$$

99. .a. Aplicăm legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu trei ecuaţii şi trei necunoscute, astfel că: $I_1 + I_3 = I_2$ (1), $E_1 - E_3 = I_1(r_1 + R_1) - I_3(r_3 + R_3) \Rightarrow$ $-30 = 5I_1 - 10I_3 \Rightarrow 6 = 2I_3 - I_1$ (2) şi $E_2 + E_3 = I_3(R_3 + r_3) + I_2(R_2 + r_2) \Rightarrow$ $70 = 10I_3 + 5I_2 \Rightarrow 14 = 2I_3 + I_2$ (3). Din (2): $I_1 = 2I_3 - 6$ şi din (3): $I_2 = 14 - 2I_3$ Introducem I_1 şi I_2 în (1) şi obţinem I_3=4 A şi I_1=2 A.

b. Deoarece prin ramura 2 nu circulă curent înseamnă că $I_2' = 0$, astfel că:

$E_3 - E_1 = I(R_3 + r_3 + R_1 + r_1) \Rightarrow I = 2 \text{ A} \Rightarrow E_2' = -E_3 + I(R_3 + r_3) = -20$ V

Semnul minus arată că polaritatea sursei trebuie inversată.

c. La închiderea întrerupătorului scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de latura care conţine sursa E_1 şi latura care conţine întrerupătorul:

$E_1 = I_1'(R_1 + r_1) \Rightarrow I_1' = \dfrac{E_1}{R_1 + r_1} = 2 \text{ A} \Rightarrow$ ampermetrul indică tot 2 A.

d. Cum $I_2' = \dfrac{E_2}{R_2 + r_2} = 6$ A şi $I_3' = \dfrac{E_3}{R_3 + r_3} = 4$ A, intensitatea curentului prin comutatorul *K*, dacă acesta se închide este $I_K = I_1' + I_3' - I_2' = 0$

100. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1): $E_1 - E_2 = -I_1(r_1 + R_1) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow$ $5 = -6I_1 + 5I_2$ (2) şi $E_1 - E_3 = I_3(r_3 + R_3) - I_1(r_1 + R_1) \Rightarrow 4 = 4I_3 - 6I_1$ (3). Din (2) obţinem $I_2 = 1 + \dfrac{6I_1}{5}$ şi din (3) obţinem $I_3 = 1 + \dfrac{3I_1}{2}$ prin introducerea lor în (1) obţinem: $I_1 \approx -0{,}54$A; I_2 =13/37=0,352A şi $I_3 \approx 0{,}19$A

b. Montăm între punctele A şi B un voltmetru ideal şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru şi latura care conţine sursa E_2, astfel că: $E_2 = -I_2(r_2 + R_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2(r_2 + R_2) - E_2 = -6{,}76$ V

c. $U_1 = E_1 + I_1 r_1 = 9{,}46$ V $\Rightarrow$ tensiunea la bornele sursei E_1 este mai mică decât tensiunea electromotoare a bateriei E_1, deoarece prin interiorul sursei E_1 circulă un curent electric de la borna "–" spre borna "+".

$U_2 = E_2 + I_2 r_2 = 5{,}704$ V $\Rightarrow$ tensiunea la bornele sursei E_2 este mai mare decât tensiunea electromotoare a bateriei E_2 , deoarece prin interiorul sursei E_2 circulă un curent electric de la borna "+" la borna "–".

101. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_1 + I_3 = I_2$ (1); $E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2 \Rightarrow 3 = 2I_1 + 4I_2$ (2) şi $E_1 + E_3 = I_1 R_1 - I_3 R_3 \Rightarrow 3 = I_1 - I_3$ (3). Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem I_1=1,5 A; I_2=0 şi I_3=–1,5 A.

b. Montăm între punctele A şi B un voltmetru ideal şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format de voltmetru şi latura care conţine sursa E_2, astfel că: $E_2 = -I_2 R_2 + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2 R_2 - E_2 = -2$ V.

c. Legăm polii negativi ai surselor E_1 şi E_2 cu un voltmetru ideal şi scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul ce conţine voltmetrul şi rezistenţele R_1 şi R_2, astfel că: $0 = U_V + I_1 R_1 + I_2 R_2 \Rightarrow U_V = -I_1 R_1 - I_2 R_2 = -6$ V.

102. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_3 = I_1 + I_2$ (1); $E_2 - E_1 = I_1(R_1 + R_2 + R_6) + I_3 R_7 \Rightarrow 10 = 9I_1 + 7I_3$ (2) şi $E_2 + E_3 = I_3 R_7 + I_2(R_3 + R_4 + R_5) \Rightarrow 50 = 7I_3 + 12I_2$ (3). Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem: $I_1 \approx -0{,}627$ A, $I_2 \approx 2{,}863$ A şi $I_3 \approx 2{,}235$ A.

b. Legăm un voltmetru ideal între punctele A şi B şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine voltmetrul şi latura cu sursa E_2, astfel că obţinem: $E_2 = I_3 R_7 + U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = E_2 - I_3 R_7 \approx 4{,}355$ V.

c. Raportul tensiunilor pe rezistenţele R_2 şi R_4 este $\frac{U_2}{U_4} = \frac{R_2 I_1}{R_4 I_2} \approx 0{,}11$.

103. a. Pe baza legilor lui Kirchhoff formăm un sistem cu trei ecuaţii şi trei necunoscute, astfel că: $I_1 + I_2 = I_3$ (1), $E_2 = I_2 r_2 + I_3 R_2 \Rightarrow 4 = I_2 + 2I_3$ (2), $E_1 - E_3 = I_3 R_2 + I_1(R_1 + r_1 + R_3 + r_3) \Rightarrow 4 = 2I_3 + 6I_1$ (3). Obţinem: I_1=0,2 A , I_2=1,2 A , I_3=1,4 A

b. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele A şi B montăm un voltmetru ideal între aceste puncte şi scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care cuprinde latura AB şi voltmetrul:

$E_1 = I_1(R_1 + r_1) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = I_1(R_1 + r_1) - E_1 = -5{,}4$ V

c. Tensiunea electrică la bornele sursei E_2 este $U_2 = E_2 - I_2 r_2 = 2{,}8$ V

d. Din $E_1 - E_3 = I(R_2 + R_1 + r_1 + R_3 + r_3)$ obţinem I=0,5 A

104. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii şi trei necunoscute: $I_1 = I_3 + I_2$ (1); $E_3 = -I_3 r_3 + I_2 r_2 \Rightarrow 18 = -I_3 + 5I_2$ (2) şi $E_1 - E_2 = I_1(R_1 + r_2 + R_3 + r_1) + I_2 R_2 \Rightarrow 4 = 10I_1 + 5I_2$ (3). Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem: $I_1 \approx -1{,}02$ A; I_2=184/65 $\approx 2{,}83$ A şi $I_3 \approx -3{,}85$ A.

b. Tensiunea electrică pe rezistenţa R_2 este $U_2 = I_2 R_2 \approx 14{,}15$ V.

c. Tensiunea la bornele sursei E_1 este $U_1 = E_1 - I_1 r_1 \approx 10{,}408$ V.

d. Deoarece prin sursa E_3 nu circulă curent electric, atunci I_3=0 şi I_2=I_1=I, astfel că $E_3 = IR_2$ şi $E_1 - E_2 = I(R_1 + r_1 + R_2 + r_2 + R_3) \Rightarrow I = \frac{4}{15}\text{A} \Rightarrow E_3 \approx 1{,}33$ V

105. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de cinci ecuaţii şi cinci necunoscute pe care-l rezolvăm pentru a putea afla intensităţile curenţilor electrici. Pentru nodul (*C*): $I_5 = I_1 + I_2$; pentru nodul (*D*): $I_4 + I_3 = I_5$.

Pentru ochiul (I): $E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \Rightarrow 69 = 5I_1 - 2I_2$.

Pentru ochiul (II): $E_2 = I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_5 R_5 \Rightarrow 136 = 2I_2 + I_4 + 4I_5$.

Pentru ochiul (III): $E_3 = -I_3 R_3 + I_4 R_4 \Rightarrow 10 = -2I_3 + I_4$. Rezolvând sistemul de ecuaţii obţinem valorile: I_1=17 A, I_2=8 A, I_3=5 A, I_4=20A şi I_5=25 A.

b. Tensiunea electrică pe rezistenţa R_2 este $U_2 = I_2 R_2 = 16$ V.

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul (I), obţinem:

$E_1 = I_1 R_1 + U_{AC} \Rightarrow U_{AC} = E_1 - I_1 R_1 = 120$ V.

106.a. $U_4 = I_4 R_4 = 0$, deoarece prin rezistorul R_4 nu circulă un curent electric.

b. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem cu patru necunoscute pe care-l rezolvăm. Pentru nodul *B*: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (1). Pentru ochiuri obţinem: $E_3 - E_1 = I_3 R_3 - I_1 R_1 \Rightarrow 2 = 3I_3 - I_1$ (2); $E_3 - E_2 = I_3 R_3 - I_2 R_2 \Rightarrow 1 = 3I_3 - 2I_2$ (3).

Din $U_4 = I_4 R_4 = 0$ obţinem $I_4 = 0$. Rezolvând sistemul obţinem: I_1=−7/11 A, I_2=2/11 A şi I_3=5/11 A.

c. $E_3 = I_3 R_3 + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = E_3 - I_3 R_3 = 18/11\text{V} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -18/11\text{V}$.

107. a. Scriem legea lui Kirchhoff pentru un circuit electric simplu, astfel că:

$$E_1 + E_2 - E_3 + E_4 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + E_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 2 \text{ A}.$$

b. Aflăm potenţialele punctelor din circuit. Punctul *A* se leagă la Pământ şi prin urmare potenţialul acestui punct este zero, V_A=0. Curentul electric circulă de la potenţial mare spre potenţial mic, astfel că: $V_A - V_B = IR_1 \Rightarrow$

$V_B = V_A - IR_1$ =−4 V. Cum $E_1 = U_{CB} = V_C - V_D \Rightarrow V_C = V_B + E_1 = 2$ V.

Din $V_C - V_D = IR_2 \Rightarrow V_D = V_C - IR_2$ =0 V şi $E_2 = V_E - V_D \Rightarrow V_E = V_D + E_2$ =4 V.

108. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii cu trei necunoscute pe care-l rezolvăm: $I_1 + I_3 = I_2$ (1).

$E_1 - E_2 - E_4 = I_1(r_4 + R_1 + r_1) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 30 = 10I_1 + 20I_2 \Rightarrow 3 = I_1 + 2I_2$

(2) şi $E_3 - E_2 = I_3(r_3 + R_3) + I_2(r_2 + R_2) \Rightarrow 20 = 5I_3 + 20I_2 \Rightarrow 4 = I_3 + 4I_2$ (3)

Valorile obţinute sunt: I_1=1 A, I_2=1 A şi I_3=0.

b. Legăm un voltmetru ideal între punctele *A* şi *B*, astfel că scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura cu sursa E_2 şi voltmetru: $E_2 = -I_2(R_2 + r_2) + U_{BA} \Rightarrow U_{AB} = -U_{BA} = -I_2(R_2 + r_2) - E_2 = -30$ V.

c. Calculăm tensiunile la barele surselor E_1 şi E_4: $U_1 = E_1 - I_1 r_1 = 54{,}7$ V şi

$$U_4 = E_4 + I_1 r_4 = 15{,}2 \text{ V} \Rightarrow \frac{U_1}{U_4} \approx 3{,}6.$$

2.4. Puterea şi energia electrică

1 .a. Scriem legea lui Ohm pentru un circuit electric simplu

$E=(R+r)I \Rightarrow R=\frac{E}{I}-r=50\ \Omega$.

b. Calculăm puterile disipate prin efect Joule pe rezistenţa circuitului exterior şi pe sursă, astfel că: $P_R=RI^2=200$ W şi $P_r=rI^2=40$ W. Calculăm puterea sursei: $P_S=EI=240$ W$\Rightarrow P_S=P_R+P_r \Rightarrow$puterea furnizată de sursă este disipată prin efect Joule atât pe circuitul exterior cât şi pe cel interior (datorită rezistenţei interne a sursei).

c. Puterea disipată pe circuitul exterior este $P=RI^2=\frac{RE^2}{(R+r)^2}$ şi are valoarea maximă dacă $\frac{R}{(R+r)^2}$ este maxim. Fie $a=\frac{R}{(R+r)^2}$ şi cum

$a=\max \Rightarrow R=aR^2+2aRr+ar^2 \Rightarrow aR^2+R(2ar-1)+ar^2=0 \Rightarrow \Delta=1-4ar\geq 0$

$\Rightarrow a\leq\frac{1}{4r} \Rightarrow a_{max}=\frac{1}{4r} \Rightarrow R=\frac{1-2ar}{2a}=r \Rightarrow$ pe circuitul exterior puterea disipată este maximă numai dacă rezistenţa circuitului exterior este egală cu rezistenţa internă a bateriei, astfel că $R=r=10\ \Omega$.

d. Valoarea maximă a puterii este $P_{max}=\frac{E^2}{4r}=360$ W

2. a. Din $P=\frac{U^2}{R} \Rightarrow R=\frac{U^2}{P}=40\ \Omega$

b. Din formula $R=R_0(1+\alpha t) \Rightarrow t=\frac{R-R_0}{R_0\alpha}\approx 833{,}3^oC$

c. Intensitatea curentului care circulă prin încălzitor este $I=\frac{P}{U}=5$ A, astfel că timpul cerut este t=3 s

d. Sarcina electrică transportată prin circuit în timpul t este $q=I_m t$, cu $I_m=\frac{I_0+I}{2}$, astfel că $q=\frac{(I_0+I)t}{2}=10{,}5$ C

3. a. Conform formulei puterii electrice $P=\frac{U_b^2}{R} \Rightarrow R=\frac{U_b^2}{P}=144\ \Omega$

b. Scriem formula energiei electrice consumată de becul care funcţionează la parametrii nominali: $W_{el}=P\cdot t=0{,}5$ kWh=1,8 MJ

c. Pe rezistorul legat în serie cu becul cade o tensiune $U_R=U-U_b=100$ V, iar prin rezistor trece un curent electric egal cu cel care trece prin bec, astfel că:

$I=\frac{P}{U_b} \Rightarrow R=\frac{U_R}{I}=\frac{(U-U_b)U_b}{P}=120\ \Omega$.

4. a. Aflăm rezistența becului care funcționează normal: $P = \frac{U_n^2}{P_n} = 484\ \Omega$

b. Utilizăm formula care redă dependența rezistenței R de temperatură, astfel că $R = R_0(1+\alpha t) \Rightarrow \alpha = \frac{R - R_0}{R_0 t} \approx 10^{-4}\ \text{grad}^{-1}$.

c. Calculăm rezistența echivalentă a montajului de rezistențe $R_e = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$,

astfel că $W_{el} = \frac{U^2 t}{R_e} = \frac{2U^2 t}{3R} = 20\ \text{kJ}$.

5. a. Rezistența becului al doilea este $R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 220\ \Omega$.

b. Intensitatea curentului electric prin primul bec este $I_1 = \frac{P_1}{U} = 0{,}5\ \text{A}$.

c. Calculăm intensitățile nominale prin cele două becuri $I_1 = 0{,}5\text{A}$ și $I_2 = \frac{P_2}{U} = 1\text{A}$ astfel că pentru ca becurile să funcționeze normal se leagă în paralel cu becul 2 un rezistor pe care tensiunea aplicată este U și este parcurs de un curent cu intensitatea $I = I_2 - I_1 = 0{,}5$ A, astfel că rezistența acestuia este $R = \frac{U}{I_2 - I_1} = \frac{U^2}{P_2 - P_1} = 440\ \Omega$.

6. a. Rezistența electrică a becului B_3 este $P_3 = \frac{U_3}{R_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_3^2}{P_3} = 200\ \Omega$

b. Din $P_1 = U_1 I_1$ obținem intensitatea prin primul bec $I_1 = \frac{P_1}{U_1} = 0{,}6$ A și din $P_2 = U_2 I_2$ obținem intensitatea prin al doilea bec $I_2 = \frac{P_2}{U_2} = 1$ A

c. Din $I_R = I_2 - I_1 = 0{,}4$ A obținem puterea consumată de rezistorul R $P_R = U_1 I_R = 40$ W

d. Din $I = I_2 + I_3$ și din $I_3 = \frac{P_3}{U_3} = 1$ A obținem intensitatea curentului luat de la rețea de montajul $I = 2$ A

7. a. Tensiunea la bornele unei ghirlande astfel ca aceasta să funcționeze normal este $U_1 = kU_0 = 70$ V. Intensitatea prin circuitul principal este $I = 3I_0 = 0{,}6$ A. Din $U = U_1 + R_x I \Rightarrow R_x = \frac{U - U_1}{I} = 250\ \Omega$

b. Energia consumată de instalația de iluminare este $W = U_1 I t = 86{,}4$ kJ

c. $f = \frac{P_{ghirlandă}}{P_{montaj}} = \frac{U_1 I}{UI} \approx 31{,}18\%$

d. Rezistența unui bec al ghirlandei este $R_0 = \frac{U_0}{I_0}$=17,5 Ω, astfel că rezistențe unei ghirlande este $R = kR_0$=350 Ω. Dacă se arde o ghirlandă, atunci rezistența echivalentă a monntajului este $R' = \frac{R}{2} + R_x$=425 Ω, iar prin cirrcuitul principal circulă un curent cu intensitatea $I' = \frac{U}{R'}$ şi printr-o ghirlandă circulă un curent cu intensitatea $I'_g = \frac{I'}{2} = \frac{U}{2R'} \approx 258$ mA. Deoarece la funcționare normală intensitatea curentului care circulă printr-o ghirlandă este I_0 care este mai mică decât I_s ghirlanda se va arde în scurt timp.

8. a. Din expresiile puterilor electrice maxime admise calculăm intensitățile maxime admise care circulă prin cele două rezistoare.

Astfel $P_{m1} = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{P_{m1}/R_1}$=3 A şi $P_{m2} = R_2 I_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{P_{m2}/R_2}$=4 A

b. Dacă cele două rezistoare se grupează în serie, atunci prin ele circulă curentul cu intensitatea cea mai mică pentru ca niciun rezistor să nu se ardă. Astfel deoarece I_{max}=min(I_1,I_2)=I_1, tensiunea maximă care se poate aplica grupării serie a celor două rezistoare este $U_{max} = (R_1 + R_2)I_1$=27 V

c. Dacă cele două rezistoare se grupează în paralel, tensiunea maximă care se poate aplica grupării paralel a celor două rezistoare este minimul dintre tensiunile aplicate rezistoarelor. Astfel că U_{max}=min(U_1,U_2), unde tensiunile sunt $U_1 = \sqrt{P_1 R_1}$=9 V şi $U_2 = \sqrt{P_2 R_2}$=24 V$\Rightarrow U_{max}=U_1$=9 V.

d. Puterea rezistoarelor în cazul **b.** este $P_1 = (R_1 + R_2)I_1^2 = \frac{(R_1 + R_2)P_{m1}}{R_1}$, iar în cazul **c.** puterea rezistoarelor este $P_2 = \frac{U_1^2}{R_e} = \frac{(R_1 + R_2)U_1^2}{R_1 R_2} = \frac{(R_1 + R_2)P_{m1}}{R_2}$.

Astfel raportul cerut este $\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1}$=2

9. a. Energia electrică utilizată de un calorifer într-o oră de funcționare este $W = Pt$=17,474 MJ

b. Puterea electrică maximă care poate fi extrasă prin priza protejată cu siguranța fuzibilă este $P_{max}=UI_{max}$=11 kW

c. Intensitatea curentului care trece printr-un calorifer este $I=P/U$=22 A. Numărul de calorifere identice care pot fi alimentate în paralel de la această priză este $N = \left|\frac{I_{max}}{I}\right|$=3

10. a. Prin bec circulă un curent electric cu intensitatea $I=P/U$=3 A

b. Becul are rezistența electrică $R_b=U^2/P=4\ \Omega$. Utilizând trei surse de tensiune legate în serie și alimentând becul cu această grupare, prin bec se stabilește un curent cu intensitatea $I=\frac{3E}{R_b+3r}=3$ A$\Rightarrow$ numărul minim de baterii pe care trebuie să le folosească elevul este 3 și acestea trebuie legate în serie

c. Deoarece tensiunea la bornele becului devine $U_1=U/2$, atunci intensitatea curentului care trece prin bec este $I_1=I/2=1{,}5$ A.

Cum $I_1=\frac{3E}{R_b+3r+R}\Rightarrow R=\frac{3E}{I_1}-R_b-3r=4{,}5\ \Omega$

11. a. Calculăm intensitățile curenților prin fiecare consumator: $I_1=\frac{P_1}{U}$; $I_2=\frac{P_2}{U}$ și $I_3=\frac{P_3}{U}$. Cum $P_3>P_2>P_1\Rightarrow I_3>I_2>I_1\Rightarrow$ prin consumatorul al treilea circulă cel mai intens curent $I_3\approx 0{,}91$ A.

b. Cum $P_2=\frac{U^2}{R_2}\Rightarrow R_2=\frac{U^2}{P_2}$, dar $R_2=\frac{\rho\ell_2}{S}\Rightarrow \ell_2=\frac{R_2S}{\rho}=\frac{U^2S}{\rho\cdot P_2}\approx 16{,}66$ m.

c. Deoarece tensiunea aplicată U' este dublul tensiunii nominale U înseamnă că două consumatoare se leagă în paralel și gruparea lor se leagă în serie cu al treilea. Cum $P_3=P_1+P_2\Rightarrow I_3=I_1+I_2\Rightarrow$ se leagă în paralel consumatoarele 1 și 2, iar al treilea se leagă în serie cu gruparea celorlalte două.

12. a. Deoarece ramurile sunt identice $I_1=I_2=I$. Cum $P_1=U_1I$ și $P_2=U_2I\Rightarrow U_1=\frac{P_1}{I};U_2=\frac{P_2}{I}\Rightarrow U=U_1+U_2=\frac{P_1+P_2}{I}\Rightarrow I=\frac{P_1+P_2}{U}\approx 0{,}4545$ A

b. Calculăm rezistențele becurilor:

$$R_1=\frac{P_1}{I^2}=\frac{P_1U^2}{(P_1+P_2)^2}=290{,}4\ \Omega \text{ și } R_2=\frac{P_2}{I^2}=\frac{P_2U^2}{(P_1+P_2)^2}=193{,}6\ \Omega.$$

c. Conectăm un voltmetru ideal între punctele *A* și *B*. Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul care conține voltmetrul și două becuri diferite:

$$U_V=IR_1-IR_2=I(R_1-R_2)=\frac{P_1+P_2}{U}\left[\frac{P_1U^2}{(P_1+P_2)^2}-\frac{P_2U^2}{(P_1+P_2)^2}\right]=\frac{(P_1-P_2)U}{P_1+P_2}=44\text{ V}$$

d. Energia absorbită de becuri este $W_t=P_tt=2UIt=2(P_1+P_2)t=48$ kJ

13. a. Schema electrică a circuitului realizat este redată în figura R.2.4.1.

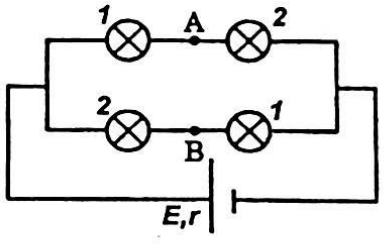


Fig. R.2.4.1

b. Rezistența becului 1 este $R_1=\frac{U_1^2}{P_1}=75\ \Omega$. Din relația $R_1=R_{01}(1+\alpha t)\Rightarrow t=\frac{R_1-R_{01}}{R_{01}\alpha}=2000^oC$

c. Intensitatea curentului electric care circulă prin primul bec dacă acesta funcționează la parametrii nominali este $I=P_1/U_1=2$ A. Deoarece becul al

doilea este legat în serie cu primul bec, atunci tensiunea de pe soclul lui la funcţionarea la parametrii nominali este $U_2 = P_2 / I$ =50 V

d. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I' = 2I$ =4 A. Din $E = I'(r+R)+U_1+U_2 \Rightarrow R = \frac{E-U_1-U_2}{I'} - r$ =45 Ω

14. a şi b. Aflăm intensităţile nominale ale curenţilor ce trec prin consumatoare: $I_{n1} = \frac{P_1}{U_{n1}} = 5$ A şi $I_{n2} = \frac{P_2}{U_{n2}} = 2$ A. Deoarece tensiunea aplicată pe cele două consumatoare este $U > U_{n1} + U_{n2}$ trebuie să legăm în serie cu cele două becuri o rezistenţă R_1 pe care să cadă diferenţa de tensiune. $U_1 = U - U_{n1} - U_{n2} = 100$ V, iar prin aceasta trebuie să circule curentul cu intensitatea cea mai mare I_{n1}, astfel că: $R_1 = \frac{U-U_{n1}-U_{n2}}{I_{n1}} = 20$ Ω. Deoarece prin consumatorul 2 curentul maxim care trece are intensiatea $I_{n2} < I_{n1}$, acesta trebuie protejat cu o rezistenţă R_2 legată în paralel, astfel că intensitatea care trece prin ea este $I_2 = I_{n1} - I_{n2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{n2}}{I_2} = \frac{U_{n2}}{I_{n1}-I_{n2}} \approx 16{,}67\Omega$

c. Calculăm puterea totală consumată de cele două rezistenţe: $P_t = P_1 + P_2 = R_1 I_{n1}^2 + R_2 (I_{n1} - I_{n2})^2 = R_1 I_{n1}^2 + U_{n2}(I_{n1} - I_{n2}) = 650$ W.

d. Energia totală absorbită este $W = (P_1 + P_2 + P_t)t$ =150 kJ

15. a. Din $q = I\Delta t \Rightarrow I = q/\Delta t$ =5 A

b. Din $I = \frac{nE}{nr+R} \Rightarrow R = \frac{n(E-Ir)}{I}$ =9 Ω şi din $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow S = \frac{\rho \ell}{R}$ =0,16 mm²

c. Căldura degajată în rezistenţă într-o oră de funcţionare este $Q = RI^2 \Delta t$ =810kJ

d. Randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{P_{ext}}{P_{sursă}} = \frac{RI^2}{EI} = \frac{R}{R+nr}$ =90%

16. a. Din puterea sursei $P = EI \Rightarrow I = \frac{P}{E}$ =2 A şi din relaţia $P = P_1 + P_2 + rI^2$ obţinem rezistenţa internă a sursei r=10 Ω

b. Tensiunea la bornele sursei este $U = E - Ir$ =80 V

c. Din $P_1 = R_1 I^2 \Rightarrow R_1 = \frac{P_1}{I^2}$ =25 Ω şi $P_2 = R_2 I^2 \Rightarrow R_2 = \frac{P_2}{I^2}$ =15 Ω

d. Randamentul circuitului este $\eta = \frac{P_{ext}}{P} = \frac{P_1+P_2}{P}$ =80%

17. a. Din $Q_1 = \frac{U^2 t}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U^2 t}{Q_1} = \frac{4U^2 t}{Q}$ =110 Ω şi din

$Q_2 = \frac{U^2 t}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U^2 t}{Q_2} = \frac{4U^2 t}{3Q} \approx 36{,}66\ \Omega$

b. Din $Q_1 = UI_1 t \Rightarrow I_1 = \frac{Q_1}{Ut} = \frac{Q}{4Ut} = 1$ A şi din $Q = UIt \Rightarrow I = \frac{Q}{Ut} = 4$ A obţinem $I_2 = I - I_1 = 3$ A

c. Din $Q = \frac{U^2 t}{R_e} \Rightarrow R_e = \frac{U^2 t}{Q} = 27{,}5\ \Omega$, astfel că randamentul circuitului este $\eta = \frac{R_e}{R_e + r} \approx 90{,}16\%$

d. Tensiunea electromotoare a sursei este $E = I(R_e + r) = 122$ V

18. a. Rezistenţele celor două consumatoare sunt $R_1 = \frac{U_0^2}{P_1} = 121\ \Omega$ şi $R_2 = \frac{U_0^2}{P_2} = \frac{R_1}{4} = 30{,}25\ \Omega$. La funcţionare la parametrii nominali intensităţile curenţilor care străbat consumatoarele sunt $I_1 = \frac{P_1}{U_0}$ şi $I_2 = \frac{P_2}{U_0}$.

Deoarece $P_2 = 4P_1 \Rightarrow I_2 = 4I_1$.
Dacă consumatoarele se leagă în serie prin R_2 trebuie să circule un curent cu intensitatea cea mai mare I_2, iar în paralel cu primul se leagă un rezistor prin care trebuie să cicule un curent cu intensitatea $I_2 - I_1 = 3I_1$
Dacă consumatoarele se leagă în paralel trebuie să se lege un rezistor în serie cu gruparea consumatoarelor, astfel ca pe această rezistenţă să cadă o tensiune $U - U_0 = 110$ V

b. Rezistenţa introdusă în primul caz este $R_{1p} = \frac{U_0}{3I_1} = \frac{U_0^2}{3P_1} = \frac{R_1}{3} \approx 40{,}33\ \Omega$, iar în ce-al doilea caz $R_s = \frac{U - U_0}{I_1 + I_2} = \frac{U - U_0}{5I_1} = \frac{(U - U_0)U_0}{5P_1} = 24{,}2\ \Omega$

c. În prima situaţie rezistenţa echivalentă este $R_e = \frac{R_1 R_{1p}}{R_1 + R_{1p}} + R_2 = \frac{R_1}{2}$, astfel că puterea totală dezvoltată de sursă în întreg circuitul este $P = \frac{U^2}{R_e} = \frac{2U^2}{R_1} = 800$ W

d. În cazul al doilea rezistenţa echivalentă este $R'_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_s = \frac{R_1}{5} + R_5 = 48{,}4\ \Omega$, astfel că raportul este $f = \frac{(P_1 + P_2)R'_e}{U^2} = 50\%$

19. a. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I=P/U=2$ A, astfel că tensiunea electromotoare a generatorului electric echivalent cu gruparea serie a celor două surse este $E_e=(P_1+P_2)/I=210$ V

b. Din $P=P_1+P_2+P_{int} \Rightarrow P_{int}=P-P_1-P_2=20$ W, astfel că rezistența electrică internă a generatorului echivalent este $r = P_{int} / I^2 = 5\ \Omega$

c. Randamentul transferului energiei electrice de la surse la radiator este $\eta = \frac{R}{R + r_e}$, unde $R=U/I=100\ \Omega$, astfel că $\eta \approx 95{,}23\%$

d. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I' = \frac{E_e}{R + r_e + R_C} = 1{,}875$ A,

astfel că puterea disipată de radiator devine $P' = RI'^2 \approx 351{,}56$ W. Puterea radiatorului se modifică cu $\Delta P=P'-P \approx -48{,}44$W

20. a. Utilizăm formula puterii $P = R_1 I^2 \Rightarrow R_1 = \frac{P}{I^2} = 2\ \Omega.$

b. Aflăm intensitatea prin sursă atunci când rezistențele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel, astfel că $I = \frac{E}{r + R_{ext}} = 6$ A, unde $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow P_{ext} = R_{ext} I^2 = 57{,}6$W

c. Puterea sursei la scurtcircuit este $P_s = EI_{sc} = \frac{E^2}{r} = 360$ W, deoarece la scurtcircuit intensitatea curentului electric este $I_{sc} = \frac{E}{r}$.

21. a. Din grafic determinăm rezistența electrică: $R = \frac{U}{I} = 2\ \Omega$, astfel că puterea dezvoltată de această rezistență când este străbătută de un curent electric cu intensitatea I_1 este $P = RI_1^2 = 32$ W.

b. Deoarece puterea este $P = UI$, aria cuprinsă între graficul tensiunii în funcție de intensitate, curba intensității şi ordonata construită prin punctul $I_2=9$ A reprezintă puterea medie pe consumatorul R, astfel că $P_m=A_{triunghi} \Rightarrow P_m=81$ W.

c. Utilizăm formula $Q = \frac{U^2}{R} t = 5400$ J.

22. a. Cum la scurtcircuit intensitatea curentului este maximă, din grafic rezultă $I_{sc}=5$ A.

b. Cum puterea sursei este $P_S = EI \Rightarrow E = \frac{P_{S\max}}{I_{sc}} = 15$ V, deoarece când $I_{sc}=5$A, puterea sursei este maximă şi egală cu $P_{S\max} = 75$ W. Rezistența internă a sursei este $r = \frac{E}{I_{sc}} = 3\ \Omega.$

c. Pentru ca pe un circuit exterior să se debiteze o putere maximă trebuie ca $r = R = 3\ \Omega$, iar în acest caz: $P_{R\max} = \frac{E^2}{4r} = 18{,}75$ W.

23. a. Din definiţie $P_u = RI^2 \Rightarrow$ din grafic puterea utilă este maximă când $R = r$, astfel că $P_{u\max} = rI^2$ cu $I_1 = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{2r} \Rightarrow P_{u\max} = \frac{E}{4r} = rI_1^2 \Rightarrow r = \frac{P_{u\max}}{I_1^2}$

Din grafic: $I_1 = 1$ A şi $P_{u\max} = 3$ W $\Rightarrow r = 3\ \Omega$.

b. Cum $P_{u\max} = \frac{E^2}{4r} = \frac{EI_1}{2} \Rightarrow E = \frac{2P_{u\max}}{I_1} = 6$ V.

c. La scurtcircuit $I_{sc} = \frac{E}{r} = 2I_1 = 2$ A.

d. Dacă trei consumatoare identice sunt legate în paralel, atunci rezistenţa lor echivalentă este $R_e = \frac{R}{3} = 1\ \Omega$, astfel că puterea maximă pe circuitul exterior se obţine când $r = R_e = \frac{R}{3}$, astfel că $P'_{\max} = \frac{E^2}{4R_e} = 9$ W

24. a. Când puterea utilă pe circuitul exterior este maximă $R=r$, randamentul circuitului este $\eta = \frac{R}{R+r} = 50\%$

b. Din grafic observăm că puterea utilă este maximă când $U=20$V, iar $P_{u\max} = 60$W. Dar puterea utilă este maximă când $r = R$ iar cum $P_{u\max} = \frac{U^2}{r} \Rightarrow r = \frac{U^2}{P_{u\max}} \approx 6{,}67\ \Omega$ şi intensitatea corespunzătoare este: $I = \frac{P_{u\max}}{U} = 3$ A, astfel că $E = (R+r)I = 2rI \Rightarrow E = 2U = 40$V.

c. Puterea debitată de sursă este $P_S = EI = \frac{E^2}{R+r} = 60$ W

d. Raportul dintre puterea debitată de sursă pe circuitul exterior şi puterea totală a sursei este $\frac{P_{ext}}{P_S} = \frac{RI^2}{EI} = \frac{RI}{E} = \frac{R}{R+r} \approx 54{,}54\%$

25. a. Din grafic când rezistenţa $R=2\ \Omega$ putera este maximă $P_{max}=8$ W. Din $P = RI^2 \Rightarrow I = \sqrt{P/R} = 2$ A

b. Deoarece puterea maximă pe circuitul exterior se obţine când $R=r$, astfel că $E = I(R+r) = 2rI = 8$ V

c. Puterea maximă a sursei este $P_{\max} = \frac{E^2}{4r}$. Din $P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$ şi cum $P = \frac{1}{2}P_{\max} = \frac{E^2}{8r}$ obţinem $\frac{RE^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{8r} \Rightarrow R^2 - 6Rr + r^2 = 0 \Rightarrow$

$R = r(3 \pm 2\sqrt{2})$, astfel că $R_1 \approx 11{,}6\ \Omega$ şi $R_2 \approx 0{,}36\ \Omega$

d. Dacă bornele sursei se leagă printr-un fir ideal sursa se scurtcircuitează şi prin rezistenţa R nu mai circulă curent electric, astfel că puterea disipată pe rezistor este nulă

26. a. Din grafic, când R_1=3 Ω intensitatea curentului electric este I_1=4 A. Dar $E=I_1(R_1+r)=4(3+r)$. Când R_2=8 Ω intensitatea curentului electric este I_2=2A, astfel că $E=I_2(R_2+r)=2(8+r)$. Rezolvând sistemul format din cele două ecuaţii obţinem: r=2 Ω şi E=20 V

b. Puterea disipată de sursă pe circuitul interior are valoarea $P = rI_1^2$=32 W

c. Energia debitată de sursă pe circuitul exterior este $W = RI^2t = \frac{RE^2t}{(R+r)^2}$=6kJ

d. Puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior se obţine când $R=r$ şi este $P_{max} = \frac{E^2}{4r}$=50 W.

27. a. Din grafic când R_1=1 Ω tensiunea este U_1=1,8 V, astfel că $U_1 = R_1I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1}$=1,8 A

b. Utilizăm $U_1 = R_1I_1 = \frac{R_1E}{R_1+r}$ (1) şi când R_2=5 Ω tensiunea este U_2=3 V, utilizăm $U_2 = \frac{R_2E}{R_2+r}$ (2). Din (1) şi (2) obţinem: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{(R_1+r)U_1}{(R_2+r)U_2} \Rightarrow r = \frac{R_1R_2(U_2-U_1)}{R_2U_1-R_1U_2}$=1Ω

c. Tensiunea electromotoare a sursei este $E = \frac{U_1U_2(R_2-R_1)}{R_2U_1-R_1U_2}$=3,6 V

d. Puterea transmisă circuitului exterior are valoarea maximă când $R=r$, astfel că $U = RI = \frac{RE}{R+r} = \frac{E}{2}$=1,8 V

28. a. Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu obţinem: $E_1 = I_1(R_1+r)$ şi $E = I_2(R_2+r) \Rightarrow I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r \Rightarrow r = \frac{I_2R_2-I_1R_1}{I_1-I_2} \Rightarrow$ r=5 Ω şi $E = 75$ V.

b. Intensitatea prin circuitul principal este $I = \frac{E}{r+R_1+R_2} \approx 2,14$ A, astfel că puterea disipată pe circuitul exterior este $P = (R_1+R_2)I^2 \approx 137,75$ W

c. Aflăm intensitatea curentului electric prin circuit când rezistenţa circuitului exterior este R_3: $I = \frac{E}{r+R_3} = 2,5$ A, astfel că tensiunea la bornele sursei este: $U = E - Ir = 62,5$V şi puterea disipată pe circuitul exterior este: $P = R_3I^2$=156,25 W.

d. Pentru ca puterea disipată pe circuitul exterior să fie maximă trebuie ca rezistența internă să fie egală cu rezistența circuitului exterior $r = R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 6{,}67\ \Omega \Rightarrow$ puterea maximă are valoarea $P_{max} = \frac{E^2}{4r} \approx 210{,}94\text{W}$.

29. a. Legăm în serie cele două rezistențe, astfel că: $E = I_1(r + R_1 + R_2) \Rightarrow$

$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_1} - r = 3\ \Omega$.

La legarea în paralel a celor două rezistențe, obținem:

$$E = I_2\left(r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) \Rightarrow \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{E}{I_2} - r = \frac{2}{3}\ \Omega \Rightarrow R_1 R_2 = 2\ \Omega^2.$$

$$R_1 = \frac{2}{R_2} \Rightarrow \frac{2}{R_2} + R_2 - 3 = 0 \Rightarrow R_2^2 - 3R_2 + 2 = 0 \Rightarrow R_2 = 2\ \Omega \text{ şi } R_1 = 1\ \Omega.$$

b. $P_{ext} = (R_1 + R_2)I_1^2 = 18{,}75$ W, când rezistențele sunt legate în serie şi $P'_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_2^2 = 24$ W, când rezistențele sunt legate în paralel.

c. Raportul tensiunilor este $\frac{U_1}{U_2} = \frac{E - I_1 r}{E - I_2 r} = 1{,}875$.

d. Raportul energiilor disipate în interiorul sursei este $\frac{W_{int1}}{W_{int2}} = \frac{rI_1^2 t}{rI_2^2 t} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 \approx 0{,}17$

30. a. Deoarece rezistențele sunt legate în paralel, tensiunile aplicate pe ele sunt egale astfel că puterile disipate pe ele sunt: $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$ şi $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$. Cum

$P_1 = P_2 \Rightarrow R_1 = R_2 = R$, adică cele două rezistențe sunt egale $\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 1$.

b. Puterea debitată de sursă pe circuitul exterior este maximă când $r = R_{ext}$. Cum $R_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{2} \Rightarrow R_1 = R_2 = 2r = 20\ \Omega$. Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E^2}{4r} = 22{,}5$ W.

c. Cum prin sursă circulă un curent cu intensitatea $I = \frac{E}{R_{ext} + r} = \frac{E}{2r} = 1{,}5$ A, printr-o rezistență circulă un curent cu intensitatea $I/2$, astfel că o rezistență degajă o căldură $Q = R\frac{I^2}{4}t = 20{,}25$ kJ.

d. Puterea sursei este $P = EI' = \frac{E^2}{R_1 + R_2 + r} = 30$ W

31. a. Energia consumată de rezistorul R_1 este $W_1 = R_1 I_1^2 \Delta t$ =6750 J

b. Din $E = Ir + I_1 R_1 \Rightarrow I = \frac{E - I_1 R_1}{r}$ =4,5 A, astfel I_2=I-I_1=3 A şi din

$R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 I_1}{I_2}$ =5 Ω

c. Rezistenţa circuitului exterior este $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10}{3}$ Ω, astfel că randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{R_e}{R_e + r}$ =62,5%

d. Puterea disipată în circuitul exterior este $P = R_e I^2$ =67,5 W

32. a. Calculăm rezistenţele legate în paralel între punctele A şi B. Astfel că:

$\frac{R_{AB}}{R'_{AB}} = \frac{1}{2} \Rightarrow R'_{AB} = 2R_{AB} \Rightarrow R = R_{AB} + R'_{AB} = 3R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{3}$, unde

$R = \frac{\rho \ell}{S} = 6\Omega \Rightarrow R_{AB} = 2r$ şi $R'_{AB} = 4r \Rightarrow R_{e_{AB}} = \frac{R_{AB} \cdot R'_{AB}}{R_{AB} + R'_{AB}} \approx 1{,}33\ \Omega$

b. Calculăm valoarea intensităţii prin circuitele principale, astfel că:

$I = \frac{E}{R_{e_{AB}} + r} = 3$ A.

c. Puterea disipată în baterie datorită rezistenţei interne a acesteia este $P_r = rI^2 = 6$ W

d. Energia debitată de baterie este $W_S = P_S \Delta t = EI\Delta t$ =3240 J

33. a. Rezistenţa circuitului exterior este $R_e = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R$, astfel că intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{E}{R + r}$ =2 A $\Rightarrow$

$U_{MN} = -IR = -8$ V

b. Puterea consumată în circuitul exterior este $P = RI^2$ =16 W

c. Deoarece puterea dezvoltată în circuitul exterior este maximă atunci R_e=r, astfel că R=r=3 Ω

d. Din $\eta = \frac{R'_{ext}}{R'_{ext} + r}$ cu R_{ext}=$R_1 \Rightarrow \eta = \frac{R_1}{R_1 + r} \Rightarrow R_1 = \frac{\eta \cdot r}{1 - \eta}$ =9 Ω

34. a. $\frac{P_2}{P_3} = \frac{U^2}{R_2} \cdot \frac{R_3}{U^2} = \frac{R_3}{R_2}$ =0,5, deoarece rezistenţele R_2 şi R_3 sunt legate în paralel, astfel că pe ele cade aceeaşi tensiune.

b. Rezistenţa circuitului exterior este $R_e = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$ =6 Ω, astfel că

intensitatea curentului este $I = \dfrac{E}{r + R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 2$ A.

Puterea sursei este $P_S = EI = 28$ W

c. Prin definiție căldura degajată de un rezistor este: $Q = R_1 I^2 t = 19{,}2$ kJ

d. Randamentul circuitului este $\eta = \dfrac{R_e}{R_e + r} = 85{,}7\%$

35. a. Din formula randamentului $\eta = \dfrac{P_1}{P_{gen}}$ puterea dezvoltată de generator este

$P_{gen} = \dfrac{P_1}{\eta} = 18$ W

b. Din formula puterii generatorului obținem t.e.m. E a generatorului:

$P_{gen} = EI_1 \Rightarrow E = \dfrac{P_{gen}}{I_1} = 12$ V

c. Cum $P_1 = RI_1^2 \Rightarrow R = \dfrac{P_1}{I_1^2} = 6\ \Omega$, iar din formula randamentului $\eta = \dfrac{R}{R + r}$

obținem rezistența internă a generatorului $r = \dfrac{R(1-\eta)}{\eta} = 2\ \Omega \Rightarrow I_{sc} = \dfrac{E}{r} = 6$ A

d. Noua putere devine $P = R_{\max} \dfrac{E^2}{(R_{\max} + r)^2} = 4{,}21875$ W $\Rightarrow \dfrac{P}{P_1} = 0{,}3125$

36. a. Din $U_1 = R_1 I$ obținem intensitatea curentului electric prin circuit $I = U_1 / R_1 = 2$ A, astfel că puterea electrică totală furnizată de sursă este $P = EI = 24$ W

b. Din $E = Ir + U_{AB} \Rightarrow r = \dfrac{E - U_{AB}}{I} = 1\ \Omega$

c. Randamentul circuitului este $\eta = \dfrac{U_{AB}}{E} \approx 83{,}33\%$

d. Rezistența R_2 este $R_2 = \dfrac{U_2}{I} = \dfrac{U_{AB} - U_1}{I} = 1\ \Omega$, astfel că energia consumată de rezistorul R_2 într-un interval de timp Δt este $W_2 = R_2 I^2 \Delta t = 2400$ J

37. a. Rezistențele R_3 și R_4 sunt legate în serie, iar gruparea lor este legată în paralel cu rezistența R_2, astfel că rezistența echivalentă între punctele A și B este $R_{AB} = \dfrac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 2\ \Omega$

Intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I = \dfrac{E}{r + R_1 + R_{AB}} = 2$ A

b. $\dfrac{I_2}{I_3} = \dfrac{U_{AB}}{R_2} \cdot \dfrac{R_3 + R_4}{U_{AB}} = \dfrac{R_3 + R_4}{R_2} = 2$, deoarece $I_2 = \dfrac{U_{AB}}{R_2}$ şi $I_3 = \dfrac{U_{AB}}{R_3 + R_4}$

$\dfrac{P_2}{P_{34}} = \dfrac{U_{AB}^2}{R_2} \cdot \dfrac{R_3 + R_4}{U_{Ab}^2} = 2$, deoarece $P_2 = \dfrac{U_{AB}^{\ 2}}{R_2}$ şi $P_{34} = \dfrac{U_{AB}^2}{R_3 + R_4}$

c. Pentru că puterea pe circuitul exterior să fie maximă trebuie $r = R_{ext} \Rightarrow$

$r = R_1 + \dfrac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} = 5\ \Omega$

d. Valoarea maximă a puterii disipate pe circuitul exterior este

$P_{max} = RI^2 = r\left(\dfrac{E}{2r}\right)^2 = \dfrac{E^2}{4r} = 7{,}2$ W.

38. a. Pe baza formulei $R = \dfrac{\rho \ell}{S} = 7\ \Omega$ se obţine valoarea rezistenţei unui fir metalic.

b. Cum $R_{AC} = \dfrac{\rho x}{S} \Rightarrow R_{AC} = \dfrac{xR}{\ell}$. Calculăm rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* ţinând cont că rezistenţele identice R_{AC} sunt legate în paralel şi gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a altor două rezistenţe identice $R_{CB} = \dfrac{(\ell - x)R}{\ell}$, astfel că $R_{AB} = \dfrac{R_{AC}}{2} + \dfrac{R_{CB}}{2} = \dfrac{R}{2} = 3{,}5\ \Omega$. Observăm că rezistenţa echivalentă între punctele *A* şi *B* nu depinde de poziţia firului metalic. Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \dfrac{E}{R + r} = 3$ A.

c. Energia electrică disipată prin circuitul exterior este: $W_{el} = R_{ext} I^2 t = \dfrac{R}{2} I^2 t = 3780$ J

d. Dacă un fir metalic ideal leagă capătul *A* cu capătul *B* atunci rezistenţele legate în paralel sunt scurtcircuitate, astfel că nu există circuit exterior şi prin urmare puterea debitată de sursă pe circuitul exterior este nulă.

39. a. Calculăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior. Rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în serie, la fel şi rezistenţele R_3 şi R_4, iar cele două grupări sunt legate în paralel şi cu rezistenţa R_5, astfel că: $\dfrac{1}{R_e} = \dfrac{1}{R_1 + R_2} + \dfrac{1}{R_3 + R_4} + \dfrac{1}{R_5} \Rightarrow$

$R_e \approx 21{,}6\ \Omega$

b. Tensiunea la bornele sursei este aceeaşi cu cea de pe rezistenţa echivalentă R_e, astfel că $U = R_e I \approx 19{,}44$ V.

c. Puterea sursei este $P_S = EI = (R_e + r)I^2$, deoarece $E = (R_e + r)I \Rightarrow$ $P_S = 17{,}82$ W.

d. Calculăm puterea debitată de sursă pe circuitul exterior R_e, astfel că $P_{ext} = R_e I^2 \approx 17{,}476$ W. Calculăm puterea debitată de sursă pe circuitul interior, adică pe rezistența r, astfel că $P_{int} = rI^2 = 0{,}324$ W.

Cum $P_{ext} + P_{int} = 17{,}82$ W $\Rightarrow P_S = P_{ext} + P_{int}$ ceea ce reprezintă bilanțul puterilor.

40. a. Rezistența circuitului exterior este $R_{ext} = \dfrac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_2 + R_4} = 35\ \Omega$ și intensitatea curentului prin sursă este $I = \dfrac{E}{R_{ext} + r} = 0{,}6$ A. Deoarece cele două ramuri legate în paralel au aceeași rezistență, prin ele circulă curenți cu intensități egale cu $I/2$. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele B și D conectăm un voltmetru și scriem legea lui Kirchhoff pentru un ochi care conține voltmetrul și rezistențele R_1 și R_2. Obținem:

$$\frac{R_1 I}{2} + U_{DB} - \frac{R_2 I}{2} = 0 \Rightarrow U_{BD} = -U_{DB} = \frac{(R_1 - R_2)I}{2} = 7{,}2 \text{ V}$$

b. Energia electrică disipată în circuitul exterior într-un interval de timp Δt este $W = R_{ext} I^2 \Delta t = 7560$ J

c. Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă atunci $R_{1ext} = r = 5\ \Omega$

d. Valoarea puterii maxime este $P_{max} = \dfrac{E^2}{4r} = 28{,}8$ W

41. a. Rezistența circuitului exterior este $R_e = R_4 + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 6{,}5\ \Omega$

b. Din formula randamentului este $\eta = \dfrac{P}{P_s} \Rightarrow P_s = \dfrac{P}{\eta} = 28$ W

c. Din $P_s = EI \Rightarrow E = P_s / I = 14$ V

d. Din $\eta = \dfrac{R_e}{R_e + r} \Rightarrow r = \dfrac{R_e(1 - \eta)}{\eta} = 0{,}5\ \Omega$, astfel că intensitatea curentului de scurtcircuit al sursei este $I_{sc} = E / r = 28$ A

42. a. b. Dacă rezistențele se leagă în serie rezistența echivalentă este $R_e = 3R = 9\ \Omega$, astfel că puterea debitată în circuitul exterior este

$$P = \frac{R_e E^2}{(R_e + r)^2} = 9 \text{ W}$$

Dacă rezistențele se leagă două în paralel și gruparea lor se leagă în serie cu cea de-a treia rezistență, rezistența echivalentă este $R_e = \dfrac{R}{2} + R = \dfrac{3R}{2} = 4{,}5\ \Omega$, astfel

că puterea debitată în circuitul exterior este $P=\frac{R_e E^2}{(R_e+r)^2}\approx 14{,}87$ W

Dacă rezistenţele se leagă două în serie şi gruparea lor se leagă în paralel cu cea de-a treia rezistenţă, rezistenţa echivalentă este $R_e=\frac{2R}{3}$=2 Ω, astfel că puterea debitată în circuitul exterior este $P=\frac{R_e E^2}{(R_e+r)^2}\approx 22{,}22$ W

Dacă rezistenţele se leagă în paralel rezistenţa echivalentă este $R_e=R/3$=1Ω, astfel că puterea debitată în circuitul exterior este $P=\frac{R_e E^2}{(R_e+r)^2}$=25 W

Valoarea maximă a puterii debitată pe circuitul exterior se obţine cînd rezistenţele sunt legate în paralel şi are valoarea P_{max}=25 W

c. În cazul legării rezistenţelor în paralel intensitatea curentului prin circuitul principal este $I=\frac{E}{\frac{R}{3}+r}$=5 A şi tensiunea pe fiecare rezistor este $U=\frac{RI}{3}$=5 V

d. Puterea sursei în regim de scurtcircuit este $P_S=EI_{sc}=\frac{E^2}{r}$=100 W

43. a. Deoarece rezistenţele degajă aceeaşi cantitate de căldură în acelaşi interval de timp înseamnă că puterile disipate de aceasta sunt egale. Cum $P_1=P_2$, iar $P=RI^2=\frac{RE^2}{(R+r)^2}\Rightarrow\frac{R_1E^2}{(R_1+r)^2}=\frac{R_2E^2}{(R_2+r)^2}\Rightarrow$

$R_1(R_2+r)^2=R_2(R_1+r)^2\Rightarrow r=\sqrt{R_1R_2}=6\ \Omega.$

b. Puterea sursei este $P_S=EI$, unde $I=\frac{E}{R+r}\Rightarrow P_S=\frac{E^2}{r+R}=180$ W.

c. Prin definiţie randamentul circuitului este:

$$\eta=\frac{P_u}{P_c}=\frac{RI^2}{EI}=\frac{R}{E}\cdot\frac{E}{R+r}=\frac{R}{R+r}\approx 70\%$$

d. Energia disipată de baterie în interiorul ei la scurtcircuit este

$W=rI_{sc}^2\Delta t=\frac{E^2}{r}\Delta t$ =360 kJ

44. a. Din $E=I(r+R_1)=6Ir$, deoarece R_1=5r, astfel că intensitatea curentului prin generator este $I=\frac{E}{5r}$=4 A. Din $U=R_1I\Rightarrow R_1=U/I$=5 Ω, iar rezistenţa internă a generatorului este $r=R_1/5$=1Ω. Tensiunea electromotoare a generatorului este $E=I(r+R_1)$=24 V. Puterea totală furnizată de generator circuitului este $P_s=EI$ =96 W

b. Căldura degajată în interiorul generatorului în timpul t este $Q=rI^2t$ =4800 J

c. Deoarece $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r^2 = R_1 R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{r^2}{R_1} = 0{,}2\ \Omega$

d. Randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{R_1 + R'_2}{R_1 + R'_2 + r} = 90\%$

45. a. Din $P_{BC} = R_{BC} I^2 = \frac{RI^2}{2} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2P_{BC}}{R}} = 2$ A, astfel că $U_{CD} = \frac{RI}{3} = 12$ V

b. Rezistența echivalentă între punctele *A* și *D* este:

$R_{AD} = R + \frac{R}{2} + \frac{R}{3} = \frac{11R}{6} = 33\ \Omega$. Astfel $E = I(r + R_{AD}) = 76$ V

c. Căldura degajată în porțiunea *AD* în timpul Δt este $Q = R_{AD} I^2 \Delta t = 7920$ J

d. Deoarece puterile disipate pe circuitul exterior sunt egale când circuitul exterior este R_{CD} sau R_0 și din $r^2 = R_{AD} R_0 \Rightarrow R_0 = \frac{r^2}{R_{AD}} \approx 0{,}75\ \Omega$

46. a. Puterea electrică disipată pe ampermetru este $P = R_A I^2 = 1{,}44$ W

b. Din $I_1 = \frac{U_V}{R_1} = 0{,}5$ A obținem $I_V = I - I_1 = 0{,}1$ A și $R_V = \frac{U_V}{I_V} = 150\ \Omega$, astfel că energia electrică disipată de voltmetru în unitatea de timp este $\frac{W}{\Delta t} = R_V I_V^2 = 1{,}5$ J/s

c. Din $E = I(r + R_A + R_2) + U_V \Rightarrow r = \frac{E - U}{I} - R_A - R_2 = 1\ \Omega$

d. Raportul dintre puterea P_{12} disipată de rezistoarele R_1 și R_2 și puterea totală dezvoltată de sursă este $\frac{P_{12}}{P_S} = \frac{P_1 + P_2}{EI} = \frac{R_1 I_1^2 + R_2 I^2}{EI} \approx 0{,}91$

47. a. Utilizăm definiția puterii: $P = R_1 I_1^2$ și $P = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow$

$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 81$

b. Din $I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$ și $I_2 = \frac{E}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r^2 = R_1 R_2$.

Cum $R_1 = 81 R_2 \Rightarrow r^2 = 81 R_2^2 \Rightarrow R_2 = \frac{r}{9} = \frac{4}{9}\ \Omega \Rightarrow E = I_2(R_2 + r) = 160$ V

c. Valoarea puterii disipate *P* este $P = R_2 I_2^2 = 576$ W

48. a. Cum $P = \frac{U_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_1^2}{P} = 16\ \Omega$ și $P = \frac{U_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_2^2}{P} = 81\ \Omega$.

Deoarece cele două rezistenţe degajă aceeaşi putere, atunci:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} = 36\ \Omega.$$

b. Cum $P = U_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P}{U_1} = 2{,}5\ \text{A} \Rightarrow E = I_1(R_1 + r) = 130\ \text{V}.$

c. Puterea disipată pe circuitul exterior este maximă când $R=r=36\,\Omega$ $\Rightarrow I = \frac{E}{r+R} = \frac{E}{2r}$ şi tensiunea la bornele reostatului este $U = RI = \frac{E}{2} = 65\ \text{V}.$

d. Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E^2}{4r} \approx 117{,}36\ \text{W}.$

49. a. Deoarece becul funcţionează la parametri nominali, atunci $P_b = U_b I_b \Rightarrow I_b = P_b / U_b = 1{,}5\ \text{A}$

b. Deoarece intensitatea care circulă prin baterie este $I = \frac{E-U}{r}$, atunci puterea disipată pe rezistenţa interioară a sursei este $P_{int} = rI^2 = \frac{(E-U)^2}{r} = 6\ \text{W}$

c. Randamentul transferului de putere de la generator la bec este $\eta = \frac{P_{bec}}{P_S} = \frac{P_{bec}}{EI} = \frac{rP_{bec}}{E(E-U)} = 37{,}5\%$

d. Pentru ca becul să funcţioneze normal şi după deschiderea întrerupătorului K trebuie ca intensitatea curentului prin bec să se păstreze la valoarea anterioară. Astfel că $I=I_b$. Pentru un circuit simplu:

$$E = I_b(r + R' + R_b) = I_b(r + R') + U_b \Rightarrow R' = \frac{E - U_b}{I_b} - r = 2{,}5\ \Omega$$

50. a. Când comutatorul este închis K, $I_{bec} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{ba} - U_{bec}}{R_2} = 1{,}5\ \text{A}$, iar puterea electrică consumată de bec este $P_{bec} = U_{bec} I_{bec} = 9\ \text{W}$

b. Din $E = Ir + U_{ba} \Rightarrow I = \frac{E - U_{ba}}{r} = 2\ \text{A}$, astfel că intensitatea curentului circulă prin rezistenţa R_1 este $I_1 = I - I_{bec} = 0{,}5\ \Omega \Rightarrow R_1 = \frac{U_{ba}}{I_1} = 18\ \Omega$

c. Randamentul transferului de putere de la sursă la bec este: $\eta = \frac{P_{bec}}{P_S} = \frac{P_{bec}}{EI} \Rightarrow$ $\eta = 37{,}5\%$

d. Deoarece becul funcţionează la parametrii nominali trebuie ca prin el să circule un curent cu aceeaşi intensitate, astfel că $E = I_{bec}(r + R_{bec} + R_{2x}) \Rightarrow$ rezistenţa electrică a rezistorului R_{2x} este $R_{2x} = \frac{E - U_{bec}}{I} - r = 2{,}5\ \Omega$

51. a. Când comutatorul K este închis, rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel și gruparea lor este legată în serie cu rezistența R_3, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior este: $R_{ext} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4\ \Omega$

b. Când comutatorul K este închis atunci $E = I(R_{ext} + r) \Rightarrow E = 2(4 + r)(1)$

Când comutatorul K este deschis, rezistențele R_1 și R_3 sunt legate în serie, astfel că rezistența echivalentă a circuitului exterior este: $R'_{ext} = R_1 + R_3 = 5{,}6\Omega$

$\Rightarrow E = I'(R'_{ext} + r) = 1{,}5(5{,}6 + r)(2)$. Din (1) și $(2) \Rightarrow I(R_{ext} + r) = I'(R'_{ext} + r)$

obținem rezistența internă a sursei $r = \frac{I' R'_{ext} - I R_{ext}}{I - I'} = 0{,}8\ \Omega$ și tensiunea electromotoare a sursei $E = 9{,}6$ V.

c. Când comutatorul este deschis, puterea debitată de sursă în exterior este $P_{ext} = R'_{ext} I'^2 = 12{,}6$ W.

d. Când comutatorul este închis, puterea prin rezistența R_2 este $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$, unde U reprezintă tensiunea la bornele grupării formate din rezistențele R_1 și R_2 legate în paralel, astfel că $U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = 4{,}8\ \text{V} \Rightarrow P_2 = 3{,}84$ W.

52. a. Când comutatorul este închis $U_1 = 0$ deoarece rezistența R_1 este scurtcircuitată.

b. Când K închis $I_2 = \frac{E}{r + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \Rightarrow E = I_2\left(r + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)(1)$

Când K deschis $I_1 = \frac{E}{r + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}} \Rightarrow E = I_1\left[r + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right](2)$

Din (1) și (2) $\Rightarrow I_2\left(r + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) = I_1\left[r + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\right] \Rightarrow 2(r + 6) = \frac{5}{3}(r + 7{,}5) \Rightarrow$

$r = 1{,}5\ \Omega$ și $E = 15$ V

c. Pentru K deschis $I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{I_1(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = 5/6$ A și pentru K închis

$I'_3 = \frac{U'_{AB}}{R_3} = \frac{R_2 I_2}{R_2 + R_3} = 0{,}8\ \text{A} \Rightarrow \Delta I_3 = I'_3 - I_3 \approx -0{,}033\ \text{A}$

d. Când K deschis $P_{R_2} = R_2 \frac{U_{AB}^2}{(R_1 + R_2)^2} = R_2 \frac{I_1^2 R_3^2}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} = \frac{250}{36}$ W și când K

închis $P'_{R_2} = R_2 I'^2_{R_2} = R_2 \frac{U'^2_{AB}}{R_2^2} = \frac{U'^2_{AB}}{R_2} = I_2 \frac{R_3^2 R_2}{(R_2 + R_3)^2} = \frac{72}{5}$ W $\Rightarrow \frac{P'_{R_2}}{P_{R_2}} \approx 2{,}073$

53. a. Când comutatorul K este deschis, ampermetrul indică un curent cu intensitatea I_1, astfel că $P = RI_1^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I_1^2} = 9\ \Omega$.

Cum $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \ell = \frac{RS}{\rho} = \frac{R\pi \cdot d^2}{4\rho}$, deoarece firul este cilindric şi secţiunea acestuia este $S = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \ell \approx 16{,}82$ m.

b. Când comutatorul K este închis, rezistenţa R_2 este şuntată, iar gruparea serie a rezistenţelor R_A şi R este legată în paralel cu rezistenţa R_1, astfel că rezistenţa circuitului esterior este $R'_{ext} = \frac{(R + R_A)R_1}{R + R_A + R_1} = 2\ \Omega$.

c. Când comutatorul K este închis $\Rightarrow E = I'\left(R'_{ext} + r\right)$, unde I' este intensitatea prin circuitul principal. Cum $I'_1(R + R_A) = I'_2 R_1 \Rightarrow I'_2 = \frac{I'_1(R + R_A)}{R_1}$.

Din $I' = I'_1 + I'_2 \Rightarrow I' = I'_1\left(\frac{R + R_A}{R_1} + 1\right) \Rightarrow E=4(2+r)$ (1).

Când comutatorul K este deschis, gruparea serie a rezistenţelor R_A şi R şi gruparea serie a rezistenţelor R_1 şi R_2 sunt legate în paralel, astfel că rezistenţa circuitului exterior este: $R_{ext} = \frac{(R + R_A)(R_1 + R_2)}{R + R_A + R_1 + R_2} = 5\ \Omega$.

Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu $E = I(R_{ext} + r)$, unde I este intensitatea prin circuitul principal. Cum $I_1(R + R_A) = I_2(R_1 + R_2) \Rightarrow$

$I_2 = \frac{I_1(R + R_A)}{R_1 + R_2} = I_1$, deoarece $R + R_A = R_1 + R_2$. Astfel $I = I_1 + I_2 = 2I_1 = 2$ A

$\Rightarrow E=2(5+r)$ (2). Din relaţiile (1) şi (2) obţinem $r=1\ \Omega$ şi $E=12$ V.

d. Randamentul circuitului electric când comutatorul K este deschis este

$\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r} \approx 83{,}33\%$

54. a. Când întrerupătoarele sunt deschise prin rezistenţa R_3 trece un curent cu intensitatea: $I = \frac{E}{r + r_A + R_3} = 4$ A, astfel că $P_3 = R_3 I^2 = 32$ W.

b. Variaţia relativă a puterii disipate pe rezistenţa R_3 la închiderea întrerupătorului K_1 este $\frac{\Delta P_3}{P_3} = \frac{P'_3 - P_3}{P_3} = \frac{P'_3}{P_3} - 1$, unde P'_3 reprezintă puterea disipată pe rezistenţa R_3 când se închide întrerupătorul K_1. În acest caz rezistenţele R_1 şi R_3 sunt legate în paralel şi prin baterie se stabileşte un curent

electric cu intensitatea $I'=\dfrac{E}{r+r_A+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}=5$ A. Cum $R_1=R_3$ prin fiecare rezistență trece un curent cu intensitatea $I'/2$, astfel că puterea P_3' disipată pe rezistența R_3 este: $P_3'=\dfrac{R_3I'^2}{4}=12{,}5$ W $\Rightarrow\dfrac{\Delta P_3}{P_3}\approx-60{,}9\%\Rightarrow$ prin închiderea întrerupătorului K_1, puterea electrică disipată pe rezistența R_3 scade.

c. Dacă se închid ambele întrerupătoare, firul metalic şuntează rezistența R_2, astfel că practic aceasta nu există şi intensitatea curentului prin sursă rămâne I' că în situația în care întrerupătorul K_1 este închis şi K_2 este deschis. Puterea sursei este: $P_S=EI'=100$ W.

55. a. Deoarece puterea debitată de sursă în circuitul exterior are aceeaşi valoare $P_1=P_2\Rightarrow R_1\dfrac{E^2}{(R_1+r)^2}=R_e\dfrac{E^2}{(R_e+r)^2}\Rightarrow r=\sqrt{R_1R_e}$.

Cum $R_e=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{3R_2}{4}\Rightarrow r=\sqrt{3R_2\cdot\dfrac{3R_2}{4}}=\dfrac{3R_2}{2}=3\ \Omega$.

b. Când întrerupătorul K este deschis, puterea disipată în interiorul bateriei este $P_{r1}=rI_1^2=r\left(\dfrac{E}{r+R_1}\right)^2$, iar când întrerupătorul K este închis, puterea disipată în interiorul bateriei este $P_{r2}=rI_2^2=r\left(\dfrac{E}{r+R_e}\right)^2\Rightarrow\dfrac{P_{r2}}{P_{r1}}=\left(\dfrac{R_1+r}{R_e+r}\right)^2$, unde $R_e=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{3R_2}{4}=1{,}5\ \Omega\Rightarrow\dfrac{P_{r2}}{P_{r1}}=4\Rightarrow$ prin închiderea întrerupătorului K puterea disipată în interiorul sursei se măreşte de patru ori.

c. Puterea disipată în circuitul exterior este maximă când $r'=R_e$, iar când întrerupătorul K este închis, $R_e=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{3R_2}{4}\Rightarrow r'=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{3R_2}{4}=1{,}5\ \Omega$.

56. a. Un voltmetru considerat ideal conectat între bornele A şi B indică tensiunea de pe rezistorul R_1, astfel că $U_{AB}=R_1I=\dfrac{R_1E}{R_1+r}=12$ V

b. Puterea disipată pe circuitul exterior sursei este maximă când $R_{ext}=r$ şi cum $R_{ext}=\dfrac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$ obţinem din calcule $R_3=1\ \Omega$

c. Puterea maximă disipată pe circuitul exterior sursei este $P_{max}=\dfrac{E^2}{4r}=32$ W

d. Dacă între bornele A şi B este conectat un fir de rezistenţă electrică neglijabilă, atunci rezistenţa circuitului exterior devine $R'_{ext} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, astfel că energia totală dezvoltată de sursă în timpul Δt este $W_s = EI'\Delta t$ cu

$$I' = \frac{E}{R'_{ext} + r} \Rightarrow W_s = \frac{E^2 \Delta t}{R'_{ext} + r} = 30{,}72 \text{ kJ}$$

57.a. Deoarece becurile funcţionează la parametrii nominali tensiunile de funcţionare ale acestora sunt: $U_1 = \frac{P_1}{I_1} = 20$ V şi $U_2 = \frac{P_2}{I_2} = 40$ V. Rezistenţa R este împărţită de cursorul C în două părţi R_1 şi R_2 astfel că $R = R_1 + R_2$.

Aflăm tensiunea aplicată pe rezistorul R scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine sursa de tensiune şi rezistorul R, astfel că $E = Ir + U_1 + U_2 \Rightarrow I = \frac{E - U_1 - U_2}{r} = 1$ A. Din legea lui Kirchhoff pentru noduri aflăm intensităţile curenţilor care circulă prin cele două rezistenţe R_1 şi R_2, astfel că $I'_1 = I - I_1 = 0{,}5$ A şi $I'_2 = I - I_2 = 0{,}4$ A. Deoarece rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel cu becurile B_1 respectiv B_2, aflăm valorile rezistenţelor R_1 şi R_2: $R_1 = \frac{U_1}{I'_1} = 40\ \Omega$ şi $R_2 = \frac{U_2}{I'_2} = 100\ \Omega$.

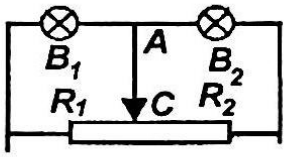


Fig. R 2.4.2

Obţinem valorea $R = R_1 + R_2 = 140\ \Omega$. (fig R 2.4.2):

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru nodul A, obţinem $I_1 = I_2 + I_{AC'} \Rightarrow I_{AC'} = I_1 - I_2 = -0{,}1$ A $\Rightarrow$ prin firul metalic AC curentul electric circulă de la C la A şi are valoarea de 0,1 A.

c. Aflăm rezistenţa circuitului exterior. Aflăm întâi rezistenţele becurilor: $R_{1b} = \frac{P_1}{I_1^2} = 40\ \Omega$ şi $R_{2b} = \frac{P_2}{I_2^2} \approx 66{,}67\ \Omega$. Observăm că rezistenţele R_1 şi R_{1b} sunt legate în paralel, iar gruparea lor este legată în serie cu gruparea paralel a rezistenţelor R_2 şi R_{2b}, astfel că: $R_{ext} = \frac{R_1 R_{1b}}{R_1 + R_{1b}} + \frac{R_2 R_{2b}}{R_2 + R_{2b}} = 60\ \Omega$.

Puterea disipată în interiorul noii surse dacă $r' = R_{ext}$ este $P_{int} = r' I'^2$ cu

$$I' = \frac{E'}{R_{ext} + r'} = \frac{E'}{2R_{ext}}, \text{ astfel că } P_{int} = \frac{E'^2}{4R_{ext}} = 15 \text{ W}$$

d. Energia totală a noii surse furnizată circuitului în intervalul de timp Δt este

$$W_s = E' I' \Delta t = \frac{E'^2}{2R_{ext}} \Delta t = 32{,}4 \text{ MJ}$$

58. a. Întrucât se consumă energia W în intervalul de timp Δt_1, când întrerupătorul K_1 este închis şi întrerupătorul K_2 deschis înseamnă că

$W = \frac{U^2 \Delta t_1}{R_1}$. Deoarece aceeaşi energie W este consumată de bec în intervalul de timp Δt_2 dacă întrerupătorul K_1 este deschis şi întrerupătorul K_2 închis, înseamnă că $W = \frac{U^2 \Delta t_2}{R_2}$. Obţinem $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 0{,}5$

b. Când întrerupătorul K_1 este deschis şi întrerupătorul K_2 închis ampermetrul indică $I_2 = \frac{U}{R_2}$. Când ambele întrerupătoare sunt închise rezistenţele sunt legate în paralel, astfel că $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{3}$. Puterea disipată de bec când ambele întrerupătoare sunt închise este $P = \frac{U^2}{R_p} = \frac{3U^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{3U^2}{P}$.

Obţinem $I_2 = \frac{P}{3U} = 2$ A

c. Când se închide doar comutatorul K_1 funcţionează doar filamentul F_1, astfel că $P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{2U^2}{R_2}$, iar când se închide doar comutatorul K_2 funcţionează doar filamentul F_2, astfel că $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$. Se observă că $P_2 < P_1 < P$. Puterea minimă disipată de becul conectat la tensiunea U, când cel puţin unul dintre întrerupătoare este închis se obţine în cazul în care numai comutatorul K_2 se închide. În acest caz

$P_{min} = P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{P}{3} = 24$ W

d. Când ambele întrerupătoare sunt închise becul consumă energia $W = \frac{U^2 \Delta t_p}{R_p} = \frac{3U^2 \Delta t_p}{R_2}$, astfel că $\Delta t_p = \frac{\Delta t_2}{3} = 2$ min

59. a. Aflăm rezistenţele reostatului în cele două situaţii: $R_1 = \frac{U_1^2}{P}$ şi $R_2 = \frac{U_2^2}{P}$.

Cum $R = \frac{\rho \ell}{S} \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} = 0{,}36$

b. Din $P = \frac{U_1^2}{R_1} = 150$ W, aflăm rezistenţa $R_2 = \frac{U_2^2}{P} = 1{,}5\ \Omega$.

Cum puterea disipată prin efect Joule în reostat are aceeaşi valoare

$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{R_1 E^2}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2 E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} = 0{,}9\ \Omega$

c. Din $P = U_2 I_2$ obţinem $I_2 = P / U_2 = 10$ A, astfel că $E = I_2 (R_2 + r) = 24$ V

d. Pentru tensiunea U_2 reostatul are rezistența R_2. Deoarece noua lungime a porțiunii din circuit a reostatului este 2/3 rezistența reostatului devine $R'_2 = \frac{2R_2}{3} = 1$ Ω. Intensitatea curentului prin circuitul principal devine $I' = \frac{E}{R'_2 + r}$, astfel că tensiunea la bornele reostatului devine $U'_2 = \frac{R'_2 E}{R'_2 + r} \approx 12{,}63$ V

60. a. Pe baza legilor lui Kirchhoff pentru noduri obținem: $I_1 = I_5 + I_4 \Rightarrow I_4 = I_1 - I_5 = 0{,}6$ A și din $I_2 + I_5 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_5 = 0{,}1$ A. Scriem legile lui Kirchhoff pentru cele două ochiuri mici ale punții Wheatstone și obținem: $I_1R_1 + I_5R_5 - I_2R_2 = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{I_1R_1 + I_5R_5}{I_2} = 100$ Ω și din

$$I_5R_5 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0 \Rightarrow R_4 = \frac{I_5R_5 + I_3R_3}{I_4} = 10\ \Omega.$$

b. Deoarece prin rezistorul R_5 nu circulă curent înseamnă că puntea Wheatstone este echilibrată, astfel că trebuie îndeplinită condiția:

$$R_1R_3 = R'_2R_4 \Rightarrow R'_2 = \frac{R_1R_3}{R_4} = 2{,}4\ \Omega.$$

c. Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, trebuie ca $R = r$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursă și ramurile cu rezistențele R_2 și R_3, obținem: $E = Ir + I_2R_2 + I_3r_3$. Cum $I = I_1 + I_2 = 1{,}1$ A obținem $r = \frac{E - I_2R_2 - I_3R_3}{I} = 1\ \Omega \Rightarrow R = 1\ \Omega$.

Puterea maximă disipată pe circuitul exterior este $P_{max} = \frac{E^2}{4r} \approx 42{,}9$ W.

d. Rezistența circuitului exterior este $R_e = R_1 + \frac{R_4(R_3 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5} \approx 11{,}83$ Ω.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este $I' = \frac{E}{R_e + r}$, iar puterea sursei este $P_s = EI' \approx 13{,}37$ W

61.a. Calculăm rezistența circuitului exterior, astfel că: $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = 3{,}25\ \Omega$.

b. Intensitatea curentului electric care circulă prin cele două surse este: $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 2$ A. Puterea electrică totală debitată de sursele de tensiune este: $P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = (E_1 + E_2)I = 20$ W.

c. Calculăm căldura degajată de circuitul exterior: $Q = R_{ext} I^2 t = 46{,}8$ kJ.

d. Pentru ca puterea circuitului exterior să fie maximă trebuie ca rezistența circuitului exterior să fie egală cu rezistența internă a sursei echivalente, astfel că: $R_{ext} = r_1 + r_2 = 1{,}75\ \Omega$. Valoarea maximă a puterii disipate pe circuitul exterior este $P = \frac{(E_1 + E_2)^2}{4(r_1 + r_2)} \approx 14{,}29$ W.

62. a. Rezistența circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 = 15\ \Omega$, astfel că intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{ext}} = 2$ A.

Căldura degajată în rezistorul R_1 în timpul t este $Q = R_1 I^2 t = 9600$ J

b. Deoarece $U = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} I = 4$ V, puterea disipată în rezistorul R_2 este $P_2 = \frac{U^2}{R_2} \approx$ 5,33 W

c. Randamentul circuitului este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r_1 + r_2} = 93{,}75\%$

d. Energia disipată în interiorului surselor într-un interval de timp Δt este $W_{int} = (r_1 + r_2) I^2 \Delta t = 480$ J

63. a. Rezistența becului este $R = \frac{U^2}{P} = 4\ \Omega$.

b. Calculăm intensitatea curentului prin bec pentru ca acesta să funcționeze la parametrii normali din $P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = 1$ A.

Calculăm intensitatea curentului care se stabilește prin bec când la capetele lui se leagă cele două surse în antifază, astfel că intensitatea curentului devine $I' = \frac{E_2 - E_1}{2r + R}$, unde R reprezintă rezistența becului. Obținem $I' = 2{,}25$A. Cum $I' > I$, becul se arde.

c. Deoarece becul cu rezistența R trebuie să funcționeze normal când este străbătut de un curent cu intensitatea I, tensiunea la capetele becului este $U' = RI' = 9$ V iar puterea nominală trebuie să fie $P' = U'I' = RI'^2 = 20{,}25$ W.

d. Dacă sursele se leagă în paralel atunci parametrii sursei echivalente sunt $E_p = \frac{\frac{E_1}{r} + \frac{E_2}{r}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r}} = \frac{E_1 + E_2}{2} = 15$ V și $r_p = \frac{r}{2} = 1\ \Omega$. Astfel $E_p = I\left(\frac{r}{2} + R + R_x\right) \Rightarrow$ rezistența introdusă în serie este $R_x = \frac{E_p}{I} - R - \frac{r}{2} = 10\ \Omega$

64.a. Calculăm rezistența echivalentă a circuitului exterior: $R_{DC} = R_{DB} + R = \frac{R}{3} + R = \frac{4R}{3} = 4\ \Omega$, astfel că intensitatea curentului care circulă prin cele două surse este $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_{DC}} = 6$ A.

Legăm un voltmetru ideal între punctele A și B și scriem legea a II-a a lui Kirckhoff pentru ochiul format din sursa E_1, R_{DB} și voltmetru, astfel că: $E_1 = I\left(r_1 + \frac{R}{3}\right) + U_{BA} \Rightarrow U_{BA} = E_1 - I\left(r_1 + \frac{R}{3}\right) = -1{,}2$ V.

b. Energia disipată în circuitul exterior este: $W_{ext} = R_{DC} I^2 t$, iar energia totală dezvoltată de cele două surse în același interval de timp este: $W_S = (E_1 + E_2)It \Rightarrow \frac{W_{ext}}{W_S} = \frac{R_{DC} \cdot I}{E_1 + E_2} = \frac{R_{DC}}{R_{DC} + r_1 + r_2} = 0{,}8.$

c. Căldura degajată de gruparea în paralel a celor trei rezistoare provine din energia electrică, astfel că: $Q = R_{DB} I^2 t = \frac{R}{3} I^2 t = 10{,}8$ kJ.

65. a. Cum $Q = R_1 I_1^2 t \Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{Q}{R_1 t}} = 2$ A. Deoarece rezistențele R_1 și R_2 sunt legate în paralel, tensiunile la capetele lor sunt egale, astfel că $R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{R_2} = 0{,}5$ A $\Rightarrow I = I_1 + I_2 = 2{,}5$ A

b. Căldura degajată de rezistența R este $Q_R = RI^2 t$. Aflăm rezistența R, scriind legea lui Kirchhoff pentru ochiul format dintr-o baterie prin care circulă un curent cu intensitatea $I/2$ și rezistențele R și R_2, astfel că: $E = \frac{I}{2} r + I_2 R_2 + IR \Rightarrow R = \frac{E - \frac{I}{2} r - I_2 R_2}{I} = 19\ \Omega$. Obținem $Q_R = 71{,}25$ kJ.

c. Puterea debitată de sursele de tensiune este: $P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = E(I/2 + I/2) = EI = 150$ W.

66. a. Din legile lui Kirchhoff $I = I_1 + I_2$ (1); $E_1 = I_1 r_1 + IR \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{r_1} - \frac{IR}{r_1}$ (2) și $E_2 = I_2 r_2 + IR \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{r_2} - \frac{IR}{r_2}$ (3). Introducând (2) și (3) în (1) obținem: $I = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{1 + R\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} = 2{,}5$ A, astfel că energia consumată de rezistența R este $W = RI^2 t = 1125$ J

b. Intensitățile curenților care străbat cele două surse sunt:

$I_1 = \frac{E_1}{r_1} - \frac{IR}{r_1} = 5$ A și $I_2 = \frac{E_2}{r_2} - \frac{IR}{r_2} = -2{,}5$ A

c. Puterea electrică debitată de sursa E_2 este: $P_{s2} = E_2 I_2 = -12{,}5$ W. Deoarece puterea sursei a doua este negativă ea absoarbe putere de la circuitul exterior

d. Deoarece rezistența echivalentă a surselor de tensiune este $r_e = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{1}{3}\ \Omega$,

astfel că randamentul circuitului este $\eta = \frac{R}{R + r_e} = 90\%$

67. a. Energia electrică consumată de rezistorul R_3 este $W_3 = R_3 I_3^2 \Delta t = 9408$ J

b. Din $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - I_3 R_3}{R_1} = 2{,}2$ A

c. Din $I_2 = I - I_1 = 0{,}6$ A, astfel că $E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 = 144$ V

d. Sursele de tensiune sunt echivalente cu o singură baterie cu tensiunea electromotoare $E = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{344}{3}$ V și rezistența internă

$r = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{40}{3}\ \Omega$, astfel că pentru $R'_3 = r$ se va disipa prin rezistența R'_3 o putere maximă egală cu $P_{max} = \frac{E^2}{4r} \approx 246{,}53$ W

68. a. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și rezistența R_2, obținem: $E_2 = -I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = -\frac{E_2}{R_2} \Rightarrow P = R_2 I_2^2 = \frac{E_2^2}{R_2} = 4$ W.

b. Aflăm intensitatea curentului electric prin ramura ce conține sursa E_1 și rezistența R_1 pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursele E_1 și E_2:

$E_1 + E_2 = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + E_2}{R_1} = 5$ A. Căldura degajată prin efect Joule pe cele două rezistențe este $Q = R_2 I_2^2 t + R_1 I_1^2 t = \left[\frac{E_2^2}{R_2} + \frac{(E_1 + E_2)^2}{R_1}\right] t = 16{,}2$kJ

c. Puterea electrică disipată de sursele de tensiune este $P_S = P_{S_1} + P_{S_2} = E_1 R_1 + E_2 I$, unde I reprezintă intensitatea curentului care trece prin bateria E_2. Scriem legea lui Kirchhoff pentru un nod:

$I_1 = I_2 + I \Rightarrow I = I_1 - I_2 = \frac{E_1 + E_2}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = 6$ A $\Rightarrow P_S = 54$ W.

69.a. Calculăm rezistența circuitului exterior $R_{ext} = R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_A = 13{,}2\ \Omega$.

Intensitatea curentului prin circuitul principal este: $I = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{1 + R_{ext}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = 0{,}5$ A

Energia disipată prin efect Joule de rezistorul R în timpul Δt este $W = RI^2 \Delta t = 1320$ J

b. Dacă se anulează curentul electric prin sursa E_1, atunci $I_1=0$ şi curentul electric circulă prin sursa E_2 şi prin rezistoare, astfel că $I' = \frac{E_2}{r_2 + R_{ext}}$. Atunci tensiunea electromotoare a primei surse este $E'_1 = I' R_{ext} = \frac{R_{ext} E_2}{r_2 + R_{ext}} \approx 7{,}33$ V

c. Dacă sursa de tensiune E_2 este scoasă din circuit, intensitatea curentului prin circuitul principal este $I'' = \frac{E_1}{r_1 + R_{ext}}$. Puterea electrică dezvoltată de porțiunea de circuit alcătuită de cele două rezistoare R_1 şi R_2 este:

$$P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I''^2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(\frac{E_1}{r_1 + R_{ext}}\right)^2 \approx 0{,}374 \text{ W}$$

70. a. Căldura disipată prin rezistorul R_3 în timpul Δt este $Q = R_3 I_3^2 \Delta t$. Circuitul exterior are rezistența echivalentă $R_{ext} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8{,}1\ \Omega$, astfel că din legea a doua a lui Kirchhoff pentru un ochi care cuprinde o sursă şi circuitul exterior obținem: $E = \frac{rI_3}{2} + R_{ext} I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{E}{R_{ext} + r/2} = 4$ A $\Rightarrow Q = 28{,}8$ kJ

b. Puterea electrică consumată în circuitul exterior este $P_{ext} = R_{ext} I_3^2 = 129{,}6$ W

c. Randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r} = 90\%$

71. a. Fie figura R 2.4.3. Pe baza legilor lui Kirchhoff: $I_1 = I_2 + I_3$, $E_2 = I_2(R_2 + r_2) - I_3 R_3$, $E_1 = I_1(R_1 + r_1) + I_3 R_3$

$$I_3 = \frac{-\frac{E_2}{R_2 + r_2} + \frac{E_1}{R_1 + r_1}}{1 + R_3\left(\frac{1}{R_2 + r_2} + \frac{1}{R_1 + r_1}\right)} = \frac{2}{21}\text{A}, I_1 = \frac{38}{21}\text{A}, I_2 = \frac{36}{21}\text{A}$$

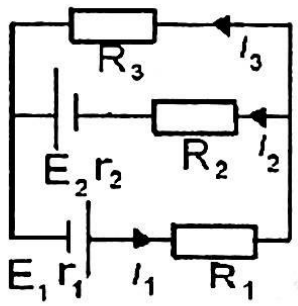


Fig. R 2.4.3

b. Energia electrică disipată pe rezistorul R_1 în timpul Δt este $W_1 = R_1 I_1^2 \Delta t \approx 1964{,}63$ J

c. Puterea electrică disipată pe rezistența internă a sursei E_2 este $P_{E_2} = r_2 I_2^2 \approx 2{,}94$ W

72. a. Puterea electrică disipată de rezistorul R_2 este $P_2 = R_2 I_2^2 = 9$ W

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramura cu sursa E_2 și rezistența R_3 obținem: $E_2 = I_2(R_2 + r_2) + I_3 R_3 \Rightarrow I_3 = \dfrac{E_2 - I_2(R_2 + r_2)}{R_3} = 0{,}2$ A

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod obținem $I_1 + I_3 = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 - I_3 = 0{,}3$ A. Energia electrică consumată de rezistorului R_1 în intervalul de timp Δt este $W_1 = R_1 I_1^2 \Delta t = 864$ J

d. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din ramurile cu sursele E_2 și E_1 obținem:

$E_2 - E_1 = I_2(R_2 + r_2) + I_1(R_1 + r_1) \Rightarrow E_1 = E_2 - I_2(R_2 + r_2) - I_1(R_1 + r_1) = 13$ V

73. a. Din $P_4 = R_4 I_4^2 \Rightarrow I_4 = \sqrt{\dfrac{P_4}{R_4}} = 1$ A. Rezistența R_4 este legată în paralel cu rezistența R_3, astfel că tensiunile la capetele lor sunt egale. Obținem: $R_4 I_4 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \dfrac{R_4 I_4}{R_3} = 2$ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod, obținem: $I = I_3 + I_4 = 3$ A. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_1 și rezistențele R_1 și R_2, astfel că: $E_1 = I_1 R_1 - I_2 R_2$. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod de rețea $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1 \Rightarrow$

$$E_1 = I_1 R_1 - I R_2 + I_1 R_2 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + I R_2}{R_1 + R_2} \approx 2{,}67 \text{ A} \Rightarrow I_2 \approx 0{,}33 \text{ A}$$

b. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa E_2 și rezistențele R_2 și R_3, astfel că obținem: $E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \approx 2{,}67$ V

c. Puterea sursei E_1 este $P_1 = E_1 I_1 \approx 5{,}33$ W.

74. a. Cum $P = R_b I_b^2 \Rightarrow I_b = \sqrt{\dfrac{P}{R_b}} = 2$ A.

b. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa de tensiune E_1 și rezistența R_1, astfel că $E_1 = I_b(r_1 + R_b) + I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - I_b(r_1 + R_b)}{R_1} = 1$ A. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul care conține sursa E_2 și rezistența R_1, astfel că: $E_2 = I_2(r_2 + R_2) - I_1 R_1$. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I_b = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I_b - I_1 = 1$ A $\Rightarrow E_2 = -0{,}5$ V, adică sursa are polaritatea inversată

c. Puterea electrică disipată pe R_1 este $P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 4$ W.

d. Dacă se scoate din circuit ramura cu rezistența R_1, intensitatea curentului care circulă prin bec devine $I'=\dfrac{E_1+E_2}{r_1+r_2+R_b+R_2}\approx 1{,}46$ A

75. a. Din $P_b=R_bI_b^2\Rightarrow I_b=\sqrt{\dfrac{P_b}{R_b}}=2$ A și din $P_1=E_1I_b\Rightarrow E_1=\dfrac{P_1}{I_b}=36$ V

b. Conform legii a doua a lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul cu sursa E_1 și R:
$E_1=I_b(R_b+r_1)+U_{BA}\Rightarrow U_{BA}=E_1-I_b(R_b+r_1)=12\text{ V}\Rightarrow U_{AB}=-12$ V

c. Cum $I=\dfrac{U_{BA}}{R}=1{,}5$ A și conform primei legi a lui Kirchhoff scrisă pentru un nod $I_b=I+I_2\Rightarrow I_2=0{,}5$ A. Conform legii a doua a lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul cu sursa E_2 și R: $E_2=U_{AB}+I_2(R_2+r_2)=12\text{V}\Rightarrow P_{S2}=E_2I_2=6$W

d. Deoarece becul funcționează la aceeași putere nominală, atunci $P_b=R_bI_b^2$ $\Rightarrow I_b=2$ A, astfel prin bec trece un curent electric cu aceeași intensitate. Cum

$$I_b=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2+R_b+R_{2x}}\Rightarrow R_{2x}=\frac{E_1+E_2}{I_b}-r_1-r_2-R_b\Rightarrow R_{2x}=9\ \Omega$$

76. a. Din $P=UI_1\Rightarrow I_1=4$ A și din legea a doua a lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul cu sursa E_1, bec și R_3 obținem $E_1=I_1R_b+IR_3=U+IR_3$, astfel că intensitatea prin rezistorul R_3 este $I=\dfrac{E_1-U}{R_3}=1$ A

b. Din legea lui Kirchhoff scrisă pentru un nod $I_2=I_1-I=3$ A și din legea a doua a lui Kirchhoff scrisă pentru ochiul cu sursele E_1, E_2, bec și rezistorul R_2 obținem $E_1+E_2=U+I_2R_2\Rightarrow E_2=-E_1+U+I_2R_2=10$ V

c. Energia disipată prin efect termic de rezistorul R_3 este $W=R_3I^2t=480$ J

d. Puterea sursei E_1 este: $P_{s1}=E_1I_1=72$ W

77. a. Din legile lui Kirchhoff aflăm intensitățile care circulă prin laturile circuitului. Astfel din $I_1+I_3=I_2$, $E_1=I_1R_1+I_2R_2$ și $E_2=I_2R_2+I_3(R_3+R_4)$ $\Rightarrow I_1=1{,}4$ A, $I_2=1{,}6$ A, $I_3=0{,}2$ A.

b. Pentru a afla tensiunea electrică între punctele A și B montăm între aceste puncte un voltmetru și scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura AB și voltmetru, astfel că: $E_1=U_{AB}-I_3R_3\Rightarrow U_{AB}=E_1+I_3R_3=12{,}8$ V

c. Puterea electrică disipată pe rezistorul R_4 este $P_4=R_4I_3^2=0{,}16$ W

d. Căldura degajată prin efect Joule de rezistorul R_1 în timpul Δt este $Q_1=R_1I_1^2\Delta t=4704$ J

78. a. Din valorile nominale ale intensității curentului și puterii nominale a becului obținem $R_b=\dfrac{P_b}{I_b^2}=4\ \Omega$

b. Din legea lui Kirchhoff pentru un nod $I_1 + I_2 = I_b$ obţinem I_2=1 A şi din legea lui Kirchhoff pentru ochiul cu sursa E_2 şi bec obţinem $E_2 = I_2 r_2 + I_b R_b$=7,5 V

c. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul cu sursa E_1 şi bec obţinem $E_1 = I_1(R + r_1) + I_b R_b$=9 V, astfel că puterea electrică totală dezvoltată de bateria cu t.e.m. E_1 este $P_{t1} = E_1 I_1$=4,5 W

d. Deoarece becul funcţionează la parametri nominali înseamnă că intensitatea prin ramură rămâne aceeaşi, astfel că $I = I_b$.

Din $E_1 = I_b(R_1 + r_1 + R_b) \Rightarrow R_1 = \frac{E_1}{I_b} - r_1 - R_b$=1Ω, astfel că randamentul circuitului este $\eta = \frac{R_1 + R_b}{R_1 + R_b + r_1} \approx 83{,}33\%$

79.a. În intervalul de timp considerat comutatorul k_1 este deschis, iar comutatorul k_2 este închis, astfel că intensitatea curentului este $I_1 = \frac{E_2}{R + r_2}$, astfel că energia electrică consumată de rezistor este $W = RI_1^2 \Delta t = R\frac{E_2^2}{(R + r_2)^2}\Delta t$ =2,4 kJ

b. Randamentul circuitului în intervalul de timp cerut este $\eta = \frac{R}{R + r_2}$=80%

c. În intervalul de timp $t \in (t_0, t_1)$ în care comutatorul k_1 este deschis, iar comutatorul k_2 este închis intensitatea curentului este I_1=1 A.
În intervalul de timp $t \in (t_1, t_2)$ în care ambele comutatoare sunt închise, sursele sunt legate în paralel, astfel că parametrii sursei echivalente sunt: $E_p = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ şi $r_p = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$, astfel că noua intensitate este $I_2 = \frac{E_p}{R + r_p} \approx 1{,}55$ A

În intervalul de timp $t \in (t_2, t_3)$ în care comutatorul k_2 se deschide prin consumator nu mai trece curent electric, astfel că I_3=0.
Reprezentarea grafică a dependenţei intensităţii curentului electric care străbate rezistorul R în funcţie de timp pe intervalul de timp cosiderat este redată grafic în figura R 2.4.4.

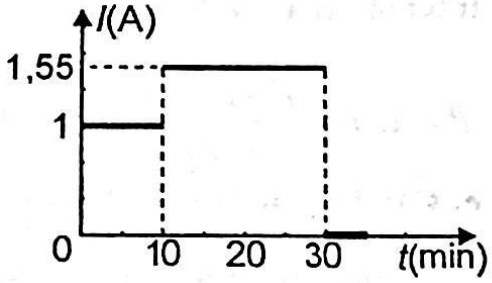


Fig. R. 2.4.4

d. Sursa cu tensiunea electromotoare E_2 furnizează putere maximă unui consumator numai dacă $R = r_2$, astfel că puterea maximă furnizată consumatorului este $P_{max} = \frac{E_2^2}{4r_2}$=6,25 W

80. a. Când K deschis randamentul este: $\eta = \frac{R_1}{R_1 + r_1 + r_2}$, astfel că rezistența electrică a rezistorului R_1 este $R_1 = \eta \frac{(r_1 + r_2)}{1 - \eta} = 40\ \Omega$

b. Când comutatorul K este deschis intensitatea este $I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + r_1 + r_2} = 2{,}1\ \text{A}$

c. Când K este închis din legile lui Kirchhoff obținem pentru un nod $I_2 = I_1 + I_3$ (1) și pentru ochiuri: $E_2 = I_2 r_2 + I_3 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2}{r_2} - \frac{I_3 R_2}{r_2}$ (2),

$E_1 = I_1(R_1 + r_1) - I_3 R_2 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{R_1 + r_1} + \frac{I_3 R_2}{R_1 + r_1}$ (3).

Introducem (2) și (3) în (1) și obținem:

$$\frac{E_2}{r_2} - \frac{I_3 R_2}{r_2} = \frac{E_1}{R_1 + r_1} + \frac{I_3 R_2}{R_1 + r_1} + I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{\frac{E_2}{r_2} - \frac{E_1}{R_1 + r_1}}{1 + \frac{R_2}{R_1 + r_1} + \frac{R_2}{r_2}} = 1\ \text{A},\ I_2 = 3\ \text{A}\ I_1 = 2\ \text{A}$$

Puterea electrică disipată de rezistorul R_1 este $P_1 = R_1 I_1^2 = 160\ \text{W}$

d. Când comutatorul K este închis, atunci tensiunea la bornele rezistorului R_2 este $U_2 = R_2 I_3 = 30\ \text{V}$

81. a. Energia electrică disipată în rezistorul R_1 în intervalul de timp Δt este $W = R_1 I_1^2 \Delta t = \frac{E_1^2 \Delta t}{R_1} = 32{,}4\ \text{kJ}$, deoarece $I_1 = \frac{E_1}{R_1}$

b. Când comutatorul K este deschis prin bateria E_2 circulă un curent cu intensitatea $I = \frac{E_1 + E_2}{R_3}$, astfel că puterea totală a bateriei E_2 este

$$P = E_2 I = \frac{E_2(E_1 + E_2)}{R_3} = 54\ \text{W}$$

c. Când comutatorul K este deschis un voltmetru ideal conectat între punctele A și B indică $U_{AB} = E_1 + E_2 = 18\ \text{V}$

d. Când comutatorul K este închis intensitatea curentului care circulă prin bateria E_2 este I_2', astfel că $I_2' = I_2 + I$, unde I_2 este intensitatea curentului care circulă prin rezistența R_2 iar I este intensitatea curentului care circulă prin rezistența R_3. Astfel obținem $I_2' = \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1 + E_2}{R_3}$

Puterea totală a bateriei E_2 este $P_{s2}' = E_2 I_2' = E_2\left(\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_1 + E_2}{R_3}\right) = 102\ \text{W}$

82. a. Când comutatorul K este deschis $W = RI^2t \Rightarrow R = \frac{W}{I^2t}$=9 Ω. Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura care conține sursa E_1 și latura care cuprinde rezistențele R_1 și R_2 obținem: $E_1 = I(R + R_A) - I_1(R_1 + R_2) \Rightarrow I_1$=0,8A.
Din legea lui Kirchhoff pentru un nod de rețea obținem $I_2 = I + I_1$ =1,8 A.
Din legea lui Kirchhoff pentru ochiul format din latura care conține sursa E_2 și latura care cuprinde rezistențele R_1 și R_2 obținem: $E_2 = I_1(R_1 + R_2) + I_2R_3$. Astfel E_2=13,4 V
b. Puterea electrică dezvoltată în rezistorul R_1 când comutatorul este deschis este $P_1 = R_1I_1^2$ =1,6 W
c. Când comutatorul K este închis rezistența R_2 este șuntată. Scriem legile lui Kirchhoff și formăm un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute. Obținem: $I_2' = I' + I_1'$ (1), $E_1 = I'(R + R_A) - I_1'R_1$ (2) și $E_2' = I_1'R_1 + I_2'R_3$ (3). Din rezolvarea sistemului de ecuații obținem: I_1'=2,048 A, I'=0,712 A și $I_2' \approx$2,76 A$\Rightarrow$ intensitatea indicată de ampermetru când comutatorul K este închis este I'=0,712 A.
d. Variația tensiunii pe ampermetru la închiderea comutatorului este $\Delta U_A = R_A(I' - I) = -0,288$ V

83. a. Conform legilor lui Kirchhoff obținem pentru un nod $I = I_1 + I_2$ și pentru ochiuri: $E_0 = I(R_0 + r_0) + I_2R_2$, $E_1 = -I_1R_1 + I_2R_2$, astfel că obținem:

$$I_2 = \frac{\frac{E_0}{R_0 + r_0} + \frac{E_1}{R_1}}{1 + R_2\left(\frac{1}{R_0 + r_0} + \frac{1}{R_1}\right)} = \frac{E_0R_1 + E_1(R_0 + r_0)}{R_1(R_0 + r_0) + R_2(R_1 + R_0 + r_0)} \Rightarrow I_1 = \frac{I_2R_2 - E_1}{R_1} \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{E_0R_2 - E_1(R_0 + r_0 + R_2)}{R_1(R_0 + r_0) + R_2(R_1 + R_0 + r_0)} = \frac{3(R_2 - 25)}{100(25 + R_2)}$$

b. Deoarece curentul prin sursa E_1 este nul, atunci: $I_1 = 0 \Rightarrow R_2 = \frac{E_1(R_0 + r_0)}{E_0 - E_1}$

$\Rightarrow R_2$=25 Ω

c. Deoarece prin rezistența R_2 circulă curentul cu intensitatea $I_2 = \frac{E_1}{R_2}$ atunci energia disipată de acesta este $W_{R_2} = R_2I_2^2t = \frac{E_1^2t}{R_2}$=54 J

d. Cum $I_1 = 0 \Rightarrow I = I_2 \Rightarrow P_{R_0} = R_0I^2 = R_0I_2^2 = \frac{R_0E_1^2}{R_2^2}$=176,4 mW

84. a. Energia electrică consumată de rezistorul R_3 în intervalul de timp Δt este $W_3 = R_3 I_3^2 \Delta t$ =21,6 kJ

b. Conform legilor lui Kirchhoff obţinem: $E_3 = I_2(R_2 + r_3) + I_3 R_3 \Rightarrow I_2$=1 A şi din $I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1$=2 A.

c. Din $E_1 + E_2 = I_1(R_1 + r_1) + I_3 R_3$ obţinem: E_2=36 V.

d. Puterea totală disipată pe rezistoare este $P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2$ =109 W

85. a. Deoarece sursele de tensiune 1 şi 3 sunt identice, prin ele circulă curenţi cu aceeaşi intensitate, astfel că: $I_1 = I_3$. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod: $I_2 = I_1 + I_3 = 2I_1$. Scriem legea lui Kirchhoff pentru ochiul format de sursele E_1 şi E_2: $E_1 + E_2 = I_1 r_1 + 2I_1(R + r_2) \Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 + E_2}{2R + r_1 + 2r_2} = 1$ A $\Rightarrow I_3 = 1$ A şi $I_2 = 2$ A.

b. Calculăm puterile disipate de rezistenţele din circuit $P_R = RI_2^2 = 16$ W; $P_{r_2} = r_2 I_2^2 = 4$ W; $P_{r_1} = P_{r_3} = r_1 I_1^2 = 2$ W $\Rightarrow P = P_R + P_{r_1} + P_{r_2} + P_{r_3} = 24$ W.

c. Calculăm puterea surselor: $P_{S1} = E_1 I_1 = 9$ W şi $P_{S2} = E_2 I_2 = 6$ W $\Rightarrow$ $P_S = P_{S1} + P_{S2} = P = 24$ W. Observăm că $P_S = P$, ceea ce arată ca puterea totală furnizată de sursele de tensiune este disipată de rezistenţele circuitului (bilanţul puterilor).

d. Sursele 1 şi 3 sunt legate în paralel şi deoarece sursele sunt identice, parametrii sursei echivalente sunt $E_p = E_1$=9 V şi $r_p = \dfrac{r_1}{2}$=1 Ω. Sursa echivalentă este legată în serie cu sursa a doua astfel că sursa totală echivalentă are parametrii $E_e = E_p + E_2$=12 V şi $r_e = r_p + r_2$=2 Ω. Sursa echivalentă alimentează rezistenţa R, astfel că randamentul circuitului este $\eta = \dfrac{R}{R + r_e} \approx 66{,}66\%$

86. a. Scriem legile lui Kirchhoff şi formăm un sistem de trei ecuaţii cu trei necunoscute pe care-l rezolvăm: $I_3 = I_1 + I_2$ (1);

$$E_2 - E_1 = -I_2(R_2 + r_2) + I_1(R_1 + r_1) \Rightarrow 4 = 20I_1 - 6I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{2 + 3I_2}{10} \quad (2);$$

$$E_3 - E_2 = I_3(R_3 + R_4 + r_3) + I_2(R_2 + r_2) \Rightarrow 10 = 20I_3 + 6I_2 \Rightarrow I_3 = \frac{5 - 3I_2}{10} \quad (3);$$

Introducând (2) şi (3) în (1), obţinem I_2 =0,1875 A; $I_1 \approx 0{,}257$ A şi $I_3 \approx 0{,}444$ A.

b. Calculăm puterile disipate de toate rezistenţele din circuit: $P_{R_1} = R_1 I_1^2 \approx 1{,}3$W, $P_{R_2} = R_2 I_2^2 \approx 0{,}2039$ W, $P_{R_3} = R_3 I_3^2 \approx 1{,}969$ W, $P_{R_4} = R_4 I_3^2 \approx 1{,}89$ W, $P_{r_1} = r_1 I_1^2 \approx 0{,}013$ W, $P_{r_2} = r_2 I_2^2 \approx 0{,}007$ W şi $P_{r_3} = r_3 I_3^2 \approx 0{,}0787$ W. Puterea totală disipată de aceste rezistenţe este suma lor, adică $P \approx 5{,}4616$W.

c. Calculăm puterile surselor: $P_3 = E_3 I_3 = 8{,}875$ W, $P_2 = -E_2 I_2 = -1{,}875$ W şi $P_1 = -E_1 I_1 = -1{,}5375$ W, astfel că puterea totală a surselor este $P_S = P_3 + P_2 + P_1 = 5{,}4625$ W. Observăm că prin bateriile 1 şi 2 curentul circulă prin interiorul acestora de la borna pozitivă spre cea negativă şi din această cauză aceste surse consumă energie, iar puterile lor sunt negative. Deoarece $P_S \approx P$ înseamnă că suma algebrică a puterilor surselor reprezintă puterea disipată pe rezistenţele din circuit

d. Dacă se deconectează ramura cu sursa E_2 intensitatea curentului prin circuit este $I = \dfrac{E_3 - E_1}{r_3 + R_3 + R_4 + R_1 + r_1} = 0{,}35$ A

87. a. Puterea electrică furnizată de sursa E_3 este $P_{S_3} = -E_3 I_3$. Intensitatea curentului care circulă prin sursa E_3 se află din legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din laturile pe care se află sursele E_1 şi E_3: $E_1 - E_3 = I_1(R_1 + r_1) + I_3 r_3 \Rightarrow I_3 = [E_1 - E_3 - I_1(R_1 + r_1)]/r_3 = 1{,}5$ A $\Rightarrow P_{S3} = -4{,}5$ W. Semnul minus ne arată că sursa nu furnizează putere circuitului electric ci absoarbe putere de la acesta.

b. Din legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul format din laturile pe care se află sursele E_2 şi E_3 obţinem:

$E_2 - E_3 = I_2(R_2 + r_2) + I_3 r_3 \Rightarrow E_2 = E_3 + I_2(R_2 + r_2) + I_3 r_3$.

Din legea lui Kirchhoff pentru un nod obţinem intensitatea I_2 astfel că $I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 - I_1 = 1{,}25$ A $\Rightarrow E_2 = 20$ V

c. Energia consumată împreună de către reziszoarele R_1 şi R_2 în timpul Δt este $W = (R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2)\Delta t = 18{,}075$ kJ

d. Dacă un fir metalic ideal se leagă la bornele sursei E_3, indicaţia ampermetrului ideal este $I'_A = \dfrac{E_1}{R_1 + r_1} \approx 0{,}66$ A

88.a. Din $P = UI \Rightarrow I = \dfrac{P}{U} = 2$ A şi din $r_e = \dfrac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + r_3 = 3$ Ω detrminăm tensiunea generatorului echivalent $E_e = I(r_e + R) = Ir_e + U = 15$ V

b. Din $R = \dfrac{U}{I} = 4{,}5$ Ω obţinem randamentul circuitului $\eta = \dfrac{R'}{R + r} = 60\%$

c. Utilizând formula randamentului de fierbere $\eta_1 = \dfrac{Q_u}{Q_c} \Rightarrow Q_c = Pt \Rightarrow t = \dfrac{Q_u}{\eta_1 P}$

$\Rightarrow t = 2625$ s

d. Cum tensiune echivalentă a surselo E_1 şi E_2 este $E_p = \dfrac{\dfrac{E_1}{r_1} + \dfrac{E_2}{r_2}}{\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}} = \dfrac{E_1 + E_2}{2} = 5$V

atunci tensiunea E_3 este $E_3 = E_e - E_p = 10$ V

89. a. Intensitatea curentului electric prin circuitul principal este $I=2I_0$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursa de tensiune E şi un acumulator: $E-E_0=I(R+r)+I_0r_0 \Rightarrow R=\dfrac{E-E_0-I_0r_0}{2I_0}-r=1{,}5\ \Omega$

b. Puterea dezvoltată de sursă este $P_s=EI=96$ W

c. Puterea disipată prin efect Joule în întregul circuit este $P_J=P_R+P_r+2P_{r_0}$

Obţinem $P_J=RI^2+rI^2+2r_0I_0^2=48$ W

d. Purerile acumulatoarelor este $P_{E_0}=-E_0I_0=-24$ W, deoarece acestea se încarcă şi prin ele circulă curent de la plus la minus, astfel că ele absorb putere de la sursa E şi nu furnizează putere circuitului. Puterea totală a surselor este $P=P_s+2P_{E_0}=EI-2E_0I_0=48$ W.

Astfel $P=P_J$ reprezintă bilanţul puterilor.

90. a. Prin legarea a „n" surse în serie: $I_s=\dfrac{nE}{R+nr} \Rightarrow P_S=RI_s^2=\dfrac{Rn^2E^2}{(R+nr)^2}$

şi prin legarea în paralel a „n" surse: $P_P=RI_P^2=\dfrac{Rn^2E^2}{(nR+r)^2}$, deoarece $E_p=E$

şi $r_p=\dfrac{r}{n}$, iar $I_p=\dfrac{E_p}{R+r_p}=\dfrac{nE}{nR+r}$

Cum $P_S=P_P \Rightarrow (R+nr)^2=(nR+r)^2 \Rightarrow R=r$.

b. În cazul conectării unei singure surse $P_1=\dfrac{RE^2}{(R+r)^2}=\dfrac{E^2}{4r}$ şi în oricare din situaţiile de la punctul anterior, $P=\dfrac{n^2E^2}{(n+1)^2r} \Rightarrow \dfrac{P_1}{P}=\dfrac{(n+1)^2}{4n^2} \Rightarrow P_1=90$ W

c. Din raportul $\dfrac{P_n}{P_S}=\dfrac{n^2}{(n+1)^2}\dfrac{36}{25} \Rightarrow \dfrac{160}{250}=\dfrac{36n^2}{25(n+1)^2} \Rightarrow 4=\dfrac{6n}{n+1} \Rightarrow n=2$

d. Din puterea disipată de o sursă pe rezistorul R, $P_1=\dfrac{E^2}{4r} \Rightarrow E=\sqrt{4nP_1}=60$ V

91. a. Prin definiţie, valoarea energiei electrice printr-un rezistor R este: $W_{el}=RI^2t=R\dfrac{E^2}{(R+r)^2}t=40{,}5$ kJ

b. Tensiunea la bornele sursei este $U=E-Ir=RI=R\dfrac{E}{R+r}$.

Cum $U=\dfrac{E}{5} \Rightarrow \dfrac{E}{5}=\dfrac{RE}{R+r} \Rightarrow R+r=5R \Rightarrow R=\dfrac{r}{4}=1{,}25\ \Omega$.

c. Prin definiție randamentul transferului de putere este $\eta = \frac{P_u}{P_c}$, unde P_u reprezintă puterea utilă disipată de sursă pe circuitul exterior și este $P_u = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$ și P_c este puterea consumată de sursă, adică:

$$P_c = EI = \frac{E^2}{R+r} \Rightarrow \eta = \frac{R}{R+r} = 20\%$$

d. Puterea maximă debitată de sursă pe circuitul exterior se obține când $R=r$ și în acest caz $P_{max} = \frac{E^2}{4r}$. Cum $P = \frac{1}{4}P_{max} \Rightarrow \frac{RE^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{16r} \Rightarrow R^2 - 14rR + r^2 = 0$.

Soluțiile sunt: $R_1 \approx 0{,}072r$ și $R_2 \approx 13{,}928r$.

92. a. Din $P = (R_1 + R_2)I^2 = R_1I^2 + R_2I^2 = U_1I + R_2I^2$, astfel intensitatea curentului care circulă prin cele două rezistențe este $I = \frac{-U_1 + \sqrt{U_1^2 + 4PR_2}}{2R_2}$ =1,2 A. Astfel rezistența R_1 este $R_1 = \frac{U_1}{I}$ =10 Ω

b. Din $k = \frac{P_{ext}}{P_s} = \frac{(R_1+R_2)I^2}{EI} = \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+r} \Rightarrow r = \frac{(R_1+R_2)(1-k)}{k}$ =6,25 Ω și $E = I(R_1 + R_2 + r)$=37,5 V

c. Puterea disipată de sursa de tensiune este $P_r = rI^2$ =9 W

d. Pentru a măsura tensiunea la bornele rezistorului R_1 se leagă în paralel cu acesta voltmetrul, astfel că rezistența circuitului exterior este $R_e = \frac{R_1R_V}{R_1+R_V} + R_2$ =20 Ω.

Indicația voltmetrului este $U_V = \frac{R_1R_V}{R_1+R_V} \cdot \frac{E}{R_e + R_2 + r} \approx 7{,}14$ V

93. a. Sursa echivalentă are parametrii: $E_s = nE$ =120 V și $r_s = nr$ =10 Ω

b. $P = RI^2 = \frac{RE_s^2}{(R+r_s)^2} \Rightarrow PR^2 + R(2Pr_s - E_s^2) + Pr_s^2 = 0 \Rightarrow R^2 - 20R + 100 = 0$

$\Rightarrow R$=10 Ω

c. Randamentul circuitului electric este $\eta = \frac{R}{R+r_s}$ =50%

d. Dacă în paralel cu rezistorul existent în circuit se conectează unul identic intensitatea curentului prin circuitul exterior devine $I' = \frac{nE}{\frac{R}{2} + nr}$ =8 A, astfel că puterea totală furnizate de baterie cicuitului este $P_s = nEI'$ =960 W

94.a. Din $I_2R_2 = I_3R_3 \Rightarrow I_3 = \frac{I_2R_2}{R_3}$=2 A şi prin circuitul principal intensitatea curentului este $I_1 = I_2 + I_3$=5 A

b. Rezistenţa circuitului exterior este $R_{ext} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$=4,4 Ω. Tensiunea electromotoare este $E = I_1(R_{ext}+r)$=25 V, iar intensitatea curentului de scurtcircuit al sursei este $I_{sc} = E/r \approx 41{,}66$ A

c. Puterea disipată de sursă în circuitul exterior este $P = R_{ext}I_1^2$=110 W

d. Puterea maximă debitată pe circuitul exterior se obţine când $R = r$, astfel că valoarea maximă a puterii debitate este $P_{max} = \frac{E^2}{4r}$.

Deoarece puterea debitată în circuitul exterior este $P=kP_{max}$ obţinem $\frac{kE^2}{4r} = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \Rightarrow kR^2 + 2Rr(k-2) + kr^2 = 0 \Rightarrow R = r\frac{2-k\pm 2\sqrt{1-k}}{k}$. Soluţiile sunt R_1=0,2 Ω şi R_2=1,8 Ω

95. a. Scriem expresiile puterilor pe cele două becuri (fig R 2.4.5): $P_1 = UI_1$ şi $P_2 = UI_2 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{U}$ şi $I_2 = \frac{P_2}{U}$, astfel că $I = I_1 + I_2 = \frac{P_1+P_2}{U.}$. Cum $E = I(R+r)+U \Rightarrow$ $E = \frac{(P_1+P_2)}{U}(R+r)+U \Rightarrow U^2 - EU + (P_1+P_2)(R+r) = 0$.

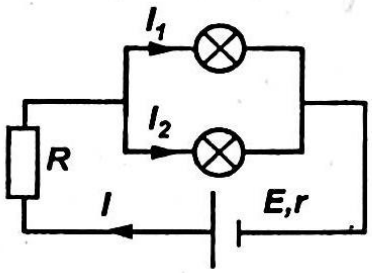


Fig. R 2.4.5

Introducem valorile şi obţinem:

$U^2 - 24U + 144 = 0 \Rightarrow U = 12\text{ V} \Rightarrow I = \frac{E-u}{R+r} = 5\text{ A}.$

b. Rezistenţa echivalentă a grupării de becuri este $R_e = \frac{U}{I} = 2{,}4\ \Omega.$

c. Raportul dintre puterea circuitului exterior şi puterea totală a bateriei este $\frac{P_{ext}}{P_S} = \frac{R_{ext}I^2}{EI} = \frac{(R_e+R)I}{E} \approx 0{,}9$

96. a. Deoarece voltmetrul este ideal intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{E}{R+r}$=5 A. Din $R = \frac{\rho AB}{S}$ şi $R_{AC} = \frac{\rho AC}{S}$ prin împărţire obţinem $\frac{R}{R_{AC}} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow R_{AC} = \frac{R\cdot AC}{AB} = \frac{R}{5}$=1 Ω, astfel că $U_{AC} = R_{AC}I$=5 V

b. Când cursorul se deplasează de la *A* la *B* voltmetrul indică o tensiune cuprinsă între valoarea zero şi valoarea maximă $U_{AB} = RI$ =25 V

c. Din $P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}}$ =2 A, astfel că $U_1 = R_1 I_1$=12 V. Cum $U_1 = XI_2 \Rightarrow I_2 = \frac{R_1 I_1}{X}$, astfel că prin circuitul principal intensitatea este $I = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{R_1 I_1}{X} = \frac{I_1(X + R_1)}{X}$. Din $E = I(r + R - X) + U_1 \Rightarrow$ $E - U_1 = I_1 \frac{X + R_1}{X}(r + R - X) \Rightarrow X^2 + 9X - 36 = 0 \Rightarrow X$ =3 Ω

d. Rezistența circuitului exterior este $R_e = R - X + \frac{R_1 X}{R_1 + X}$ =4 Ω, iar I=6 A, astfel că puterea absorbită de circuitul exterior este $P = R_e I^2$=144 W

97.a. Din $P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2} \Rightarrow PR^2 + R(2PR - E^2) + \mathrm{Pr}^2 = 0$ obținem soluțiile $R = \frac{E^2}{2P}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\,\mathrm{Pr}}{E^2}}\right) - r \Rightarrow R_1$=22,5 Ω și R_2=0,1 Ω

b. Raportul intensităților curenților electrici prin reostate este $\frac{I_1}{I_2} = \frac{E}{R_1 + r}\frac{R_2 + r}{E} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}$=15 Ω

c. Din relația $E = I[r + (1 - f)R] + U_0 \Rightarrow I = \frac{E - U_0}{r + (1 - f)R}$=0,3 A

d. Rezistența reostatului legată în paralel cu becul este $R' = fR$, astfel că prin aceasta circulă un curent cu intensitatea $I' = \frac{U_0}{R'} = \frac{U_0}{fR} \approx 93{,}33$ mA, astfel că prin bec trece un curent ci intensitatea $I_0 = I - I' \approx 206{,}67$ mA, astfel că puterea absorbită de bec este $P_0 = U_0 I_0 \approx 723$ mW

98. a. Calculăm rezistența echivalentă când cursorul C împarte rezistența R a potențiometrului în două părți egale. $R_{eNC} = \frac{R}{3}$ se obține legând rezistența R cu $R/2$ în paralel. Rezistența R_{eNM} se obține legând rezistența R_{eNC} cu $R/2$ în serie, astfel că $R_{eNM} = R_{eNC} + \frac{R}{2} = \frac{R}{3} + \frac{R}{2} = \frac{5R}{6} \Rightarrow I_{MC} = \frac{U_0}{R_{eNM}} = \frac{6U_0}{5R}$.

b. Puterea dezvoltată în circuitul exterior când cursorul se află la jumătatea rezistorului potențiometrului este: $P_{ext} = R_{eNM} I_{MC}^2 = \frac{6U_0^2}{5R}$. Calculăm puterea

disipată de rezistența de sarcină R, astfel că: $P_R = \frac{U_{NC}^2}{R}$, unde

$$U_{NC} = R_{eNC} I = \frac{2U_0}{5} \Rightarrow P_R = \frac{4U_0^2}{25R} \Rightarrow \frac{P_R}{P_{ext}} = \frac{2}{15} \approx 0{,}133.$$

c. Cum $f = \frac{R_{MC}}{R_{NC}} \Rightarrow R_{MC} = fR_{NC} \Rightarrow R = R_{MC} + R_{NC} = (1+f)R_{NC} \Rightarrow R_{NC} = \frac{R}{1+f}$ și $R_{MC} = \frac{fR}{1+f}$. Astfel că: $R_{eNC} = \frac{R_{NC}R}{R_{NC}+R} = \frac{fR}{2f+1} \Rightarrow U_{NC} = R_{eNC} I = \frac{RI}{f+2} = \frac{U_0}{2}$ și $U_{CM} = R_{MC} I = \frac{fRI}{1+f} = \frac{U_0}{2}$. Din cele două egalități rezultă: $\frac{RI}{f+2} = \frac{fRI}{1+f} \Rightarrow$

$$f^2 + f - 1 = 0 \Rightarrow f = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618.$$

99. a. Observăm că rezistențele R_2 și R_3 sunt legate în paralel astfel că rezistența lor echivalentă este: $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 30\ \Omega$. Cum puterea disipată pe circuitul exterior este $P = (R_{23} + R_1)I^2 = R_{23}I^2 + R_1 I^2$, iar $U_1 = R_1 I$ obținem $P = R_{23} I^2 + U_1 I \Rightarrow 30I_1^2 + 90I - 300 = 0 \Rightarrow I^2 + 3I - 10 = 0 \Rightarrow I = 2\text{A}$

b. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul format din sursă și rezistența R_{23} înseriată cu R_1 obținem: $E = IR_{23} + IR_1 = IR_{23} + u_1 = I(R_{23} + R_1 + r)$ $\Rightarrow E$=160 V. Astfel puterea sursei este $P = EI$ =320 W.

c. Rezistența circuitului exterior este $R_{ext} = R_{23} + R_1 = R_{23} + \frac{U_1}{I} = 75\ \Omega$, astfel că energia consumată de circuitul exterior este $W = R_{ext} I^2 t$ =90 kJ

d. Prin definiție randamentul circuitului este:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{R_{ext} I^2}{EI} = \frac{R_{ext} I}{(R_{ext} + r)I} = \frac{R_{ext}}{R_{ext} + r} = 93{,}75\%$$

100. a. Pe baza definiției: $Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{Q} t_1$ și analog din $Q = \frac{U^2}{R_2} t_2 \Rightarrow$ $R_2 = \frac{U^2 t_2}{Q}$. Dacă rezistențele se leagă în serie: $R_S = R_1 + R_2 = \frac{U^2}{Q}(t_1 + t_2) \Rightarrow$

$$Q = \frac{U^2 t_s}{R_s} \Rightarrow t_s = \frac{QR_s}{U^2} \Rightarrow t_s = t_1 + t_2 = 50\ \text{min}.$$

b. Dacă rezistențele se leagă în paralel, rezistența lor echivalentă este

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{Q} \cdot \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow Q = \frac{U^2 t_p}{R_p} \Rightarrow t_p = \frac{QR_p}{U^2} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12\ \text{min}.$$

c. Presupunem că firul poate suporta curentul dat fară să se topească şi calculăm căldura furnizată de curentul electric: $Q = R_m I^2 \tau$, unde R_m este valoarea medie a rezistenţei. Cum $R = R_o(1+\alpha t)$, deoarece rezistenţa depinde liniar de temperatură, valoarea medie a rezistenţei se calculează prin media aritmetică a valorilor de a capetele intervalului de temperatură (t_1, t_2), astfel că: $R_m = \frac{R_0(1+\alpha t_1)+R_0(1+\alpha t_f)}{2} = R_0\left[1+\frac{\alpha(t_1+t_f)}{2}\right]$ cu rezistenţa la 0°C, $R_0 = \frac{\rho_0 \ell}{S}$

astfel că, $Q = \frac{\rho_0 l}{S} I^2 \tau\left[1+\frac{\alpha(t_1+t_f)}{2}\right] = 1263{,}6$ J.

Datorită pierderilor de căldură, nu toată căldura furnizată de trecerea curentului electric se transformă în căldură care să ducă la încălzirea rezistenţei, astfel că cea utilă este $Q_u = (1-f)Q = 1137{,}24$ J.

Calculăm căldura necesară rezistenţei să ajungă la temperatura de topire: $Q' = mc(t_f - t_{12}) = dS\ell c(t_f - t_1)$, deoarece $m = dS\ell \Rightarrow Q' = 1871{,}1$ J.

Deoarece $Q' > Q_u$ înseamnă că rezistenţa nu ajunge la temperatura de topire dacă prin ea trece un curent cu intensitatea I în timpul τ şi prin urmare suportă curentul fără să se topească.

101. a. Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, atunci $R = r = 1{,}1\ \Omega$.

b. Cum $P = RI_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P}{R}} = 5$ A. Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $E = I_1(R_{AB}+r) = I_1(R+r) \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R+r} = 10$ A. Conform legii lui Kirchhoff pentru un nod de reţea: $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 = 5$ A.

c. Scriem legile lui Kirchhoff pentru cele două ochiuri de reţea şi obţinem: $E = I_1(R_1+r) + I_3 R_3 \Rightarrow 22 = 10\cdot(R_1+1{,}1) + 5R_3 \Rightarrow R_1 = 1{,}1 - 0{,}5R_3$.

Cum $R_1 \geq 0 \Rightarrow 1{,}1 - 0{,}5R_3 \geq 0 \Rightarrow R_3 \leq 2{,}2\ \Omega$.

Din $I_2(R+R_2) - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow 5(1{,}1+R_2) = 5R_3 \Rightarrow R_2 = R_3 - 1{,}1$ şi $R_2 \geq 0 \Rightarrow$

$R_3 \geq 1{,}1\ \Omega \Rightarrow R_3 \in [1{,}1\Omega; 2{,}2\Omega]$

d. Utilizăm formula rezistenţei electrice $R = \frac{\rho\ell}{S}$ (1). Calculăm căldura furnizată rezistenţei R de trecerea curentului electric, dacă se neglijează pierderile de căldură, astfel că $Q = P\tau$. Dar această căldură se mai scrie $Q = mc(t - t_0) = mct$, deoarece temperatura iniţială este t_0=0.

Cum $m = dS\ell \Rightarrow P\tau = dS\ell ct$, iar cum rezistenţa este:

$R = R_0(1+\alpha t)$ şi $R = R_0(1+f) \Rightarrow 1+f = 1+\alpha t \Rightarrow t = \frac{f}{\alpha} \Rightarrow P\tau = dSlc\frac{f}{\alpha}$ (2)

Înmulțim (1) cu (2) și obținem: $P\tau R = d\ell^2 \rho c \frac{f}{\alpha} \Rightarrow \ell = \sqrt{\frac{PR\alpha\tau}{d\rho cf}} \approx 52{,}14$ m.

Împărțim (1) cu (2) și obținem: $\frac{R}{P\tau} = \frac{\rho\alpha}{dS^2 cf} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{P\rho\alpha\tau}{dcfR}} \approx 0{,}95$ mm².

102. a. Puterea absorbită de circuitul exterior este: $P = R_{ext} I^2 = R_{ext}\left(\frac{E}{R_{ext}+r}\right)^2$

$\Rightarrow 968 = \frac{110^2 R_{ext}}{(R_{ext}+r)^2} \Rightarrow 2R_{ext}^2 - 17R_{ext} + 8 = 0$. Soluțiile sunt: $R'_{ext} = 0{,}5$ Ω și $R_{ext} = 8$ Ω. Deoarece $R_{ext}=R_{AC}+R_{CD}=R+R_{CD} \Rightarrow R_{ext}>R \Rightarrow R_{ext}>7$ Ω, atunci valoarea rezistenței exterioare este $R_{ext}=8$ Ω.

Conform legii lui Ohm pentru un circuit electric simplu: $I = \frac{E}{R_{ext}+r} = 11$ A.

Aflăm rezistența echivalentă a hexagonului $R_{CD} = R_{ext} - R = 1$ Ω, astfel că puterea totală disipată în laturile hexagonului este $P_{CD} = R_{CD} I^2 = 121$ W.

b. $U_{CD} = IR_{CD} = 11$ V, conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit. Aflăm rezistența echivalentă a hexagonului. Astfel $R_{CF} = 2r/3$, iar $R_{CFD} = R_{CF} + r = 5r/3$, deoarece ramura cu rezistența $2r$ este legată în paralel cu rezistența r, iar gruparea lor este legată în serie cu rezistența r. Din motive de simetrie $R_{CFD} = R_{CGD}$. Observăm că R_{CFD}, R_{CGD} și r sunt legate în paralel:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_{CFD}} + \frac{1}{R_{CGD}} + \frac{1}{r} = \frac{2}{R_{CFD}} + \frac{1}{r} \Rightarrow R_{CD} = \frac{5r}{11} \Rightarrow r = \frac{11R_{CD}}{5} \Rightarrow r=2{,}2\ \Omega.$$

c. Conform legii lui Kirchhoff pentru nodul D: $I_1 + I_2 + I_3 = I$ (fig R 2.4.6), cu $I_1 = I_2$ din motive de simetrie. Dar $I_3 = \frac{U_{CD}}{r} = 5$ A $\Rightarrow$

$2I_1 = I - I_3 \Rightarrow I_1 = \frac{I - I_3}{2} = 3$ A și $I_2 = 3$ A.

Pe baza legii lui Kirchhoff pentru nodul F: $I_1 = I_4 + I_5$.

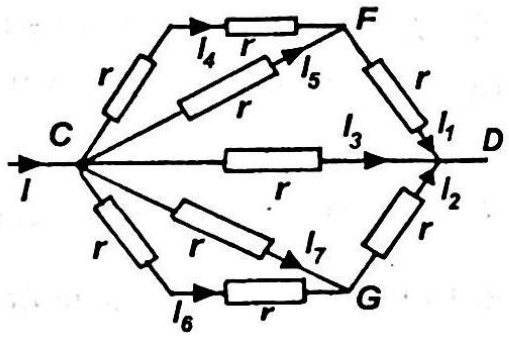


Fig. R 2.4.6

Cum $U_{CF} = 2rI_4 = rI_5 \Rightarrow I_1 = 3I_4 \Rightarrow I_4 = I_1/3 = 1$ A și $I_5 = 2$ A. Din motive de simetrie: $I_6 = I_4 = 1$ A și $I_7 = I_5 = 2$ A.

103. a. Puterea disipată pe rezistența X este: $P_X = \frac{U_{AB}^2}{X}$, cu $U_{AB} = R_{AB}I$, unde

$$R_{AB} = \frac{R_2 X}{R_2 + X} \text{ şi } I = \frac{E}{r + R_1 + R_{AB}} \Rightarrow U_{AB} = \frac{R_2 X}{R_2 + X} \cdot \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 X}{R_2 + X}} \Rightarrow$$

$$U_{AB} = \frac{R_2 E X}{(r + R_1)(R_2 + X) + R_2 X} \Rightarrow P_X = \frac{R_2^2 E^2 X}{[(r + R_1)R_2 + X(R_1 + R_2 + r)]^2} \Rightarrow$$

introducem valorile şi obținem: $X^2 - 25X + 100 = 0 \Rightarrow$ soluțiile sunt X_1=5 Ω şi X_2=20 Ω.

b. Pentru X_1=5 Ω $\Rightarrow I_1$=5 A şi $U_{AB} = \frac{I_1 R_2 X_1}{R_2 + X_1} = 20$ V.

Pentru X_2=20 Ω$\Rightarrow I_2$=4 A şi $U'_{AB} = \frac{I_2 R_2 X_2}{R_2 + X_2} = 40$ V.

c. Puterile sursei sunt: $P_1 = EI_1 = 600$ W şi respectiv $P_2 = EI_2 = 480$ W, astfel că $\frac{P_1}{P_2} = 1{,}25$.

d. Rezistența circuitului exterior este $R_e = R_1 + \frac{R_2 X}{R_2 + X}$, astfel că randamenrul circuitului este $\eta = \frac{R_e}{R_e + r}$. Pentru X_1=5 Ω, obținem R_e=23 Ω şi $\eta_1 \approx 95{,}83\%$ şi pentru X_2=20 Ω, obținem R_e=39 Ω şi η_1=97,5%

104. a. Conform formulei puterii $P = RI^2 = R\frac{U^2}{(R + R_C)^2}$, unde cu R_C am notat rezistența totală a conductoarelor de alimentare, astfel că $PR^2 + 2PRR_C + PR_C^2 = RU^2 \Rightarrow PR^2 + (2PR_C - U^2)R + PR_C^2 = 0 \Rightarrow$ pentru a obține o valoare unică a rezistenței R, trebuie ca ecuația de gradul 2 să aibă o singură soluție, deci trebuie ca $\Delta = 0$.

Dar: $\Delta = (2PR_C - U^2)^2 - 4P^2R_C^2 = U^4 - 4PR_CU^2 \Rightarrow R_C = \frac{U^2}{4P}$.

În acest caz $R = \frac{U^2 - 2PR_C}{2P} = \frac{U^2}{4P} = R_C = 121$ Ω.

b. Intensitatea curentului electric prin receptor în condițiile punctului anterior este $I = \frac{U}{R + R_C} = \frac{U}{2R} = \frac{2P}{U} \approx 0{,}91$ A.

c. Dacă $R'_C = 3R \Rightarrow I' = \frac{U}{R + R'_C} = \frac{U}{4R} = \frac{P}{U} \approx 0{,}4545$ A.

105. **a.** Deoarece rezistența echivalentă a circuitului exterior este $R_e = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$ și din $U = R_e I = \frac{3RI}{2} \Rightarrow$ intensitatea curentului prin circuitul principal este $I = \frac{2U}{3R}$=1 A

b. Din $nE = I(nr + R_e) \Rightarrow r = \frac{nE - IR_e}{n} = \frac{nE - U}{n}$=0,3 Ω

c. Dacă unul din becurile legate în paralel se arde, atunci intensitatea prin circuitul principal este $I' = \frac{nE}{nr + 2R} \approx 0{,}78$ A. Prin becul legat între punctele *N* și *M* intensitatea curentului scade la arderea becului și acesta luminează mai puțin intens. Prin becul celălalt intensitatea curentului crește de la $I/2$=0,5 A la I' astfel că acest bec va lumina mai intens.

d. Puterea inițială consumată de becuri înainte de arderea becului este $P = R_e I^2$=7,5 W, iar după arderea becului devine $P' = 2RI'^2 \approx 6{,}08$ W, astfel că variația puterii consumate de becuri după arderea becului este $\Delta P = P' - P \approx -1{,}42$ W

106. **a.** Din $W_2 = R_2 I_2^2 \Delta t \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{W_2}{R_2 \Delta t}}$=6 A

b. Din $R_2 I_2 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{R_2 I_2}{R_3}$=9 A, astfel că prin rezistența R_1 circulă un curent $I_1 = I_2 + I_3$=15 A

c. Intensitatea curentului electric ce străbate una dintre sursele de tensiune este $I = I_1/6$=2,5 A

d. Conform legii lui Kirchhoff scrisă pentru o sursă de tensiune și circuitul exterior $E = Ir + I_1\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right)$=112,5 V, astfel că puterea totală furnizată de o sursă circuitului electric este $P = EI$=281,25 W

107. **a.** Din $R = \frac{\rho \ell}{S}$ și $R_{AC} = \frac{\rho x}{S}$ prin împărțirea relațiilor obținem $\frac{R}{R_{AC}} = \frac{\ell}{x} \Rightarrow R_{AC} = \frac{Rx}{\ell}$=13 Ω, astfel că intensitatea curentului electric prin circuit este $I = \frac{nE}{R_{AC} + nr}$=1 A

b. Puterea disipată pe circuitului exterior este maximă când $R_{AC}=nr$=2 Ω, astfel că $AC = \frac{R_{AC}\ell}{R}$=2 cm. Când cursorul se deplasează de la *A* spre *B* se constată că puterea electrică disipată pe circuitului exterior crește atingând valoarea maximă

când lungimea AC=2 cm şi apoi când cursorul se deplasează spre punctul B descreşte

c. Când cursorul se află în punctul A, atunci puterea disipată pe circuitul exterior este nulă deoarece rezistenţa reostatului este scurtcircuitată.

Când cursorul se afla la 2 cm de capătul A puterea disipată pe circuitul exterior este maximă şi egală cu $P_{max}=\frac{n^2E^2}{4nr}=\frac{nE^2}{4r}$=28,125 W. Deci la deplasarea cursorului pe reostat puterea disipată pe circuitul exterior ia valori între 0 şi P_{max}

d. La închiderea întrerupătorului reostatul este scurtcircuitat astfel că intensitatea curentului electric care se stabileşte prin baterie devine

$$I=\frac{nE}{nr}=\frac{E}{r}=7{,}5\text{ A}$$

108. a. Când comutatorul este deschis rezistenţa ecchivalentă a celor 4 rezistoare este $R_e=\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R_1+R_3+R_2+R_4}$=10 Ω. Deoarece $nE=I(nr+R+R_e)$ obţinem $R=\frac{nE}{I}-nr-R_e$=4 Ω

b. Când comutatorul este deschis, puterea electrică disipată în rezistorul R este $P=RI^2$=16 W

c. Când comutatorul se închide rezistenţa ecchivalentă a celor 4 rezistoare devine $R'_e=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\approx 9{,}88$ Ω, astfel că intensitatea prin circuitul principal devine $I'=\frac{nE}{nr+R+R'_e}\approx 2$ A, astfel că puterea electrică disipată în circuitul exterior este $P'_{ext}=(R'_e+R)I'^2\approx 55{,}52$ W

d. Dacă la închiderea comutatorului prin rezistenţa R_1 nu circulă curent electric, atunci $R_1R_4=R_2R_3\Rightarrow R_1=\frac{R_2R_3}{R_4}\approx 8{,}07$ Ω

109. a. Cele trei surse legate în serie au tensiunea echivalentă E_1=3E şi rezistenţa internă r_1=3r, iar restul de cinci surse legate tot în serie sunt echivalente cu o sursă cu parametrii E_2=5E şi r_2=5r. Aflăm parametrii sursei echivalente obţinute prin legarea în paralel a celor două grupări (fig R 2.4.7), utilizând formulele:

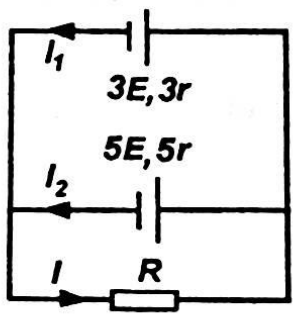


Fig. R 2.4.7

$$E_e=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{\sum\frac{1}{r_k}}=\frac{2\frac{E}{r}}{\frac{1}{3r}+\frac{1}{5r}}=\frac{15E}{4}=15\text{ V şi}$$

$$\frac{1}{r_e}=\sum\frac{1}{r_k}=\frac{1}{3r}+\frac{1}{5r}=\frac{8}{15r}\Rightarrow r_e=\frac{15r}{8}=1\text{ Ω.}$$

b. Cum $I_1 = 0$, astfel că $I_2 = I \Rightarrow$ pe baza legii lui Kirchhoff pentru ochiul care cuprinde sursa cu tensiunea $5E$ şi rezistenţa reostatului, obţinem: $5E = (5r + R) \Rightarrow I = \dfrac{5E}{5r + R}$. Conform legii lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine sursa cu tensiunea $3E$ şi rezistenţa reostatului, obţinem:

$$3E = IR \Rightarrow 3E = \frac{5ER}{5r + R} \Rightarrow 15r + 3R = 5R \Rightarrow R = \frac{15r}{2} = 4\ \Omega.$$

c. Puterea disipată de o singură sursă pe rezistenţa reostatului este: $P = RI^2 = \dfrac{RE^2}{(R+r)^2}$. Deoarece $P > \dfrac{E^2}{8r} \Rightarrow \dfrac{R}{(R+r)^2} > \dfrac{1}{8r} \Rightarrow$

$$0 > R^2 - 6Rr + r^2 \Rightarrow R \in \left[\left(3 - 2\sqrt{2}\right)r, \left(3 + 2\sqrt{2}\right)r\right] \Rightarrow R \in (0{,}096\Omega; 4{,}512\Omega)$$

110. a. Aflăm intensitatea prin circuitul principal, utilizând formula

$$I = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{1 + R\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{\frac{n_1 E}{n_1 r} + \frac{n_2 E}{n_2 r}}{1 + R\left(\frac{1}{n_1 r} + \frac{1}{n_2 r}\right)} = \frac{2n_1 n_2 E}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \approx 2{,}67\ \text{A}.$$

Scriem legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiul de reţea format din gruparea serie a celor n_2 surse şi rezistenţa R, astfel că:

$$n_2 E = n_2 r I_2 + IR \Rightarrow I_2 = \frac{n_2 E - IR}{n_2 r} = \frac{E}{r} \cdot \frac{n_1 n_2 r - R(n_1 - n_2)}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \Rightarrow I_2 \approx -0{,}67\ \text{A}$$ şi

$$I_1 = I - I_2 = \frac{E}{r} \cdot \frac{n_1 n_2 r + R(n_1 - n_2)}{n_1 n_2 r + R(n_1 + n_2)} \approx 3{,}33\ \text{A}$$

b. Deoarece prin ramura cu n_2 acumulatoare nu circulă un curent electric, atunci $I_2 = 0 \Rightarrow n_1 n_2 r - R(n_1 - n_2) = 0 \Rightarrow R = \dfrac{n_1 n_2 r}{n_1 - n_2} \approx 2{,}67\ \Omega.$

c. Deoarece puterea disipată pe circuitul exterior este maximă, atunci $R = r_e$, unde r_e reprezintă rezistenţa sursei echivalente.

Cum $\dfrac{1}{r_e} = \dfrac{1}{n_1 r} + \dfrac{1}{n_2 r} \Rightarrow r_e = \dfrac{n_1 n_2 r}{n_1 + n_2} \Rightarrow R = \dfrac{n_1 n_2 r}{n_1 + n_2} \approx 0{,}615\ \Omega.$

d. Puterea maximă disipată de circuitul exterior este $P_{max} = \dfrac{E_e^2}{4r_e}$, unde E_e este tensiunea echivalentă a surselor. Astfel conform formulei:

$$E_e = \frac{\sum \frac{E_k}{r_k}}{\sum \frac{1}{r_k}} = \frac{2n_1 n_2 E}{n_1 + n_2}$$ şi obţinem $P_{max} = \dfrac{n_1 n_2 E^2}{(n_1 + n_2) \cdot r} \approx 61{,}538\ \text{W}.$

111. a. Deoarece se utilizează N surse identice şi se formează n ramuri identice, înseamnă că o ramură conţine $\frac{N}{n}=4$ surse legate în serie, astfel că fiecare ramură are tensiunea $4E$ şi rezistenţa $4r$. Aflăm parametrii sursei echivalente:

$E_e=\frac{\sum\frac{E_k}{r_k}}{\sum\frac{1}{r_k}}=4E=12$ V şi din $\frac{1}{r_e}=\sum\frac{1}{r_k}=\frac{5}{4r}\Rightarrow r_e=\frac{4r}{5}=0{,}08$ Ω. Aflăm rezistenţa echivalentă a circuitului exterior, astfel că: $R_{ext}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_3=5{,}92\Omega$, astfel că intensitatea curentului electric care trece prin rezistenţa R_3 este $I=\frac{E_e}{r_e+R_{ext}}=2$ A. Cum rezistenţele R_1 şi R_2 sunt legate în paralel obţinem $R_1I_1=R_2I_2\Rightarrow I_2=\frac{R_1I_1}{R_2}$, iar din legea lui Kirchhoff pentru un nod: $I=I_1+I_2\Rightarrow I=\frac{(R_1+R_2)I_1}{R_2}\Rightarrow I_1=\frac{R_2I}{R_1+R_2}=1{,}2$ A şi $I_2=0{,}8$ A

Deoarece ramurile care conţin sursele sunt identice, prin fiecare ramură circulă câte un curent cu intensitatea $I'=\frac{I}{n}=0{,}4$ A.

b. Puterea disipată de rezistenţa R_2 este $P_2=R_2I_2^2=1{,}92$ W.

c. Prin definiţie, randamentul transferului de putere este $\eta=\frac{R_{ext}}{R_{ext}+r_e}\approx 98{,}67\%$

d. Energia electrică furnizată în Δt=5 min de rzistorul R_1 este $W_1=R_1I_1^2\Delta t=864$J

112. a. Puterea disipată pe rezistorul R să fie maximă când $R=r_e$. Rezistenţa echivalentă a generatoarelor este $r_e=\frac{mr}{n}$. Cum $N=mn\Rightarrow n=\frac{N}{m}$, astfel că $r_e=\frac{m^2r}{N}$. Din $R=\frac{m^2r}{N}\Rightarrow m=\sqrt{\frac{NR}{r}}=100$

b. Gruparea echivalentă a surselor are tensiunea electromotoare $E_e=mE=100$V şi rezistenţa echivalentă $r_e=\frac{mr}{n}=10\ \Omega$

c. Puterea maximă disipată pe rezistorul R este $P_{max}=\frac{E_e^2}{4R}=250$ W

d. Deoarece intensitatea curentului prin circuitul principal este $I=\frac{E_e}{R+r_e}=\frac{E_e}{2R}$, tensiunea la bornele rezistorului este $U=RI=\frac{E_e}{2}=50$ V

113. Puterea debitată de o sursă pe o rezistență este $P_1 = RI_1^2 = \frac{RE^2}{(R+r)^2}$. Dacă se leagă împreună cu prima sursă în serie o a doua sursă identică, atunci noua putere disipată pe aceeaşi rezistență este $P_2 = RI_2^2 = \frac{4RE^2}{(R+2r)^2}$.

Deoarece $P_2 = 1{,}44\,P_1 \Rightarrow \frac{1{,}44R}{(R+r)^2} = \frac{4R}{(R+2r)^2} \Rightarrow 1{,}2(R+2r) = 2(R+r) \Rightarrow r = 2R$

astfel că $P_1 = \frac{E^2}{9R}$.

Legând trei surse identice în serie, puterea disipată pe rezistența R este:

$P_3 = RI_3^2 = \frac{9RE^2}{(R+3r)^2} = \frac{9E^2}{49R}$.

Cum $P_1 = \frac{E^2}{9R} \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{81}{49} \approx 1{,}65$.

114. Dacă legăm în serie n surse identice se obține o sursă echivalentă cu parametrii $E_s = nE$ şi $r_s = nr$, astfel că puterea debitată prin rezistorul R este $P_S = \frac{RE_S^2}{(R+r_S)^2} = \frac{n^2RE^2}{(R+nr)^2}$. Dacă legăm cele n surse identice în paralel se obține o sursă echivalentă cu parametrii $E_p = E$ şi $r_p = r/n$, astfel că puterea de bitată prin rezistorul R este $P_P = \frac{RE_P^2}{(R+r_P)^2} = \frac{n^2RE^2}{(R+nr)^2}$.

Cum $P_S = P_P \Rightarrow R + nr = nr + r \Rightarrow R = r$. Astfel $P = \frac{n^2E^2}{r(n+1)}$.

Aflăm puterea disipată prin rezistorul R de o singură sursă $P_1 = \frac{RE^2}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{4r}$.

Cum $\frac{P}{P_1} = \frac{4n^2}{(n+1)^2} \Rightarrow P_1 = \frac{(n+1)^2P}{4n^2} = 62{,}5$ W.

115. Deoarece pierderea de tensiune pe linii este fU_0, înseamnă că pe consumatorul cu rezistența R, un voltmetru ideal va indica o tensiune $U_R = (1-f)U_0$. Cum $P = U_RI$, atunci intensitatea curentului care trece prin consumator va fi: $I = \frac{P}{U_R} = \frac{P}{(1-f)U_0}$. Dar tensiunea pe cele două linii este fU_0 şi conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit: $fU_0 = R_eI$, unde cu R_e am

notat rezistența totală a liniei cu lungime 2ℓ, astfel că $R_e = \frac{2f\ell}{S} = \frac{8f\ell}{\pi d^2}$, deoarece $S = \frac{\pi d^2}{4}$ (firul se consideră cilindric) obținem:

$$fU_0 = \frac{8f\ell}{\pi \cdot d^2} \frac{P}{(1-f)U_0} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{8\rho\ell P}{\pi f(1-f)U_0^2}} \approx 0{,}59 \text{ mm}.$$

116. Puterea pierdută pe linie este $P = R_\ell I^2$ unde $R_\ell = \frac{2f\ell}{S}$ reprezintă rezistența totală a liniei, iar I este intensitatea curentului care străbate linia. Dar $P = U_\ell I = fUI$, unde $U_\ell = fU$, reprezintă puterea care cade pe linie, iar U este tensiunea aplicată liniei. Din cele două relații obținem: $\frac{2\rho\ell}{S} I^2 = fUI \Rightarrow 2\rho\ell j = jU \Rightarrow U = \frac{2\rho\ell j}{f}$ =200 V, unde $j = \frac{I}{S}$ este intensitatea curentului care revine unității de secțiune.

117. a. Cele două acumulatoare au rezistențe interne diferite r_1 și respectiv r_2. Deoarece primul acumulator debitează o putere maximă P_1, aceasta este egală cu $P_1 = \frac{E^2}{4r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{E^2}{4P_1}$ și analog pentru cel de-al doilea acumulator $r_2 = \frac{E^2}{4P_2}$.
Legăm cele două acumulatoare în serie, astfel că acumulatorul nou format are rezistența serie $r_S = r_1 + r_2 = \frac{E^2}{4}\left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}\right) = \frac{E^2}{4} \cdot \frac{P_1 + P_2}{P_1 P_2}$.

Cum $P_{S\max} = \frac{E_S^2}{4r_S}$ cu E_S=2E $\Rightarrow P_{S\max} = \frac{4P_1P_2}{P_1 + P_2} = 30$ W

b. Dacă cele două acumulatoare se leagă în paralel, acumulatorul nou format are rezistența $r_P = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{E^2}{4(P_1 + P_2)}$.

Cum $P_{P\max} = \frac{E_P^2}{4r_P}$ cu E_P=E $\Rightarrow P_{P\max} = P_1 + P_2 = 40$ W.

118. a. Prin definiție, randamentul de utilizare al primului acumulator este $\eta_1 = \frac{R}{R + r_1}$, astfel că rezistența internă a primului acumulator este $r_1 = \frac{R(1-\eta_1)}{\eta_1}$. Analog, rezistența internă a celui de-al doilea acumulator este

$r_2 = \frac{R(1-\eta_2)}{\eta_2}$. Dacă acumulatoarele se leagă în serie, randamentul acumulatorului nou format prin același rezistor este $\eta_S = \frac{R}{R+r_S} = \frac{R}{R+r_1+r_2}$,

unde $r_S = r_1 + r_2 \Rightarrow \eta_S = \frac{\eta_1\eta_2}{\eta_1+\eta_2-\eta_1\eta_2} \approx 31,58\%$.

b. Dacă acumulatoarele se leagă în paralel, randamentul de utilizare a acumulatorului nou format prin același rezistor este

$$\eta_P = \frac{R}{R+r_P} = \frac{R}{R+\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}} \Rightarrow \eta_P = \frac{\eta_1+\eta_2-2\eta_1\eta_2}{1-\eta_1\eta_2} \approx 68,42\%$$

Bibliografie:

1. Rusu O., Dinică L., Galbură A., Fizică manual pentru clasa a X-a, Editura Corint, 2005
2. Gherbanovski C,. Gherbanovski N, Fizică manual pentru clasa a X-a, Editura Niculescu, 2005
3. Borşan D., Costescu A., Petrescu-Prahova M., Sandu M., Fizică manual pentru clasa a X-a, Editura Pedagogică, 1993
4. Hristev A., şi colectiv, Probleme de fizică pentru clasele IX-X. Editura Didactică şi Pedagogică, 1983
5. Hristev A., Probleme de fizică pentru clasele IX-X, Editura ARH, 1993
6. Hristev A., Probleme de fizică date la examene, Editura Tehnică, 1984
7. Hristev A., Probleme de fizică, Editura Icar, 1991
8. Cone G., Stanciu Gh., Tudorache Ş., Probleme de fizică pentru liceu (vol I şi II), Editura All, 1996
9. Rusu O., Galbură A., Georgescu C., Fizica electricitate şi optică, Editura Niculescu, 1997
10. Chiriţă M., Davidescu D., Şoltuianu M., Bacalaureat la fizică, Editura Tamar, 2003
11. Chiriţă M., Teste pentru examenul de bacalaureat, Editura Tamar, 2012
12. Colectiv, Culegere de probleme pentru admiterea în învăţământul superior, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1989
13. Colectiv, Teste de fizică, Editura Politehnica Press, 2013
14. Colectiv, Societatea de Ştiinţe Fizice şi Chimice, 1986
15. Probleme date la examenul de bacalaureat
16. Variantele propuse pentru examenul de bacalaureat 2007, 2008 şi 2009

ISBN 978-606-8010-53-3